



THÈSE

en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

délivré par *l'Université Toulouse III – Paul Sabatier*

Spécialité : Océan - Atmosphère

Présentée et soutenue par *Jean-Baptiste GILET*

le 19 novembre 2009

Interactions non-linéaires de structures cohérentes tourbillonnaires d'échelle synoptique

JURY

M. Serge CHAUZY	Université de Toulouse III	Président du jury
M. Heini WERNLI	Université de Mainz, Allemagne	Rapporteur
M. Patrice KLEIN	IFREMER, Brest	Rapporteur
M. Tim HEWSON	MetOffice, Grande-Bretagne	Examineur
M. Guillaume LAPEYRE	LMD ENS, Paris	Examineur
M. Philippe ARBOGAST	CNRM – GAME/GMAP, Toulouse	Co-directeur de thèse
M. Alain JOLY	CNRM – GAME/GMAP, Toulouse	Co-directeur de thèse
Mme Véronique DUCROCQ	CNRM – GAME/GMME, Toulouse	Directrice de thèse

École doctorale : *Sciences de l'Univers, de l'Espace et de l'Environnement*

Unité de recherche : *CNRM – GAME / GMAP / RECYF*

Directrice de thèse : *Véronique DUCROCQ*

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à mes encadrants, Matthieu Plu, Philippe Arbogast et Alain Joly, pour la confiance et la liberté qu'ils m'ont accordées durant cette thèse. Merci à Philippe, sans qui tout ceci aurait été tout simplement impossible. Je remercie également la bonne étoile qui a fait que j'ai pu travailler avec Gwendal Rivière, qui est pour beaucoup dans les flexuosités ayant finalement conduit au travail qui trouve ici sa concrétisation. Merci à Véronique Ducrocq d'avoir accepté d'être ma directrice de thèse. Merci à Heini Wernli, Patrice Klein, Serge Chauzy, Tim Hewson et Guillaume Lapeyre d'avoir pris de leur temps pour faire partie de mon jury de thèse. Merci également au jury FCPLR de m'avoir permis de réaliser ce travail doctoral dans d'aussi bonnes conditions.

La soutenance de ce doctorat marque l'achèvement d'un parcours long de 23 années passées au sein du système éducatif français. Années au cours desquelles j'ai eu la très grande chance de croiser la route de ces héros du quotidien qui, jour après jour, m'ont soutenu, encouragé et fait confiance. Que soient ici remerciés tout particulièrement Mlle Dutertre, Denis Dufour, François Belleteste, Patrick Bordes, Odile Maupu, Annick Thillou et enfin Daniel Surrateau dont la rencontre, il y a huit ans déjà, a été décisive et fondatrice. Je tiens au passage à remercier Vincent et Laurent à qui je dois beaucoup. Durant mon parcours toulousain, les rencontres avec les pédagogues exceptionnels que sont Olivier Thual et Patrick Chassaing m'ont également marqué de façon extraordinairement positive.

Je réalise par ailleurs l'excellente inspiration que j'ai eue lorsque j'ai choisi l'équipe RECYF pour mon stage de Master – et qui m'aura finalement accueilli pendant presque quatre ans. Les nombreuses discussions scientifiques, techniques et de toute autre nature m'ont été des plus profitables et agréables. Félicitations à Pascal pour la patience exceptionnelle dont il a fait preuve. Bravo à Carole et Bruno d'avoir su rester stoïques en toute circonstance au cours de leur cohabitation avec moi. Je salue également Pierrick, qui m'a accompagné durant mes soirées et week-ends recyfiens du printemps 2009. Je n'oublierai pas nos longues conversations au cours de nos voyages au bout de la nuit. Je souhaite par ailleurs remercier les nombreuses personnes à qui j'ai fait appel et qui n'ont pas hésité à prendre de leur temps pour m'apporter leurs connaissances et leur expertise, je pense à Pascal Marquet, Olivier Mestre, Vincent Guidard, Yann Michel, l'équipe ERA du Centre Européen, Pierre Lassègues et Olivier Nuissier entre autres.

Au-delà de mon horizon recyfiens, ces trois années de thèse, ce furent aussi Gamla Stan, la playa Coson, un lever de Soleil sur Neusiedler See, les brouillards salés des Shetlands, la pluie glacée d'Aix-les-Bains, les tombants de Banyuls, l'été indien à Hoëdic, la file d'attente devant l'entrée de l'exposition Picasso, les goélands bourgmestres de la route d'Hamninberg, the Dø, Kadoran et tant d'autres souvenirs. Un grand merci donc à Florian, Christophe, Stéphane, Xavier, Adrien, Alex et toutes celles et ceux qui m'ont fait lever le nez du guidon, le temps d'une soirée, d'un week-end ou de quelques vacances.

Je ne conclurai pas sans souligner à quel point le soutien indéfectible de ma famille tout au long de ce parcours a été primordial. Au premier rang de laquelle, bien évidemment, mes parents et mon frère. Enfin, et sans doute le plus important à mes yeux, j'espère avoir su ouvrir la voie à mes deux filleuls, Chloé et Nicolas.

Table des matières

Introduction	5
1 Contexte et objectifs de l'étude	9
1.1 Quelques caractéristiques générales	9
1.2 Le développement barocline	10
1.2.1 Bref historique	10
1.2.2 Le rôle central du tourbillon potentiel	13
1.2.3 Illustration du développement barocline	14
1.2.4 La notion de structures cohérentes en météorologie dynamique	15
1.2.5 Utilisation du formalisme dans le cadre d'expériences numériques	18
1.2.6 Importance de la forme des structures	18
1.3 Objectifs de la thèse : questions techniques et scientifiques	21
2 Présentation du formalisme et de l'outil d'extraction de structure cohérente	23
2.1 De la transformée de Fourier aux ondelettes	23
2.1.1 Analyse spectrale : la transformée de Fourier	23
2.1.2 La transformée de Fourier fenêtrée	24
2.1.3 Présentation des ondelettes	27
2.1.4 Stratégie d'utilisation	30
2.2 Champs utilisés	35
2.2.1 Base de données	35
2.2.2 Choix des champs	37
2.3 Stratégies d'extraction – diverses approches	37
2.3.1 Bref tour d'horizon des décompositions usuelles en météorologie	38
2.3.2 Extraction complète : l'exemple de l'algorithme de Rué et Bijaoui (1997)	39
2.4 L'outil existant d'extraction	40
2.4.1 Présentation générale	40
2.4.2 Deux points en suspens	41
2.5 Ajout d'un degré de liberté : la rotation	42
2.5.1 Les motivations	42
2.5.2 Le choix de la stratégie mise en œuvre	42

2.5.3	Détails de la méthode	45
2.5.4	Un premier résultat illustré	48
2.5.5	Quelques statistiques	49
2.5.6	Quelques commentaires	54
3	Prise en compte de la cohérence temporelle	55
3.1	Préambule	55
3.2	L'outil existant de suivi temporel	56
3.3	Vers un nouvel algorithme	56
3.3.1	La stratégie employée	56
3.3.2	La mise en œuvre	57
3.3.3	Commentaires	62
3.4	Vue générale de l'algorithme	68
3.5	Un premier cas idéalisé	69
3.6	Un cas réel de suivi	75
3.7	Discussion	79
4	Réalisation de la climatologie de structures de tourbillon potentiel à 315 K et de tourbillon relatif à 850 hPa	81
4.1	Statistiques sur le comportement de l'algorithme	81
4.1.1	Construction des trajectoires	81
4.2	Statistiques génériques	85
4.2.1	Durée de vie des structures suivies	85
4.2.2	Cycle de vie	87
4.2.3	Saisonnalité	91
4.2.4	Amplitude	91
4.3	Statistiques spatiales	94
4.4	Première sélection des trajectoires	97
4.5	Statistiques croisées : <i>The occurrence density of tracked tropopause coherent structures around intensifying mid-latitude surface cyclones</i>	97
5	Application à l'étude du creusement des dépressions lors du croisement d'un courant-jet	147
5.1	Une étude idéalisée : <i>Nonlinear baroclinic dynamics of surface cyclones crossing a zonal jet</i>	147
5.2	Schématisation d'un scénario d'évolution	170
5.3	Forme et orientation d'une structure de tourbillon relatif à 850 hPa autour de sa phase de maturation	172
5.3.1	Statistiques générales	172
5.3.2	Méthode de sélection	179
5.3.3	Statistiques sur les trajectoires sélectionnées	179

5.4	Vers une étude dynamique	182
5.4.1	Principe et mise en œuvre de l'inversion	182
5.4.2	Détermination des structures tridimensionnelles de tourbillon potentiel . . .	184
5.4.3	Résultat de l'inversion et sélection	187
5.5	Résultats	196
5.5.1	Premiers éléments concernant les trajectoires croisant le jet sur l'Atlantique .	196
5.5.2	Influence de la position relative au jet sur la position d'anomalies d'altitude .	199
5.5.3	Relation entre le gradient environnemental de tourbillon potentiel et le déplacement relativement au courant-jet	203
5.5.4	Compléments concernant le cycle d'évolution	205
5.5.5	Bilan énergétique	207
5.5.6	Synthèse	214
6	Conclusions générales et perspectives	215
	Notations	221
A	Caractéristiques de forme des dépressions en Atlantique et en Méditerranée	225
B	Quelques compléments sur la technique d'inversion	229
	Bibliographie	237

Introduction

Les dépressions synoptiques sont une des causes principales de la variabilité du temps sur la façade orientale des bassins océaniques. Principalement en hiver et à intervalle très irrégulier, certaines d'entre elles ont, de par leur intensité peu commune, un impact sociétal majeur. L'anticipation de ces événements par les services de secours repose sur la capacité des centres météorologiques opérationnels à prévoir de manière satisfaisante l'intensité et la localisation des vents les plus forts ainsi que des précipitations associées.

C'est un véritable défi lancé tant aux spécialistes de prévision numérique développant les modèles météorologiques qu'aux prévisionnistes des services opérationnels. En amont, le rôle des équipes de recherche est de faire progresser la connaissance de ces événements par le développement d'outils et de méthodologies d'analyse de cas passés, par la mise en place d'expériences idéalisées et au final par la construction de schémas conceptuels réalisant un compromis entre une description simple de la dynamique de ces systèmes et la prise en compte de leur complexité et de leur diversité.

On désigne par le terme de cyclogénèse le développement des dépressions, que l'on peut voir comme une concentration de tourbillon. Deux cadres théoriques distincts ont été explorés pour formaliser la cyclogénèse (Davies, 1997). Le premier, basé sur des concepts antérieurement développés en mécanique des fluides classique (Rayleigh, 1880; Kelvin, 1887), considère la pré-existence d'un écoulement, au sein duquel des modes instables se développent par des mécanismes purement linéaires (Charney, 1947; Eady, 1949). La forme la plus moderne de l'instabilité, dite généralisée (Farrell, 1989), requiert des hypothèses moins fortes mais est toujours fondée sur l'idée que le mécanisme de croissance des systèmes synoptiques s'explique par l'émergence spontanée de perturbations d'amplitude initialement infinitésimale. Le second cadre propose une vision plus proche de la pratique quotidienne moderne de la météorologie, reposant sur l'interaction non-linéaire de structures tourbillonnaires d'amplitude finie au sein d'un environnement favorable à leur développement. On peut remarquer que ces deux manières d'analyser une même problématique se rejoignent sur certains points : la cyclogénèse se déroule systématiquement dans les deux cas au sein d'un environnement favorable et le mécanisme physique d'amplification, une bonne part du cycle énergétique associé ainsi que le décalage vers l'amont avec l'altitude sont similaires.

Le cadre reposant sur des objets pré-existants d'amplitude finie a été largement développé et constitue à ce jour les fondements de la vision standard d'explication de la cyclogénèse, résumée par l'article de Hoskins et al. (1985). L'état de l'atmosphère étant régi par de grands équilibres aux échelles synoptiques et supérieures, il existe un paramètre qui, associé à des conditions aux limites

adéquates, résume à lui seul toute la dynamique : le tourbillon potentiel. Dans cette perspective, l’atmosphère est composée d’une superposition d’éléments d’échelles diverses : les structures tourbillonnaires ainsi que les courants de vent fort à la tropopause – qui marquent les régions où de fortes concentrations d’énergie potentielle peuvent être extraites par interaction barocline – possèdent une signature propre. La cyclogénèse est alors vue comme le produit de l’interaction non-linéaire d’un petit nombre de ces objets entre eux. Ce cadre est souple et permet de rendre compte d’une large diversité de perturbations initiales. En particulier, Rivière et Joly (2006a) examinent le lien entre un environnement barocline de grande échelle et une dépression de surface. Ils mettent en avant, sur un cas d’étude unique, qu’une phase de croissance intense dépend fortement de l’anisotropie de la dépression de surface.

Parallèlement, avec la thèse de Matthieu Plu (2008) a émergé une manière de définir numériquement – et aussi objectivement que possible – des structures tourbillonnaires et de les extraire de leur environnement. En couplant cet outil à un algorithme d’inversion du tourbillon potentiel (Arbogast, 1998), il est alors possible de construire une chaîne numérique allant de l’analyse d’une situation météorologique à une décomposition de l’écoulement en une partie environnementale et en chacune des structures présentes en son sein, alors décrites individuellement et intégralement.

À la convergence de ces travaux, la présente thèse vise à enrichir l’outil numérique d’extraction existant, de sorte à être en mesure de documenter des aspects nouveaux de la cyclogénèse liés à la forme et à l’orientation des dépressions de surface.

Le premier chapitre propose une introduction plus détaillée du contexte de l’étude. Après un bref aperçu de quelques caractéristiques générales de l’atmosphère, l’essentiel de ce chapitre présente l’approche la plus moderne et la plus répandue pour appréhender la cyclogénèse des moyennes latitudes, de son émergence à sa mise en pratique. Les objectifs de la thèse sont ensuite précisés.

Le deuxième chapitre présente l’outil existant d’extraction de structures ; le formalisme mathématique sur lequel il repose, sa mise en œuvre et ses caractéristiques. Par ailleurs, une amélioration apportée durant cette thèse, visant à mieux rendre compte de la forme et de l’orientation des structures à extraire, est exposée. Le chapitre 3 est consacré à la prise en compte de la cohérence temporelle. Pour cela, l’outil d’extraction est couplé à l’algorithme de suivi de dépressions issu de la thèse de Franck Ayrault (1998). Une stratégie basée sur un suivi échelle par échelle est élaborée. Deux cas d’application, l’un idéalisé et l’autre réel, illustrent le comportement de la séquence algorithmique ainsi construite.

Ensuite (chapitre 4), les résultats de l’application de l’outil ainsi bâti de détection, de suivi et d’extraction sur 16 années de la réanalyse ERA-Interim et sur deux champs, le tourbillon potentiel sur la surface isentrope 315K et le tourbillon relatif à 850hPa, sont examinés. Les climatologies respectives sont analysées et comparées à celles déjà existantes. Le quatrième chapitre se conclut par une étude soumise pour publication dans le *Journal of the Atmospheric Sciences* (Gilet et al., 2010). Celle-ci traite des statistiques de présence de structures d’altitude autour du moment du maximum d’amplitude d’une dépression de surface. Il est montré que la dynamique associée au développement d’une structure tourbillonnaire de basses couches a une influence forte sur

l'agencement des structures d'altitude. Des zones de présence privilégiées, notamment une située en amont de la dépression de surface – et plutôt au nord de celle-ci durant la phase de cyclogénèse – ainsi qu'une région relativement désertée en aval sont en particulier mises en avant.

Le chapitre 5 s'ouvre sur une étude parue dans le *Journal of the Atmospheric Sciences* (Gilet et al., 2009) analysant les mécanismes non-linéaires à l'œuvre lors d'une cyclogénèse au sein d'un courant-jet idéalisé zonal. À l'aide d'expériences réalisées dans un cadre simplifié, il est montré que la forme et la trajectoire des structures de surface sont liées à des processus pour une bonne part non-linéaires impliquant le profil horizontal du courant-jet. Dans le cas où ce dernier est suffisamment confiné méridionalement, une structure initialement située au sud de celui-ci peut être amenée à le franchir. Un bilan énergétique montre de surcroît qu'une régénération est possible lors de cette traversée. À la lumière de ces éléments, des statistiques générales à propos de la forme des structures tourbillonnaires à 850hPa autour du moment de leur maximum d'amplitude sont élaborées. Enfin, les climatologies présentées au chapitre 4 sont mises à profit pour documenter sur un grand nombre de cas les propriétés mises en avant dans l'article. En particulier, le lien entre le mouvement perpendiculaire au courant-jet d'une structure tourbillonnaire et le profil horizontal de son environnement correspond aux résultats mis en évidence dans l'étude idéalisée.

Chapitre 1

Contexte et objectifs de l'étude

Ce premier chapitre vise à donner quelques éléments éclairant le contexte dans lequel se place la présente étude. Dans un premier temps, les caractéristiques du fluide atmosphérique ayant trait aux phénomènes auxquels nous nous intéressons sont illustrées. Ensuite, la vision la plus moderne de la cyclogénèse, de son émergence à son utilisation – tant en vue de l'analyse de situations réelles que de la création d'expériences idéalisées – est exposée. En particulier, une illustration schématique de l'interaction barocline entre des structures tourbillonnaires et leur environnement est donnée. Enfin, les objectifs de l'étude sont précisés.

1.1 Quelques caractéristiques générales

En préambule au bref portrait qui va être fait des conditions dans lesquelles se forment les dépressions, notons que la température T , telle que définie en science de la thermodynamique et dont tout un chacun a l'expérience quotidienne, est très généralement remplacée en météorologie par une grandeur qui en est directement dérivée, la température potentielle $\theta = T(p_0/p)^{R/c_p}$, avec des notations classiques où p est la pression et p_0 une pression de référence. Par définition, θ est conservée par une particule lors d'un déplacement d'une pression à une autre – sous réserve qu'elle n'échange pas de chaleur avec son environnement (évolution adiabatique). En d'autres termes, elle intègre les modifications de température liées à la compression et à la détente, et permet à cet égard une lecture nettement plus aisée de la configuration thermodynamique de l'atmosphère.

Aux moyennes latitudes, la troposphère se caractérise par un gradient méridien de température dirigé vers l'Équateur relativement resserré – de l'ordre de 10^{-5} K.m⁻¹. La figure 1.1 illustre cette forte variation méridienne de θ à 500 hPa, située entre 40 et 60°N sur l'Atlantique Ouest et entre 45 et 65°N sur l'Atlantique Est, et constitue ce qu'on appelle une *zone barocline*.

Par ailleurs, la figure 1.2 montre une coupe verticale de θ sur l'Atlantique. Les variations horizontales, ou plus précisément à pression constante, illustrées précédemment à 500 hPa s'étendent sur une large couche, des niveaux les plus bas jusque vers 300 hPa. De surcroît, on peut constater qu'entre le pôle et environ 25°N, θ varie beaucoup plus rapidement avec la pression – et avec l'altitude – au-dessus d'environ 300 hPa qu'en deçà. Ce fait peut se quantifier à l'aide de la stabilité

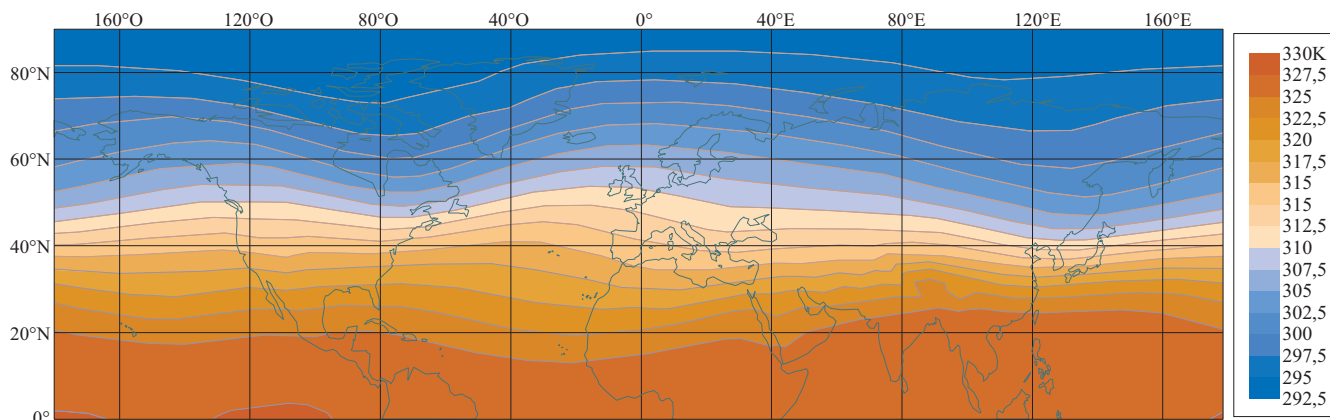


FIG. 1.1 – Moyenne annuelle du champ de température potentielle (en K) à 500 hPa (soit environ 5,5 km d'altitude) sur 17 ans de réanalyse ERA-Interim.

statique, notée N^2 et définie par : $N^2 = g/\theta_0 \partial\theta/\partial z$, où θ_0 est une valeur standard, disons 300 K. La surface de démarcation entre ces deux stratifications verticales très différentes est nommée *tropopause*. Elle sépare la troposphère de la stratosphère. Notons enfin que les valeurs courantes de température potentielle rencontrées sur cette surface se situent entre 300 et 330 K.

Les grands équilibres – hydrostatique et géostrophique – régissant l'atmosphère, très bien vérifiés aux échelles supérieures à 10^6 m, sont tels que la différence horizontale de température dans la troposphère se traduit par un cisaillement vertical de vent. On trouve ainsi à la tropopause des courants-jets, au sein desquels la vitesse horizontale est typiquement de l'ordre de 40 à 100 m.s^{-1} . À titre d'exemple, la figure 1.3 montre le champ de vent à 300 hPa le 25 décembre 1999 à 06UTC. Celui-ci contient un tube de vent parcourant tout l'Atlantique et d'une intensité exceptionnelle (un maximum de 190 nœuds, soit environ 95 m.s^{-1} , est atteint). C'est au sein de cet environnement que la tempête Lothar, ou T1, se développera le 25 et le 26 au matin. Cette figure illustre la colocalisation entre les zones de vent fort au sommet de la troposphère et les plus fortes concentrations du gradient horizontal de température potentielle.

Ces deux éléments, variations horizontales de θ et zones localisées de vent fort forment la trame du développement des dépressions, dont les mécanismes vont maintenant être détaillés.

1.2 Le développement barocline

1.2.1 Bref historique

Comme esquissé en préambule, dès la fin des années 1930 – voire même depuis la fin du XIX^e siècle (Davies, 1997) – a émergé une vision éloignée des théories classiques d'instabilité mais proche de la pratique quotidienne de la météorologie. Celle-ci repose sur l'observation qu'un certain nombre de creusements intenses de dépressions n'apparaissent manifestement pas *ex nihilo* ; des structures

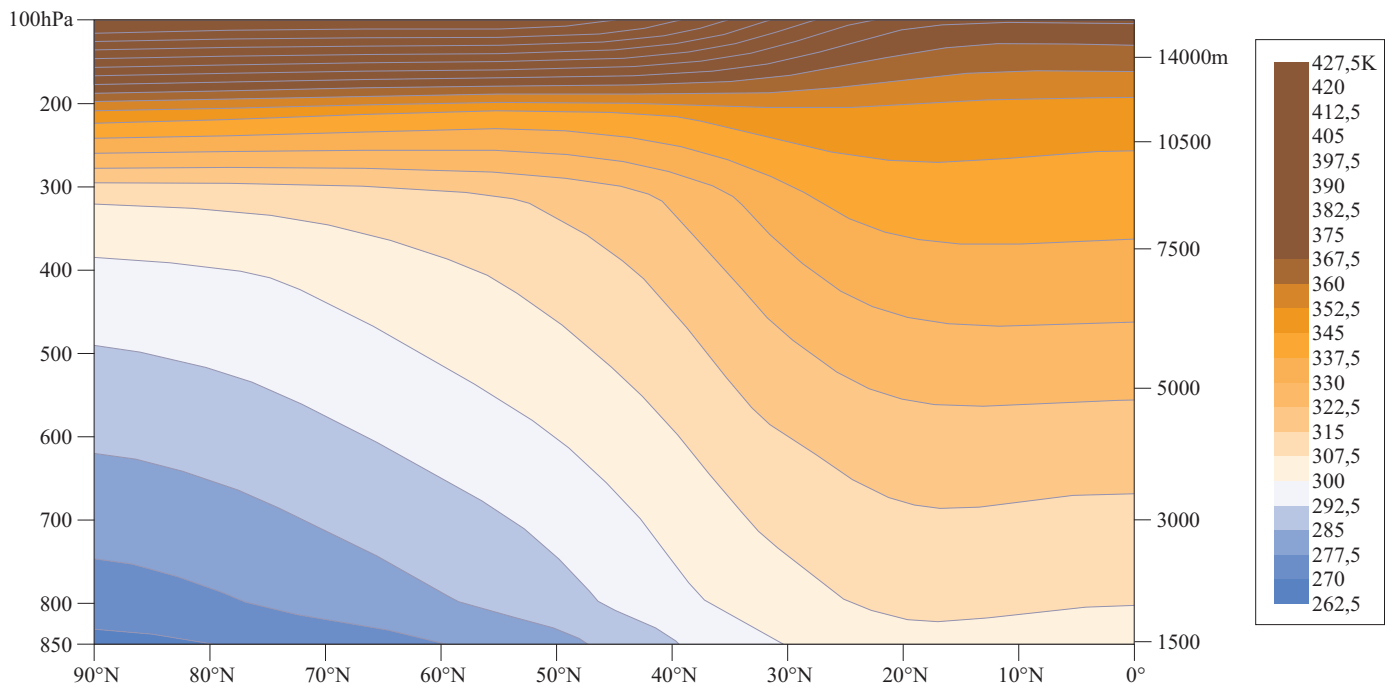


FIG. 1.2 – Moyenne annuelle (en K) sur les longitudes comprises entre 80°O et 20°E du champ de température potentielle entre 850 hPa et 100 hPa sur 17 ans de réanalyse ERA-Interim. À gauche, pression (en hPa) ; à droite et à titre indicatif, l'altitude standard des niveaux pression considérés.

d'amplitude finie tant en altitude qu'en basses couches pré-existent aux événements de creusement intenses. L'idée selon laquelle les structures tourbillonnaires d'amplitude finie à des niveaux proches de la tropopause pilotent le développement de dépressions de surface a été très tôt avancée par certains auteurs comme Sutcliffe (1939, 1947, 1952) et Petterssen (1955, 1956). Petterssen et Smebye (1971) proposent une classification des cyclogénèses en deux catégories : le type A correspond à l'émergence spontanée de tourbillons – conformément à la théorie de l'instabilité – tandis que le type B fait appel à une anomalie pré-existante de tropopause d'amplitude finie, qui vient interagir avec une zone barocline. Depuis, il est largement admis qu'une majorité des creusements significatifs de dépressions sont liés à la présence d'une structure d'altitude (Sanders, 1986; Uccellini, 1990). Cette observation est confirmée – entre autres – par les études de Manobianco (1989), Gyakum et al. (1992), Lefevre et Nielsen-Gammon (1995) ainsi que par la climatologie de dépressions Atlantiques en saison froide réalisée par Ayrault (1998). Son scénario 1, correspondant aux creusements les plus intenses, met en jeu deux précurseurs – l'un d'altitude et l'autre de surface. Ces deux structures sont dans un premier temps indépendantes, elles se rapprochent puis interagissent au sein d'une zone fortement barocline. Il en résulte une intensification rapide de la dépression de surface – selon un mécanisme proche du schéma idéalisé qui sera proposé dans la section 1.2.3.

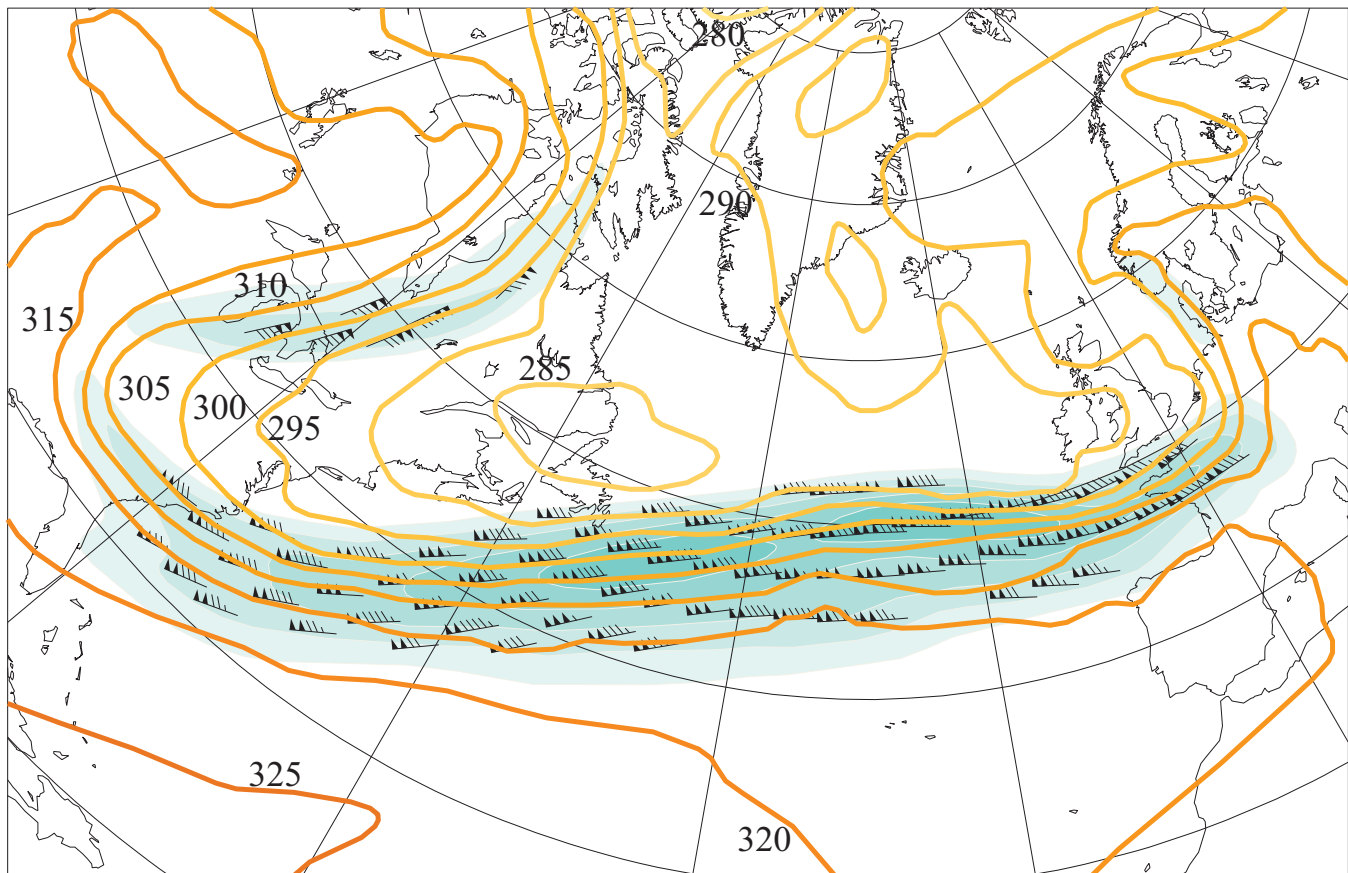


FIG. 1.3 – Champ de vent à 300 hPa (plages de couleur, intervalle : 10 m.s^{-1} , valeurs au-delà de 50 m.s^{-1}) et température potentielle à 500 hPa (contours par intervalle de 5 K) le 25 décembre 1999, 06UTC. ERA-Interim.

1.2.2 Le rôle central du tourbillon potentiel

De même que les fortes variations de pression rendent l'emploi d'une variable dérivée, θ , plus commode que le paramètre directement mesurable, T , les variations tridimensionnelles de la stabilité statique invitent à la définition d'une variable, le tourbillon potentiel, plus pertinente que le tourbillon lui-même, qui est directement relié au champ de vent local, auquel on ajoute la rotation de la Terre f .

Avec des notations classiques, l'équation d'évolution de la vorticité tridimensionnelle dans un mouvement sans frottement s'écrit :

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho} \vec{\zeta}_a \right) = \left(\frac{1}{\rho} \vec{\zeta}_a \right) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{u}) - \frac{1}{\rho} \overrightarrow{\text{grad}}\left(\frac{1}{\rho}\right) \wedge \overrightarrow{\text{grad}}(p) , \text{ où : } \vec{\zeta}_a = 2\vec{\Omega} + \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{u}).$$

Rossby (1939) considère que la composante verticale ζ_a du vecteur vorticité est la plus importante à grande échelle. Par ailleurs, il réalise que les mouvements atmosphériques sont particulièrement bien modélisés par la conservation de ζ_a . Le lien avec le vent horizontal – qui est le gradient de l'inverse du laplacien de ζ_a duquel est soustraite la partie liée à la rotation de la Terre f – conduit au principe d'inversibilité pour le modèle barotrope.

En modélisant la dynamique de l'atmosphère par le mouvement de colonnes matérielles de masse volumique constante, Rossby (1940) va plus loin en remarquant que si h est la hauteur d'une colonne, alors le rapport ζ_a/h est un invariant lagrangien. Sous hypothèse hydrostatique, en utilisant les surfaces isentropes et en posant $\Delta = -g^{-1}\delta p$ l'épaisseur d'une couche, la quantité $P_R = (f + \zeta_\theta)/\Delta$ est une constante, où $\zeta_\theta = \vec{k} \cdot \overrightarrow{\text{rot}}_\theta(\vec{u})$. Le terme de "potential vorticity" désigne pour Rossby la valeur qu'aurait ζ_θ pour une couche isentrope si celle-ci était amenée à une latitude standard et Δ ramenée à une valeur standard.

Ertel (1942) étend indépendamment les résultats de Rossby : si x est une variable fonction de P et ρ seulement, alors le gradient de x est perpendiculaire au terme solénoïdal de l'équation de la vorticité. Si par ailleurs x est un invariant lagrangien, alors, en multipliant l'équation de vorticité par $\overrightarrow{\text{grad}}(x)$, il vient que $P = \rho^{-1} \vec{\zeta}_a \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(x)$ est également un invariant lagrangien lors d'un mouvement non-hydrostatique sans frottement, par une advection tri-dimensionnelle. À noter que x peut être n'importe quelle fonction de la température potentielle ou de l'entropie massique. Très classiquement, on prend $x = \theta$.

À peine quelques années après son émergence, Kleinschmidt (1950a,b) utilise la notion de tourbillon potentiel pour comprendre les cyclogénèses et met en particulier en avant le rôle de l'advection de tourbillon potentiel stratosphérique le long de surfaces isentropes. Par ailleurs, il souligne la possibilité d'inverser celui-ci, en le mettant en œuvre sur des cas simples. De manière générale, sous l'hypothèse de l'existence de deux relations d'équilibre entre champs de masse, de vent et de pression, la description complète de la dynamique atmosphérique d'échelle synoptique peut être réduite à la seule donnée du tourbillon potentiel en chaque point, sous réserve de la connaissance de conditions aux limites – latérales s'il y en a et inférieure. Classiquement, cette condition est soit la température potentielle soit le tourbillon relatif sur un niveau proche du sommet de la couche limite, vers 850 hPa. Diverses stratégies sont mises en place pour tirer parti

de ce principe d'inversibilité. Black et Dole (1993) puis Hakim et al. (1995) utilisent le tourbillon pseudo-potentiel quasi-géostrophique (voir la section suivante), dont la linéarité de l'opérateur d'inversion simplifie l'interprétation des champs dynamiques attribués à une anomalie donnée. Davis et Emanuel (1991), Davis (1992) et Raymond (1992) mettent en œuvre l'inversion du tourbillon potentiel d'Ertel sous hypothèse d'équilibre non-linéaire de Charney (1955), qui est plus adaptée à des échelles sous-synoptiques. Enfin, plus récemment a été développée l'inversion sous balance implicite (Arbogast et al., 2008), mise en œuvre par Plu et al. (2008).

1.2.3 Illustration du développement barocline

Cette section est consacrée à la présentation du modèle d'explication de la cyclogénèse, largement considéré comme standard aujourd'hui. À des fins de clarté, on commencera par présenter un cadre simple, le système quasi-géostrophique à tourbillon potentiel uniforme, dans lequel ce modèle peut être facilement appréhendé.

Dans l'atmosphère, comme évoqué à la section 1.1, les champs de vent, de masse et de température sont très dépendants les uns des autres et ne s'éloignent que peu de certains grands équilibres. Dans le cas où les échelles horizontales sont grandes, plus précisément très supérieures au ratio entre l'ordre de grandeur de la vitesse du vent (entre 10 et 100 m.s⁻¹) et de f (10⁻⁴ s⁻¹), soit 10⁵ à 10⁶ m, un système d'équations simplifié – dit quasi-géostrophique – peut être déduit des équations primitives, plus générales. Dans ce cadre, la grandeur

$$q_g = f_0 + \zeta_g + \frac{f_0 g}{N^2 \theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial z},$$

appelée “tourbillon pseudo-potentiel quasi-géostrophique” (Charney, 1971), est conservée lors de son advection par le vent géostrophique.

Dans cette section, tirons enfin parti de l'observation selon laquelle les variations de q_g dans la troposphère sont faibles, de deux ordres de grandeur inférieures à celles observées dans la stratosphère (Hoskins et al., 1985). Dans l'expérience par la pensée que nous nous apprêtons à mener, on considérera que q_g est effectivement uniforme et qu'il le reste.

Partant des constatations faites à la section 1.1, imaginons un état de l'atmosphère de stabilité statique uniforme et uniquement constitué d'un gradient méridien constant de température potentielle, ce qui est équivalent à un cisaillement vertical de vent (Fig. 1.4a). Superposons à cet environnement une anomalie localisée positive de θ (figurine b), qui se traduit par une perturbation cyclonique de vent. Le vent de l'état de base advecte plus rapidement en altitude qu'à proximité du sol à la fois la température potentielle et le tourbillon relatif de la structure (figurine c). Ceci induit une inclinaison vers l'est de la structure. En suivant Malardel (2005), notons A et B deux points situés de part et d'autre de la structure et tels que le tourbillon relatif est de même valeur. L'inclinaison de la structure de θ fait que la stabilité statique en A est inférieure à celle rencontrée en B. Ainsi, q_g a une valeur inférieure en A qu'en B, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse d'uniformité du tourbillon potentiel; une telle inclinaison est donc incompatible avec les grands équilibres. En réponse à ce forçage géostrophique qui tend à détruire les équilibres sur lesquels il

repose, une circulation secondaire – agéostrophique – se met en place. Son rôle est de contrecarrer l’inclinaison de la structure. Ceci est rendu possible par un champ de vent tournant dans le sens inverse du cisaillement de vent de l’environnement (figurine d) ; le vent agéostrophique dirigé vers l’aval en bas et vers l’amont plus haut va à l’encontre de l’inclinaison de la structure. Par continuité, ce champ de vent horizontal à divergence non nulle s’accompagne d’ascendances situées en aval de l’anomalie cyclonique et de subsidences en amont.

Le raisonnement heuristique que nous venons de mener peut se formaliser par l’équation dite “en oméga” qui détermine le champ de vitesse verticale en réponse au forçage géostrophique, voir par exemple Hoskins et al. (1978). Trenberth (1978), en partant d’une des formes de cette équation, résume la présence de noyaux de vitesses verticales à la réponse agéostrophique de l’advection par le vent thermique (*i.e.* le vent en équilibre géostrophique sous hypothèse hydrostatique) de tourbillon : il y a ascendance là où l’advection induit une augmentation locale de tourbillon et réciproquement. Cette règle simple correspond bien à la situation exposée ci-dessus : l’advection du tourbillon positif de l’anomalie en aval est compensée par un mouvement agéostrophique vers le haut. En définitive, la simple présence d’une anomalie de tourbillon – ou de manière équivalente de température potentielle – dans un cisaillement vertical de vent induit nécessairement la présence de vitesses verticales.

La dernière étape de la construction du schéma d’interaction consiste à superposer à l’environnement deux structures tourbillonnaires, l’une au sol comme précédemment et l’autre à la tropopause, qui constitue le sommet du domaine troposphérique. Par le même raisonnement que celui développé précédemment pour une anomalie cyclonique en surface, la circulation secondaire associée à une anomalie tourbillonnaire positive de tropopause est cette fois constituée d’une ascendance en aval. Si les deux structures ont une échelle suffisamment grande et si la structure d’altitude se situe en amont et à une distance adéquate de la structure au sol, alors chacune est la cause de vitesses verticales étirant l’autre, causant une amplification mutuelle. Ce mécanisme, illustré par la figure 1.5, est appelé développement barocline. Sans que cela remette en cause la démarche, on pourra noter que la non-linéarité de la réponse au forçage géostrophique fait que les vitesses verticales calculées en présence des deux anomalies sont légèrement différentes de la superposition des vitesses verticales associées à chacune des structures.

1.2.4 La notion de structures cohérentes en météorologie dynamique

Du fait que les deux grandeurs température et tourbillon potentiels se conservent lors d’un mouvement adiabatique sans frottement, l’utilisation qui est faite depuis les années 1960 (Hoskins et al., 1985) des cartes de tourbillon potentiel sur des surfaces isentropes (ou l’inverse) est particulièrement pertinente dans la mesure où la dynamique atmosphérique est alors entièrement résumée par la réorganisation advective de tourbillon potentiel : la lecture d’une situation météorologique à l’échelle synoptique en est alors grandement simplifiée. Dans cette optique, la figure 1.6 illustre les champs de tourbillon potentiel sur la surface $\theta = 315\text{ K}$ et de tourbillon relatif à 850 hPa. Ce dernier contient une information complémentaire, à la limite inférieure de la troposphère libre, comme indiqué à la section 1.2.2.

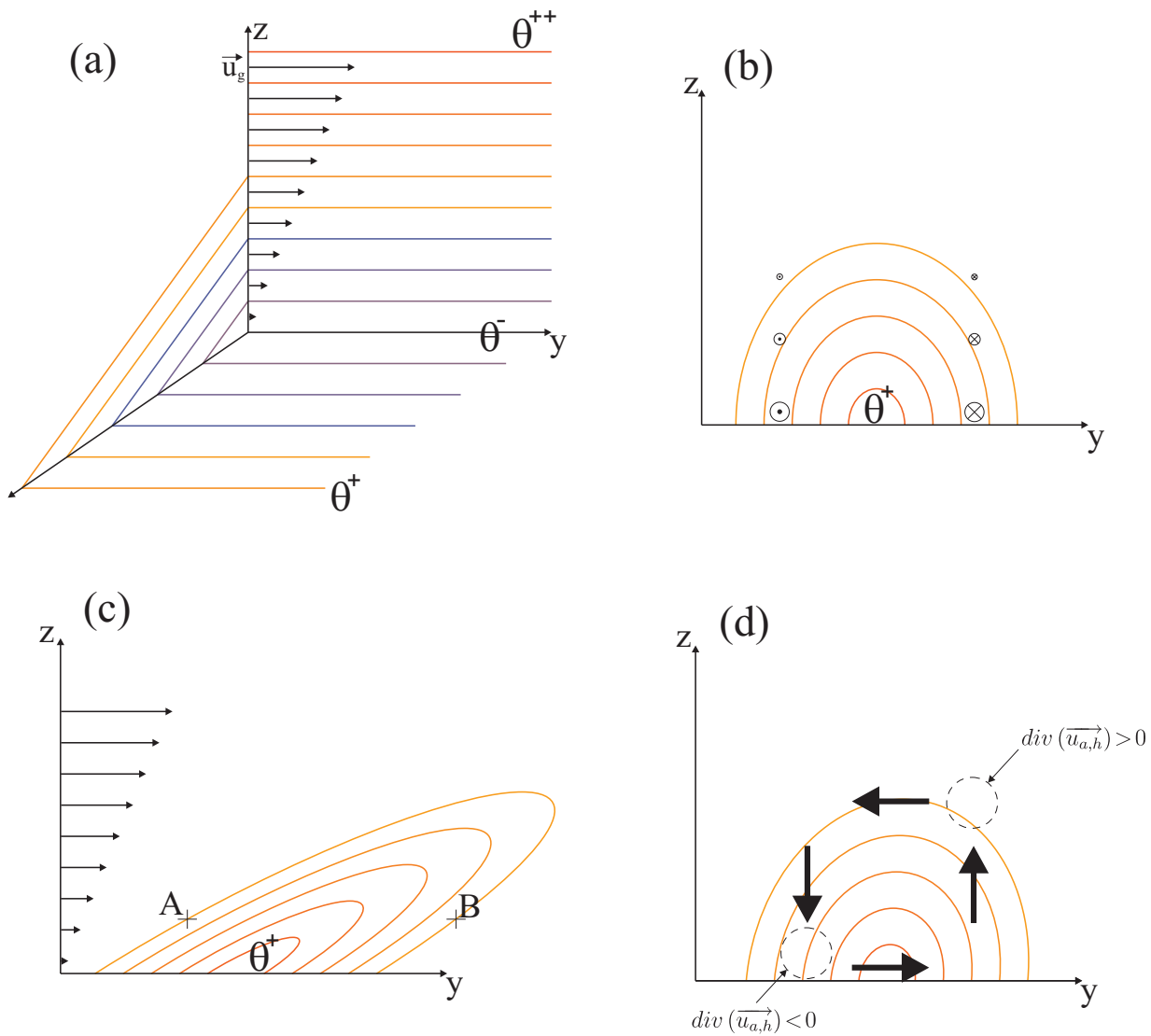


FIG. 1.4 – Schéma illustrant, dans le cadre du système quasi-géostrophique à tourbillon potentiel uniforme, la circulation agéostrophique liée à la présence au sein d'un gradient méridien de température potentielle (a) d'une anomalie positive de température (b). Par la relation de l'hydrostatique et l'équilibre géostrophique, ces deux éléments se traduisent par un champ de vent, le premier par un tourbillon positif qui diminue avec l'altitude, le second par un cisaillement vertical. (c) : ce cisaillement tend à incliner le tourbillon et la température en excès de l'anomalie. En deux points A et B de même tourbillon relatif, la variation verticale de température potentielle est différente, ce qui est incompatible avec l'uniformité du tourbillon potentiel. (d) : pour maintenir un état acceptable au sens des équilibres hydrostatiques et géostrophiques, une circulation agéostrophique est nécessaire, contenant des vitesses verticales de part et d'autre de l'anomalie.

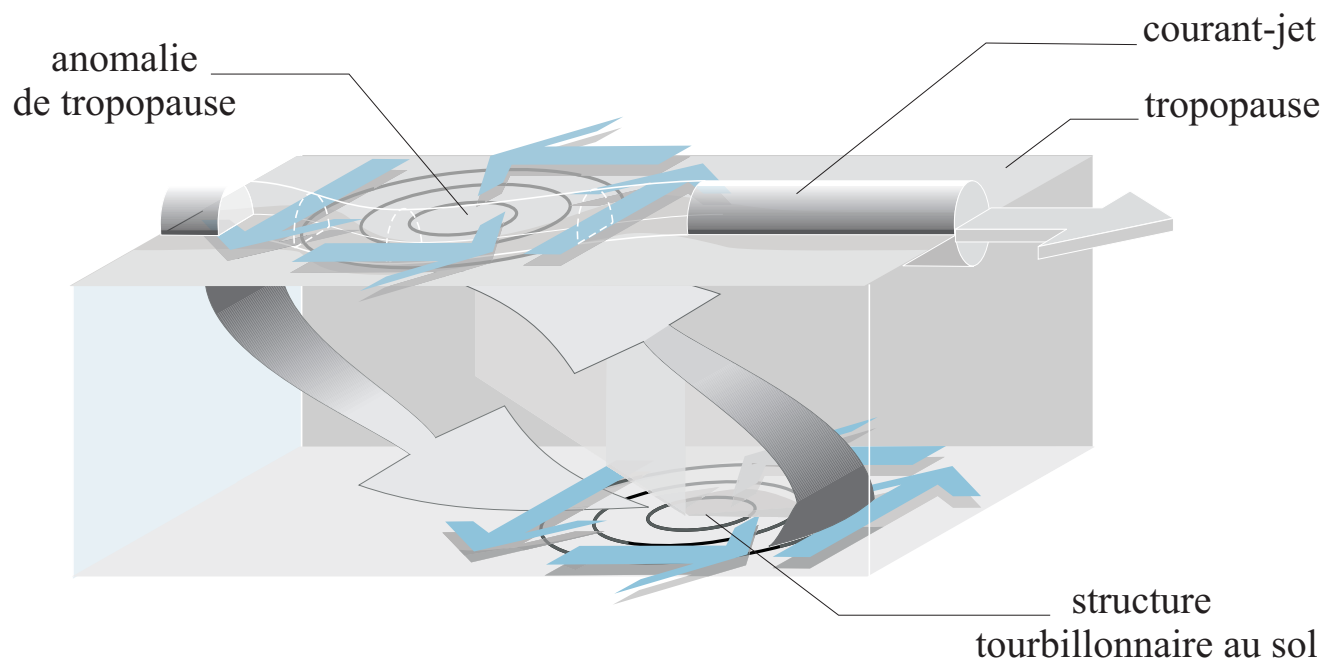


FIG. 1.5 – Représentation idéalisée de l’interaction barocline constructive entre deux structures tourbillonnaires, l’une au sol et l’autre à la tropopause dans un courant-jet. Les flèches dégradées grises matérialisent les vitesses verticales qui leur sont associées. Figure A. Joly.

On peut remarquer que le champ de tourbillon potentiel à 315K possède une large variation méridienne. Plus précisément, il existe une zone de très faible extension horizontale qui délimite ce qui est communément appelé le vortex polaire. Il s’agit de l’intersection entre la surface isentrope 315K et la tropopause. Cette limite connaît de larges fluctuations en latitude et possède très généralement une forme relativement tortueuse, issue d’un large spectre de dynamiques d’échelles différentes. Une vue hémisphérique montrerait la limite du vortex polaire dominée par la propagation d’ondes de Rossby (Schwierz et al., 2004). Lors de leur évolution non-linéaire, ces ondes peuvent déferler de manière cyclonique et donner naissance à une structure relativement isotrope ou bien de manière anticyclonique et se filamenter en une longue bande de tourbillon potentiel, qui est ensuite progressivement détruite par des processus de mélange de petite échelle. Un exemple d’une telle évolution est visible sur le nord des États-Unis le 19 décembre à 18UTC. Thorncroft et al. (1993) parlent de déferlements de type LC1 (anticyclonique) et LC2 (cyclonique).

C’est de manière volontaire que la figure 1.6 se focalise sur une partie seulement du vortex polaire. En effet, aux échelles inférieures aux échelles planétaires, les déformations de la tropopause sont dominées par des structures tourbillonnaires localisées, de l’ordre typiquement du millier de kilomètres. Deux exemples de telles structures se situent le 20 à 18UTC, l’une au large de Terre-Neuve et l’autre à l’ouest de l’Irlande. Ces éléments sont repérables sur les images précédentes, au moins 24 heures avant, et suivantes – jusqu’au 21 à 18UTC pour celle située sur l’Europe de l’Ouest – ce qui indique une certaine cohérence temporelle.

Le champ de tourbillon relatif à 850 hPa a une configuration assez radicalement différente. En effet, il ne possède pour ainsi dire pas de variations de grande échelle. Comme l'illustre la figure 1.6, ce champ est composé de structures que l'on peut qualifier de cohérentes dans la mesure où elles se démarquent individuellement – elles sont relativement aisément identifiables sur une image (cohérence spatiale) – et elles sont bien souvent reconnaissables d'un pas de temps à l'autre (cohérence temporelle). Un exemple en est la dépression qui se crée le 19 à 18UTC par 37°N et 60°O au large des côtes américaines. On peut la suivre jusqu'au 21 à 18UTC. Elle est à cet instant de forme complexe, avec deux maxima locaux. Un point important à signaler réside dans le fait qu'en géométrie sphérique, une structure de tourbillon relatif sur une surface S associée à un champ de vent est par construction – dans la limite où S n'intersecte pas le sol à proximité de celle-ci – nécessairement de moyenne nulle, quel que soit le processus qui en est à l'origine. On peut ainsi la voir comme une concentration locale et temporaire de tourbillon, qui ne se crée ni ne se détruit.

Notons enfin que le 20 à 18UTC, chacune des deux dépressions sur l'Atlantique, l'une à 40 et l'autre à 55°N, est associée à une structure de tourbillon potentiel directement en amont. Ces deux configurations illustrent le modèle conceptuel de l'interaction barocline présenté précédemment.

Les structures de tourbillon potentiel et relatif qui ont été mises en avant dans cette section correspondent à la nature des objets auxquels nous nous intéresserons au cours de cette thèse.

1.2.5 Utilisation du formalisme dans le cadre d'expériences numériques

La vision "objets" de la dynamique des moyennes latitudes conduit à tenter d'identifier, parmi le très grand nombre de paramètres nécessaires à la description des échelles synoptiques et supérieures du système atmosphérique, ceux qui concentrent l'information utile à la compréhension d'un événement. On cherche ainsi à aboutir au résumé d'une situation météorologique à l'aide d'un minimum d'éléments afin d'en faciliter son appréhension. Plu et Arbogast (2005) ont montré que cette description en objets pouvaient aboutir à la construction de méthodes efficaces de prévision d'ensemble : dans le cadre du modèle quasi-géostrophique à tourbillon potentiel uniforme, ils montrent qu'un ensemble construit par perturbation de paramètres simples caractérisant deux structures (leur amplitude, leur taille et leur position relative) reproduit mieux la variabilité d'une situation identifiée à faible prévisibilité, qu'un ensemble bâti à l'aide de méthodes classiques de recherche de vecteurs singuliers. Par ailleurs, les études idéalisées de Montgomery et Farrell (1992), de Schär et Wernli (1993) ou bien encore celle réalisée durant cette thèse et apparaissant dans le présent manuscrit à la section 5.1 (Gilet et al., 2009) illustrent le fait que construire un état initial à partir d'un environnement et d'un nombre très limité de structures définies à l'aide de quelques paramètres seulement, est un moyen efficace de mettre en lumière divers mécanismes dynamiques dans des cadres très simples et d'aboutir à une compréhension plus fine de l'évolution de dépressions réelles.

1.2.6 Importance de la forme des structures

La section 1.2.3 a rappelé le rôle central que joue la configuration verticale des structures tourbillonnaires dans les mécanismes baroclines conduisant éventuellement à leur amplification mutuelle.

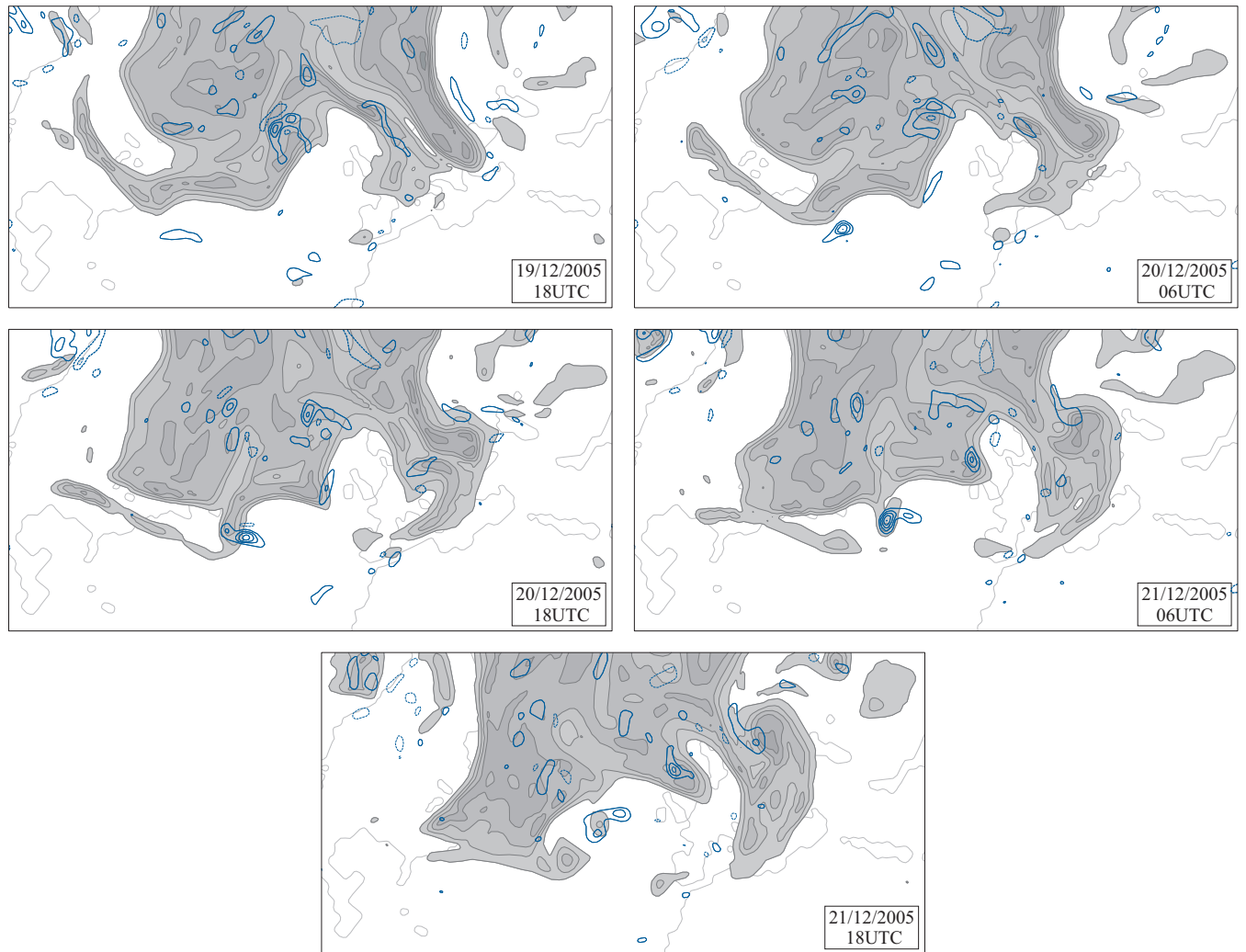


FIG. 1.6 – Tourbillon potentiel à 315 K (plages grisées, intervalle : 1.5 PVU) et tourbillon relatif à 850 hPa (traits bleus, intervalle : $0,75 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$, traits pleins : valeurs positives, traits tiretés : valeurs négatives). Du 19 décembre 2005, 18UTC au 21 décembre 2005, 18UTC par pas de 12 heures, ERA-Interim.

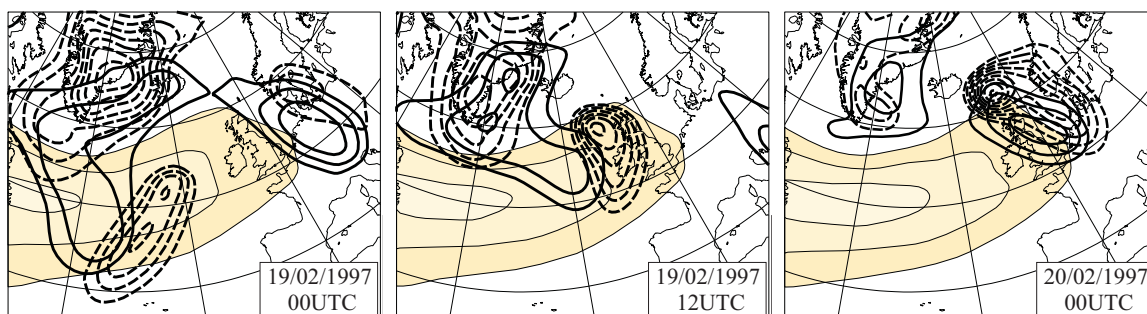


FIG. 1.7 – Examen du cas de la POI 17 de la campagne FASTEX par le biais d’une décomposition en échelles temporelles. En plages colorées, module du vent de basse fréquence à 350 hPa (valeurs supérieures à 30 m.s^{-1} , intervalle : 10 m.s^{-1}) ; en traits continus, le géopotential haute fréquence à 350 hPa (valeurs négatives, intervalle : $500 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$) ; en traits tiretés, le géopotential haute fréquence à 900 hPa (valeurs positives, intervalle : $250 \text{ m}^2.\text{s}^{-2}$). Figurines issues de Rivière et Joly (2006a).

Au sein d’écoulements barotropes (pour lesquels la masse volumique n’est fonction que de la pression, par opposition aux écoulements baroclines), ce sont l’étirement et l’orientation des structures dans le plan horizontal qui sont les éléments clés de leur évolution énergétique. Dans le cas idéalisé où une structure tourbillonnaire est plongée au sein d’un environnement cisailé, sa forme change, résultat de la compétition entre le cisaillement qui lui est imposé et sa propre rotation. Kida (1981) calcule l’évolution de l’étirement et de l’orientation d’une structure elliptique de vorticité constante dans un écoulement de base possédant à la fois une composante de cisaillement et de rotation. Legras et Dritschel (1993) puis Marcus et al. (2000) soulignent l’importance du signe de la vorticité de la structure relativement à celui de son environnement : alors qu’une structure de même signe que son environnement se maintient, un signe opposé conduit à une fragmentation rapide. D’un point de vue énergétique, une structure gagne de l’énergie par le terme barotrope si sa forme s’oppose au cisaillement et en perd si son orientation est proche des axes d’étirement du champ de vent environnemental.

En revenant à la météorologie dynamique, la présence de courants-jet très localisés dans un plan horizontal, possédant donc une forte composante barotrope, pose la question de l’influence des termes barotropes sur la croissance des dépressions. En effet, comme nous le verrons à la section 5.5.5, l’énergie d’une structure tourbillonnaire peut être modifiée par les mécanismes baroclines illustrés à la section 1.2.3 mais également les termes barotropes liés à sa forme dans un plan horizontal. L’étude détaillée faite par Rivière et Joly (2006a) du cas de la dépression observée lors de la POI 17 de la campagne FASTEX (Joly et al., 1999) montre à cet égard deux éléments importants, visibles sur la figure 1.7 qui en est tirée. Le premier est que l’évolution de la forme de la structure correspond à un étirement selon des axes proches des axes de dilatation du courant-jet. Le second, qui en est une conséquence directe, est le rôle central joué par les termes barotropes dans la phase explosive de la dépression. En effet, lors du franchissement du courant-jet, le puits énergétique constitué par le terme d’interaction barotrope est temporairement stoppé à cause d’un retour transitoire à une forme plus isotrope du cœur de la structure.

1.3 Objectifs de la thèse : questions techniques et scientifiques

Cette présente thèse vise à accroître la connaissance de la dynamique des dépressions synoptiques des moyennes latitudes par deux angles d'attaque complémentaires.

Techniquement, il s'agit de mettre en place une procédure automatique qui réalise l'analyse d'une situation météorologique en déclinant le signal en une série de structures et leur environnement. Plus précisément, la présente thèse exploitera les outils numériques existants issus de la thèse de Matthieu Plu (2008). Dans un premier temps, on tentera de pallier l'une de ses faiblesses connues, qui est la prise en compte des structures d'étirement horizontal modéré à assez fort. Ensuite, l'adjonction d'un outil de suivi temporel permettra d'aboutir à une description complète des structures cohérentes d'un point de vue spatial et temporel. Cette séquence algorithmique ainsi construite sera mise en œuvre afin de créer une double climatologie de structures tourbillonnaires aux limites supérieure et inférieure de la troposphère libre (*i.e.* au-dessus de la couche limite).

D'un point de vue scientifique, on s'intéressera à la dynamique des dépressions croisant un courant-jet d'altitude. Une étude idéalisée d'évolution de structures dans un courant-jet zonal visera tout d'abord à mettre en avant les mécanismes dynamiques en action conduisant à certaines caractéristiques de l'évolution de dépressions réelles, plus précisément la traversée du courant-jet et leur changement de forme. Les conclusions de cette étude pourront être documentées à l'aide de la longue série temporelle de structures obtenue.

De manière synthétique, la présente thèse vise à enrichir les outils numériques existants, d'extraction d'une part et de suivi d'autre part, en vue de documenter des aspects nouveaux de la cyclogénèse liés à la forme et l'orientation des dépressions de surface, étudiés par ailleurs d'un point de vue idéalisé.

Chapitre 2

Présentation du formalisme et de l’outil d’extraction de structure cohérente

Ce chapitre est dédié à la présentation de l’outil d’extraction de structure. Le formalisme mathématique sur lequel il repose, les choix qui sont faits ainsi que quelques unes de ses caractéristiques sont détaillées. La dernière partie du chapitre est consacrée à une amélioration portée à l’outil durant cette thèse permettant un traitement plus satisfaisant des structures d’étirement modéré à assez fort, condition indispensable pour mener à bien le travail visé, reposant sur la notion de forme des structures.

2.1 De la transformée de Fourier aux ondelettes

Préambule

Afin de ne pas surcharger le texte, le lecteur est invité à se référer à la page 221 pour la définition de l’ensembles des notations, dont certaines très classiques ne sont pas introduites dans le texte.

Dans la première partie de cette section, nous nous intéresserons aux fonctions à valeurs réelles et de carré intégrable, *i.e.* appartenant à l’ensemble $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, muni du produit scalaire $\langle \cdot | \cdot \rangle$ – défini par : pour tous $g, h \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, $\langle g | h \rangle = \int_{\mathbb{R}} g(t)h(t)dt$ – et de la norme $\| \cdot \|$ associée.

2.1.1 Analyse spectrale : la transformée de Fourier

Analyser un signal revient à organiser l’information qu’il contient de telle sorte à faire apparaître les propriétés que l’on souhaite étudier le plus clairement possible. Dans le cas où le signal est échantillonné, son expression native est typiquement constituée de valeurs en chacun des points de grille. La manière alternative de représenter un signal – la plus ancienne et la plus répandue encore aujourd’hui – repose sur l’utilisation de fonctions sinusoidales : il s’agit de la transformation de Fourier. Cet outil est spécialement bien adapté aux signaux dont les propriétés statistiques sont indépendantes des variables de temps ou d’espace. Un exemple d’un tel signal est le champ de vitesse dans un écoulement homogène pleinement turbulent, dont l’étude du spectre est d’une

part parfaitement justifiée et d'autre part riche en enseignements quant aux mécanismes physiques sous-jacents.

Dans le cadre de l'étude de situations météorologiques d'échelle synoptique, la transformée de Fourier spatiale ou temporelle a été couramment utilisée et est encore employée pour effectuer des séparations entre différentes parties d'un écoulement, notamment en une partie environnementale et une partie "synoptique" (voir la section 1.2.4). Notons qu'en géométrie sphérique, la transformée spatiale utilisée est celle reposant sur les harmoniques sphériques. L'idée sous-jacente repose sur le fait qu'à partir d'une séparation d'échelle bien définie mathématiquement par la transformée de Fourier, on réalise également une séparation entre des phénomènes physiques liés à des dynamiques différentes. En attribuant une gamme de périodes temporelles (typiquement entre 2 et 8 jours) ou spatiales (entre 500 et 4000 km), la projection sur le sous-espace spectral engendré par les harmoniques sinusoidales correspondant à ces fréquences fournit le signal que l'on considèrera comme étant "synoptique". On peut par ailleurs établir des distinctions plus fines en un plus grand nombre de composantes, en extrayant le signal de méso-échelle par exemple. La décomposition en sinusoides possède de nombreux avantages : existence d'algorithmes de transformation rapide, orthogonalité assurée entre les différents éléments obtenus, relative facilité d'interprétation de chacun d'entre eux. Néanmoins, les informations spécifiques à chaque structure sont imbriquées et inextricables par le biais de cette seule analyse. Ainsi, en vue d'extraire des structures individuelles d'échelle particulière, elle ne permet pas de décrire une structure indépendamment des autres sans adjonction d'étapes supplémentaires basées sur des techniques de nature différente.

La transformée de Fourier d'une fonction de carré intégrable $f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, notée \hat{f} , est définie par le produit scalaire de f et des exponentielles complexes : pour tout $\omega \in \mathbb{R}$, $\hat{f}(\omega) = \int_{\mathbb{R}} f(t)e^{-i\omega t} dt$.

Une illustration de cette transformée est fournie par la figure 2.1. Le signal à analyser, illustré par la figurine 2.1a, est composé d'une sinusoïde de fréquence unité ainsi que de deux "pics" bien localisés et de moyenne nulle – définis par une plage négative gaussienne entourant un pic gaussien de plus petite échelle. On peut considérer ce signal comme illustratif de deux structures que l'on cherche à détecter et extraire au sein d'un environnement de variation lente. La transformée de Fourier de ce signal (Fig. 2.1b) ne contient que des informations indépendantes de la position dans l'espace physique. On distingue d'une part la bande fréquentielle associée à la sinusoïde et d'autre part celles liées aux deux structures. Aucune information sur la localisation spatiale ne peut être tirée de l'analyse de Fourier ; ce formalisme à lui seul ne permet donc pas de mener à bien une étude visant à décrire localement divers éléments d'un signal, isolés spatialement mais d'échelle ou de fréquence proches.

2.1.2 La transformée de Fourier fenêtrée

En suivant Gabor (1946), une façon simple de prendre en compte les variations locales (dans l'espace physique) d'un signal est de définir une fenêtre symétrique mettant l'accent sur une partie seulement du signal.

Détaillons le cas unidimensionnel.

Soit $\left\{ \begin{array}{l} g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto g(x) \end{array} \right.$ une fonction symétrique en 0 et à support compact. En pratique, g a une forme plutôt lisse ; une fenêtre gaussienne est souvent utilisée.

Pour tout couple (u, ξ) , on définit la fonction $\left\{ \begin{array}{l} g_{u,\xi}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \\ x \mapsto g_{u,\xi}(x) = g(x-u)e^{i\xi x} \end{array} \right.$.

On construit ainsi une transformation, dite de Fourier fenêtrée (TFF), par le produit scalaire d'une fonction $f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ et de chaque élément – appelé “atome” – de l'ensemble $\{g_{u,\xi}\}_{(u,\xi) \in \mathbb{R}^2}$. Notons que la transformation de Fourier classique correspondrait au cas où g est constante et égale à 1 (g ne serait alors pas à support compact).

Soit $f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. Pour tout couple $(u, \xi) \in \mathbb{R}^2$, on pose $Sf(u, \xi) = \int_{\mathbb{R}} f(x)g(x-u)e^{-i\xi x} dx$. S est une application qui à un élément f de $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ associe sa transformée de Fourier fenêtrée Sf appartenant à $\mathcal{L}^2(\mathbb{R}^2)$.

Reconstruction

À partir d'un élément φ de $\mathcal{L}^2(\mathbb{R}^2)$ vérifiant un critère très sélectif, on peut retrouver $f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ dont la transformée de Fourier fenêtrée est φ . Cette reconstruction peut s'écrire sous la forme : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\mathbb{R}^2} \varphi(u, \xi)g_{u,\xi}(x)d\xi du$.

Cette égalité ressemble fortement à la décomposition dans une base orthogonale. Ce n'est cependant pas le cas puisque l'ensemble $\{g_{u,\xi}\}_{(u,\xi) \in \mathbb{R}^2}$ est très redondant dans $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$.

Compromis espace-fréquence

Une façon de caractériser une méthode d'analyse du signal consiste à s'intéresser à la manière avec laquelle les informations spatiales et fréquentielles sont prises en compte. En d'autres termes, on peut chercher à quantifier la précision de l'analyse selon la rapidité de la variation du signal (selon son échelle, ou son spectre de fréquence).

Nous avons vu que la précision fréquentielle de la transformée de Fourier est optimale tandis qu'aucune information sur la localisation spatiale ne peut en être tirée. La transformée de Fourier fenêtrée vise à réaliser un compromis entre localisation fréquentielle et spatiale. Ces deux notions peuvent être quantifiées de la manière suivante. Soit $(u, \xi) \in \mathbb{R}^2$. Les deux scalaires, définis ici dans le cadre de la transformée de Fourier fenêtrée, $\sigma_t^2 = \int_{\mathbb{R}} (x-u)^2 |g_{u,\xi}(x)|^2 dx$ et $\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} (\omega-\xi)^2 |\hat{g}_{u,\xi}(\omega)|^2 d\omega$ représentent la propagation de l'information selon les variables physique et fréquentielle respectivement. En d'autres termes, une faible valeur indique que la localisation est bonne. Au contraire, de fortes valeurs correspondent à une influence de l'information sur de grands intervalles. Pour la transformée de Fourier fenêtrée, $\sigma_t^2 = \int_{\mathbb{R}} t^2 |g(x)|^2 dx$ et $\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} \omega^2 |\hat{g}(x)|^2 dx$: elles sont indépendantes des valeurs de u et ξ . Notons que ces deux grandeurs sont contraintes par une inégalité, appelée *principe d'incertitude*, qui stipule qu'elles ne peuvent être simultanément aussi petites que l'on souhaite : une bonne localisation temporelle se fait nécessairement au détriment de la précision fréquentielle et réciproquement.

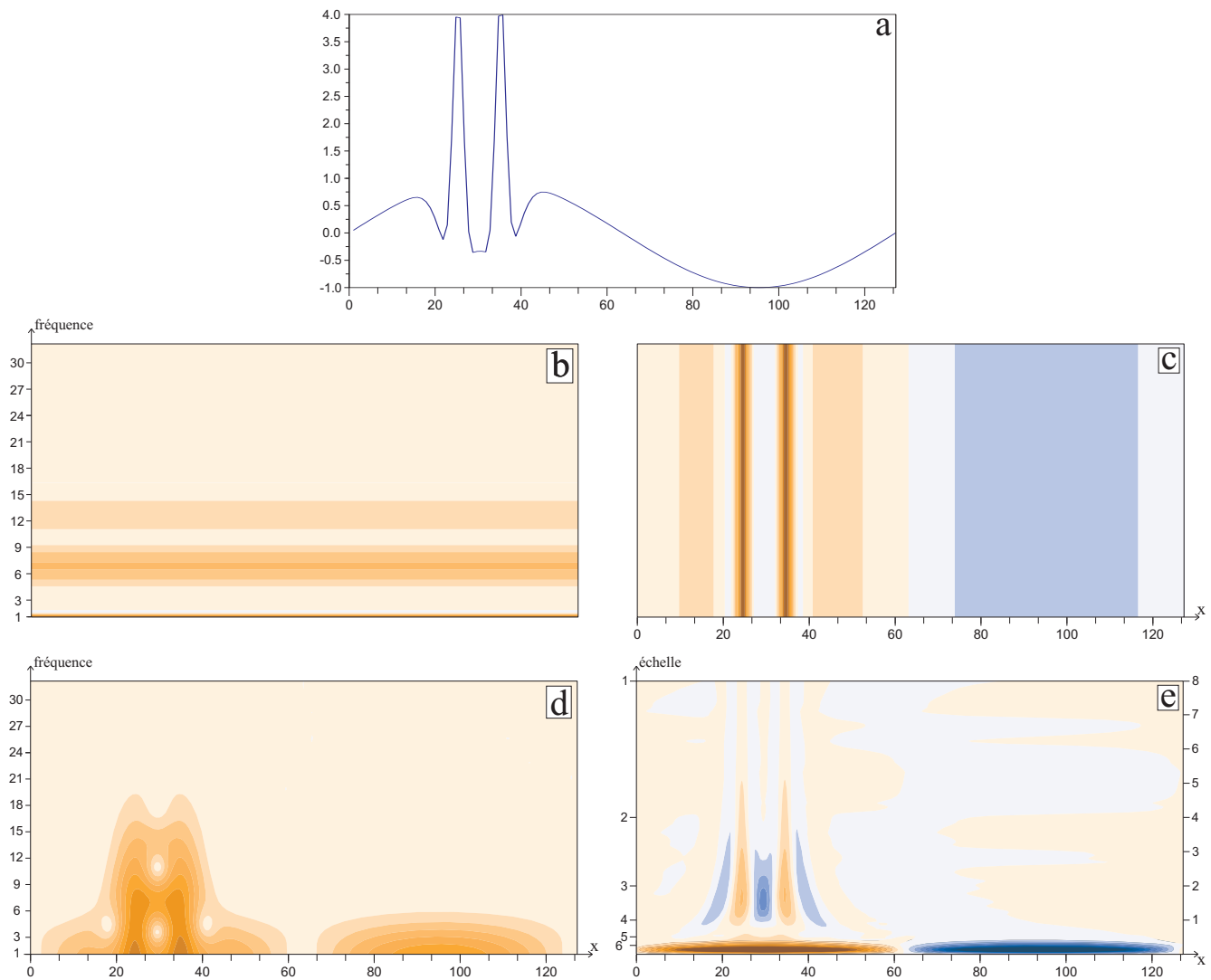


FIG. 2.1 – Analyse d'un signal unidimensionnel. (a) : signal, composé d'une sinusoïde et de deux éléments de petite échelle à moyenne nulle; (b) : analyse par transformée de Fourier (module des coefficients de Fourier); (c) : analyse en points de grille; (d) : spectrogramme de la transformée de Fourier fenêtrée (module des coefficients); (e) : analyse espace-échelle de la transformée en ondelettes – Coifflets à 4 moments nuls (valeur signée des coefficients). Les valeurs positives (resp. bleues) sont représentées par les plages orangées (resp. bleues).

La figure 2.2 offre une illustration schématique classique de la propagation de l'information dans le plan temps-fréquence. Elle représente des rectangles – appelés boîtes de Heisenberg – de côté σ_t et σ_ω . Dans le cas de la transformée de Fourier fenêtrée, le fait que σ_t et σ_ω soient tous deux indépendants des variables temporelle et fréquentielle conduit naturellement à ce que les boîtes de Heisenberg soient des rectangles translétés de dimension identique (figurine c). La comparaison avec les schémas représentatifs de la transformée de Fourier et de l'échantillonnage de Shannon (représentation native en points de grille) montre bien que la transformée de Fourier fenêtrée réalise un compromis entre description spatiale (optimale par échantillonnage de Shannon) et fréquentielle (optimale par transformée de Fourier).

Le calcul de σ_t et σ_ω montre que le choix de la fenêtre g est fondamental : trop petite, l'information de plus basse fréquence est mal analysée (forte valeur de σ_ω) ; trop grande, c'est la localisation spatiale qui devient mauvaise (forte valeur de σ_t). Pour revenir à notre exemple, la figure 2.1d montre les résultats obtenus par la transformation utilisant la fenêtre la plus grande possible qui permette néanmoins de séparer les deux pics gaussiens. On observe que la sinusoïde interfère fortement avec le signal lié aux deux structures. L'indépendance du degré de “zoom” avec la fréquence analysée se révèle être un handicap et empêche une séparation satisfaisante entre les différentes parties du signal que l'on souhaite isoler. En d'autres termes, avec une même précision spatiale et fréquentielle, il n'est pas possible à la fois d'isoler le signal lié à la sinusoïde (l'environnement) et à la fois d'obtenir une séparation satisfaisante des deux pics.

2.1.3 Présentation des ondelettes

Cette section vise à présenter le formalisme des ondelettes en vue de fournir les bases permettant la compréhension de l'intérêt de leur utilisation, des détails de la méthodologie employée pour cette thèse et ses limitations. Le lecteur intéressé est invité à se référer aux ouvrages de Mallat (1998) et Daubechies (2004) pour une description rigoureuse et poussée du formalisme, ou bien encore de Torrèsani (1995) pour une introduction à la fois détaillée et didactique de la transformation continue en ondelettes.

Une limitation de l'approche par transformée de Fourier fenêtrée vient du fait que la fenêtre a une extension constante dans l'espace physique quelle que soit la fréquence analysée. Il en découle un manque relatif de précision fréquentielle pour les signaux de variation lente et au contraire une mauvaise localisation pour les plus hautes fréquences. Un des avantages immédiats de la transformation en ondelettes sur celle de Fourier fenêtrée est d'adapter le “zoom” en fonction de l'échelle, en effectuant des dilatations et des translations d'une unique fonction analysante.

En suivant Mallat (1998), définissons une ondelette unidimensionnelle de la manière suivante : une fonction ψ appartenant à $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ est une ondelette si $\int_{\mathbb{R}} \psi(t) dt = 0$, $\|\psi\| = 1$ et si ψ est centrée au voisinage de 0. Cette définition s'étend naturellement aux espaces à plusieurs dimensions. En anticipant sur les sections suivantes, un exemple d'ondelette unidimensionnelle est illustré par la figure 2.3a.

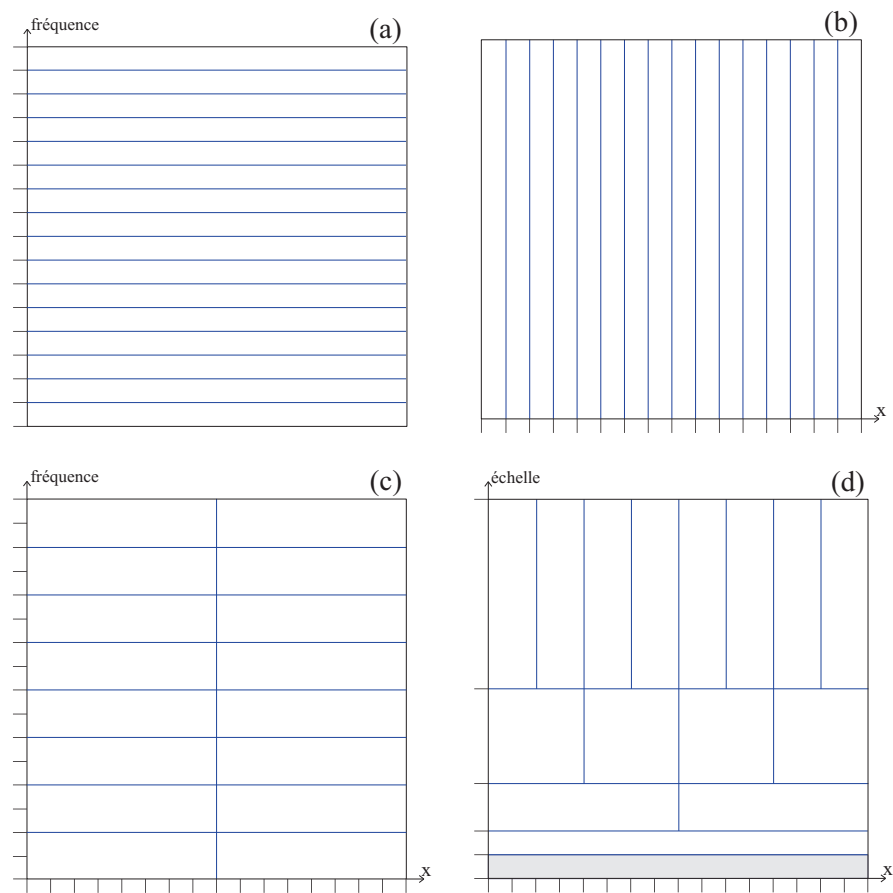


FIG. 2.2 – Représentation schématique à l'aide des boîtes de Heisenberg de la précision de quatre analyses de signaux unidimensionnels. (a) : transformation de Fourier ; (b) : échantillonnage de Shannon ; (c) : transformation de Fourier fenêtrée ; (d) : transformation en ondelettes ; le rectangle grisé correspond à l'information contenue dans le produit scalaire avec la fonction d'échelle.

Soit ψ une ondelette. On définit la transformation en ondelette $W \cdot$ associée à ψ par le produit scalaire de tout élément $f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ avec chacun des éléments de l'ensemble constitué de toutes les images possibles par translation et dilatation de ψ

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{u,s} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \psi_{u,s}(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{x-u}{s}\right) \end{array} \right\}_{(u,s) \in \mathbb{R}^2} : \left\{ \begin{array}{l} Wf : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R} \\ (u,s) \mapsto Wf(u,s) = \langle f | \psi_{u,s} \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(x) \psi\left(\frac{x-u}{s}\right) dt. \end{array} \right.$$

La transformation continue en ondelette unidimensionnelle revient donc à passer d'un signal f à l'ensemble continu de ses coefficients en ondelettes Wf , bidimensionnel.

Spectrogramme

Un calcul similaire à celui effectué pour la transformée de Fourier fenêtrée conduit à des résultats différents quant aux valeurs de σ_t^2 et σ_ω^2 . Bien que le produit de ces deux grandeurs soit toujours contraint par le principe d'incertitude, le formalisme des ondelettes conduit à une adaptation du compromis entre précision spatiale et fréquentielle selon l'échelle analysée. En effet, plus l'échelle s est grande et plus la valeur de σ_ω^2 est petite (elle est proportionnelle à s^{-1}); la localisation fréquentielle de la partie du signal d'évolution lente est précise. Réciproquement, plus l'échelle est petite et plus σ_t^2 est petit – il est en fait proportionnel à s . En détaillant des éléments de très petite extension spatiale ou temporelle, on cherche avant tout à les localiser précisément dans l'espace physique, quitte à perdre en précision fréquentielle. La figure 2.2d montre cette adaptation de l'analyse selon l'échelle : bien que l'aire de chacun des rectangles soit identique, le rapport d'aspect de ceux-ci varie. Ceci conduit, en reprenant l'exemple illustré par la figure 2.1, au fait que (figurine e) d'une part les deux structures de petite échelle sont bien séparées l'une de l'autre (bonne résolution spatiale aux petites échelles) et, d'autre part, ces deux structures sont très peu influencées par la sinusoïde qui reste cantonnée aux seules très grandes échelles (bonne résolution spectrale aux plus grandes échelles).

Inversion

Une propriété essentielle d'une ondelette réside dans le fait qu'elle vérifie (ou non) une condition dite d'admissibilité, qui stipule que la grandeur $C_\psi = \int_0^\infty \omega^{-1} |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega$ doit être finie. Si l'ondelette ψ vérifie cette condition, alors le théorème de Calderón, Grossman et Morel indique que l'énergie est conservée par la transformation en ondelette associée à ψ (Mallat, 1998). Dans ce cas, l'inversion par la “résolution de l'identité” est possible (Daubechies, 2004) :

$$\text{pour tous } f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R}) \text{ et } t \in \mathbb{R}, f(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} Wf(u,s) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) du \frac{ds}{s^2}.$$

La conservation de l'énergie implique qu'il n'y a aucune perte d'information lors du passage entre la donnée du signal dans l'espace physique et son expression par le biais de ses coefficients d'ondelettes (Farge, 1992). Notons que pour que C_ψ soit finie, il est nécessaire que $\hat{\psi}(0) = 0$ (nullité

de la moyenne, assurée par la définition-même d'une ondelette) et que $\hat{\psi}$ décroisse suffisamment rapidement en $+\infty$. De sorte à illustrer ces propos, la figure 2.3c montre le spectre de l'ondelette présentée par la figure 2.3a, qui vérifie en particulier ces propriétés.

Construction d'une base orthogonale

Afin d'aboutir à une information à la fois complète et non-redondante, il est nécessaire de choisir correctement l'ondelette-mère et de sélectionner les translatées-dilatées de celle-ci qui constitueront l'ensemble formant une base de $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$. De nombreux détails et conditions concernant le choix – une fois définie l'ondelette-mère – des deux scalaires quantifiant d'une part le facteur de dilatation et d'autre part l'espacement à une dilatation donnée peuvent être trouvés au chapitre 3 de l'ouvrage de Daubechies (2004). Dans notre cas, en ne considérant que les dilatations par des puissances de 2 (transformée dyadique) et les translations judicieusement choisies d'une ondelette-mère ayant des propriétés adéquates, *i.e.* en construisant la famille

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{j,n} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \psi_{j,n}(x) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{x-2^j n}{2^j}\right) \end{array} \right\}_{(j,n) \in \mathbb{Z}^2},$$
 on définit une base orthogonale de l'ensemble des fonctions de $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$.

Les produits scalaires d'un vecteur avec chacun des éléments de cet ensemble, appelés coefficients d'ondelettes, définissent une transformée en ondelette orthogonale.

Pour conclure ce paragraphe, introduisons une fonction de grande importance, définie à la suite de la détermination de l'ondelette : il s'agit de la fonction dite d'échelle, traditionnellement notée ϕ . Elle permet d'achever en une seule étape l'analyse d'un signal, que l'on peut souhaiter limitée à certaines échelles d'intérêt (pour des questions de coût numérique par exemple). Le résultat de ce calcul est communément appelé *approximation*. La fonction ϕ joue le rôle d'un filtre passe-bas permettant de compléter le spectre balayé par les différents filtres passe-bande utilisés. Notons que la moyenne d'un signal est donc contenue dans le produit scalaire de celui-ci et de ϕ .

2.1.4 Stratégie d'utilisation

Après avoir présenté les ondelettes de manière générale, cette section détaille les choix faits quant à l'espace de travail et le mode d'utilisation des ondelettes.

Géométrie de l'espace utilisé

En pratique, nous ne disposons que d'une information parcellaire sur les champs météorologiques étudiés. Ils sont en particulier discrétisés sur une grille, que l'on considère ici régulière et rectangulaire. Dans le cas unidimensionnel, on cherche donc à analyser non plus un élément de $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ mais un vecteur appartenant à \mathbb{R}^m , où m est le nombre de points de grille.

En cohérence avec l'hypothèse hydrostatique, valable aux échelles étudiées, il est légitime d'appliquer une séparation entre les coordonnées horizontales et la coordonnée verticale. En d'autres termes, les grands équilibres régissant les mouvements dans l'atmosphère sont tels que cette dernière

peut être vue comme une succession de plans horizontaux, la coordonnée verticale jouant un rôle très différent des deux coordonnées horizontales.

Par ailleurs, l'échelle des phénomènes auxquels ce travail est dédié est telle que l'utilisation d'outils définis sur une géométrie sphérique serait idéale. Schröder et Sweldens (1995) présentent une base biorthogonale d'ondelettes sur la sphère. Rosca (2005) introduit une analyse multi-résolution basée sur une ondelette à support compact, définie à l'aide d'une grille triangulaire sur la sphère. Il n'existe cependant pas à ce jour de base d'ondelettes orthogonales sur la sphère. Il s'en suit que le choix s'est porté sur une stratégie de projection sur une grille rectangulaire plane, permettant l'utilisation de l'une des nombreuses bases orthogonales d'ondelettes connues dans cet espace. La figure 2.4 montre le domaine sur lequel l'ensemble des champs météorologiques sont projetés, à l'aide d'une projection de Lambert. Celle-ci présente l'avantage de conserver les angles (projection conforme). Ceci implique que, contrairement aux projections de Peters (projection équivalente) ou de Robinson (projection aphylactique) par exemple, aucune direction n'est privilégiée : en tout point, un cercle sur la sphère est bien représenté par un cercle sur le plan. Le facteur d'échelle, mesurant la variation de la distance réelle entre deux points de grille, est essentiellement cantonné à un intervalle entre 1 et 1,1 entre 20°N et le cercle polaire. Enfin, notons que le champ est discrétisé en $2^7 = 128$ points de grille selon l'axe des abscisses et en 64 points selon l'axe des ordonnées.

Choix de l'ondelette

L'ondelette choisie pour l'algorithme d'extraction est la Coiflet 4 (Daubechies, 1988). Parmi les ondelettes qui engendrent une base orthogonale, ce choix a été motivé par un compromis entre son extension spatiale limitée et le nombre de moments nuls (quatre). On trouvera plus de détails à ce sujet dans Plu (2008). La figure 2.3 présente les fonctions d'ondelette ψ et d'échelle ϕ ainsi que leur spectre de Fourier respectif.

Notons que ψ est quasiment symétrique. Par ailleurs, ψ étant de moyenne nulle, son pic principal est entouré de deux minima d'amplitude environ moitié moindre. Les figurines c et d montrent que ψ joue le rôle d'un filtre passe-bande et ϕ celui d'un filtre passe-bas.

Ondelettes bidimensionnelles

Dans un espace à deux dimensions, il existe au-delà de la translation et de la dilatation un degré de liberté supplémentaire, la rotation. On pourra trouver dans le chapitre 3 de l'ouvrage de Meyer (1989) des détails quant aux manières de construire une analyse en ondelettes en dimension supérieure à 2. Ici, on choisit de construire les ondelettes bidimensionnelles en partant de l'ondelette unidimensionnelle décrite précédemment. Plus précisément, trois ondelettes bidimensionnelles élémentaires (plus l'approximation) sont définies par produit tensoriel¹ des fonctions d'ondelette et d'échelle. On définit donc quatre fonctions de $\mathbb{R}^{m \times n}$ (où m est le nombre de points selon une direction, disons selon l'axe des abscisses x , et n selon la direction perpendiculaire des ordonnées y) qui sont les quatre produits tensoriels selon les deux directions possibles des deux fonctions ψ et ϕ .

¹Le produit tensoriel de deux fonctions unidimensionnelles f et g est défini par : $(f \otimes g)(x, y) = f(x).g(y)$.

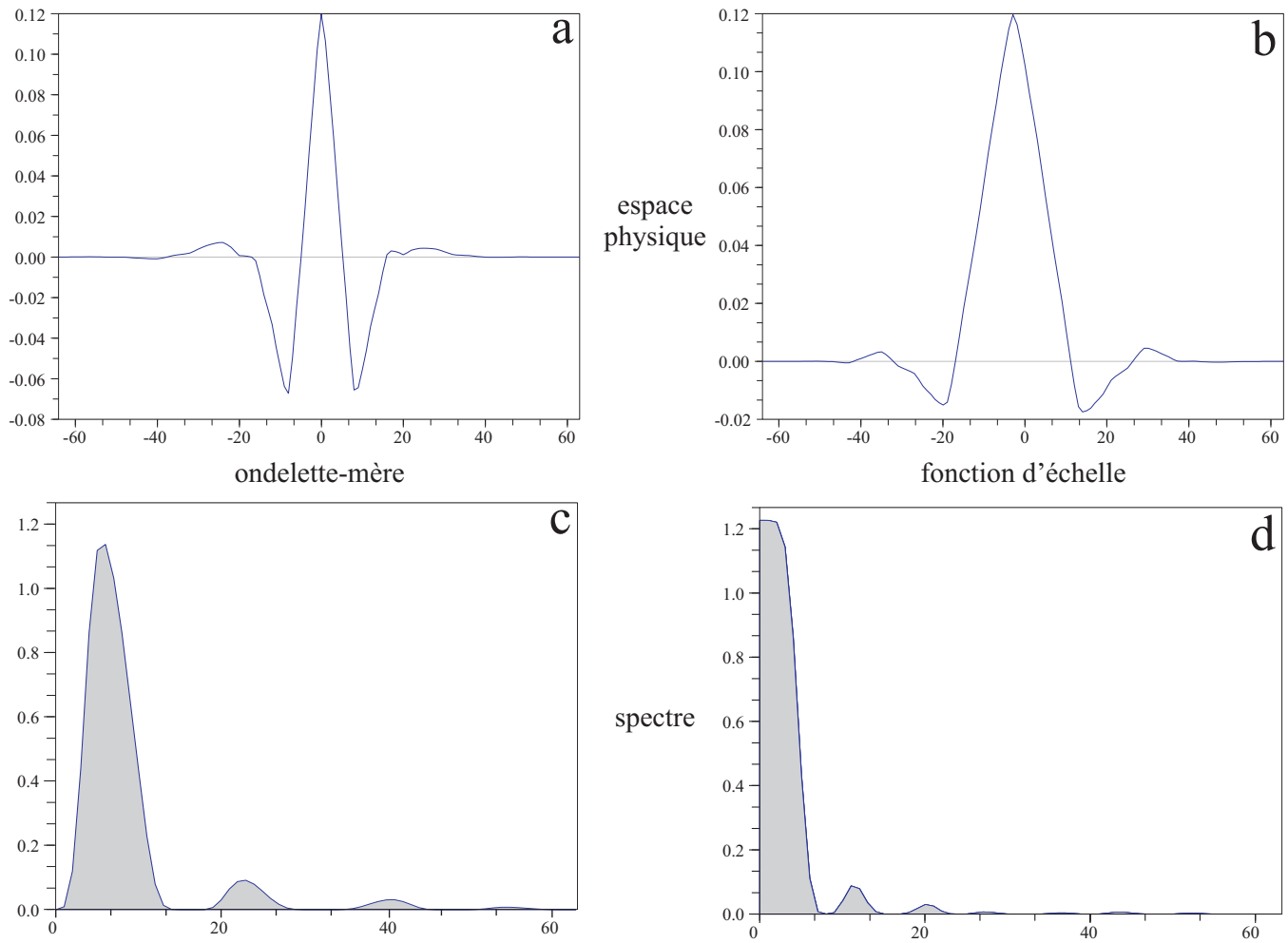


FIG. 2.3 – Illustration des ondelettes utilisées, Coiflets à quatre moments nuls. (a) : représentation de l'ondelette-mère dans l'espace physique ; (b) : fonction d'échelle dans l'espace physique ; (c) : spectre de Fourier de l'ondelette-mère ; (d) : spectre de la fonction d'échelle.

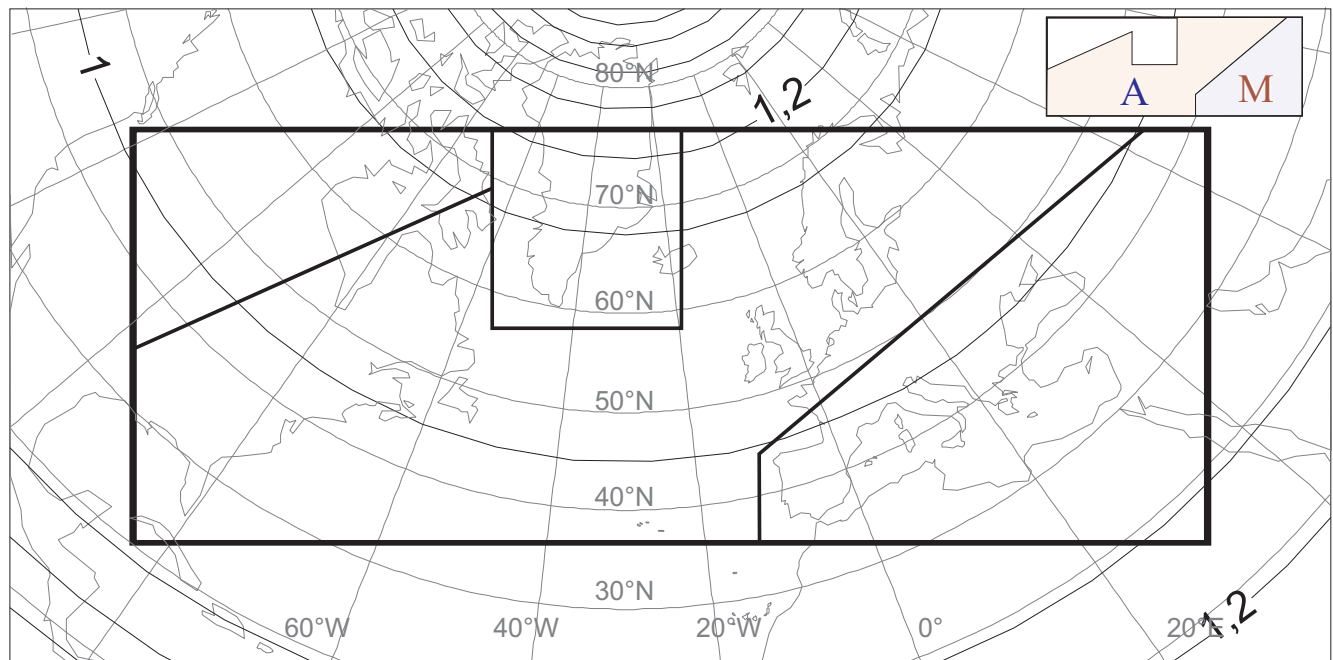


FIG. 2.4 – Domaine d'étude. Projection conforme de Lambert, cône tangent à 45°N . Lignes noires : facteur d'échelle (intervalle : 0,1). Le sous-domaine de recherche d'extrémum apparaît en traits épais. Les sous-domaines "Atlantique" et "Méditerranée" sont également présentés. Figure tirée de Plu (2008).

En d'autres termes, ces fonctions s'écrivent comme le produit de l'ondelette-mère et de la fonction d'échelle selon les directions x et y . On qualifiera ces fonctions de diagonale (produit de ψ selon les deux directions x et y), verticale et horizontale (produits de ϕ et ψ dans des directions perpendiculaires), sans oublier l'approximation (produit de ϕ selon les deux directions). La figure 2.5 illustre les trois premières fonctions à différentes échelles. Notons que les translatées et dilatées – selon les pas définis de la même manière que sur une droite – de chacun de ces éléments forment une base orthogonale de l'ensemble des vecteurs de $\mathbb{R}^{m \times n}$.

Invariances

Une difficulté liée à l'analyse d'un signal bidimensionnel réside dans le fait que, pour notre application, il n'est pas fondé d'attribuer à une quelconque direction un statut particulier. Il s'avère donc nécessaire de veiller à ce que les résultats obtenus soient affectés le moins possible par l'orientation plus ou moins fortuite d'une structure par rapport à l'un des axes du domaine. La section 2.5 présentera en détail la méthode mise en place pour obtenir une invariance par rotation de la description d'une structure dans une base orthogonale d'ondelettes bien choisie.

De la même manière, comme évoqué plus haut, il est pertinent de chercher à rendre l'analyse invariante par translation. Plu (2008) a proposé d'utiliser la transformée quasi-continue présentée ci-dessous et qui possède cette propriété.

Transformation quasi-continue

Est ici visée une illustration des informations bidimensionnelles obtenues par analyse à l'aide des ondelettes définies ci-dessus. La figure 2.6 présente cinq éléments construits à partir d'une telle analyse, qui a été appliquée au champ total de tourbillon potentiel (figurine a) issu de la réanalyse ERA-Interim pour la date du 3 janvier 1989, 06UTC.

La transformation quasi-continue (Coifman et Donoho, 1995), couramment notée SWT pour Stationary Wavelet Transform, consiste à mettre en œuvre la transformation en ondelette après chacune des translations initiales possibles de la base orthogonale. Moyenner les transformées obtenues après chaque translation et dont on ne garde que les composantes d'une échelle donnée permet de construire un champ caractérisé par l'échelle sélectionnée et qui ne dépend pas de la position plus ou moins fortuite du signal initial relativement aux fonctions analysantes. En notant i cette échelle, on désignera par PB_i le filtre passe-bande ainsi défini, ou bien par abus de notation le champ obtenu lui-même.

Les figurines 2.6c et 2.6d représentent la transformée quasi-continue aux échelles 3 et 4 pour les ondelettes diagonales. On peut remarquer que ces champs ont une forte composante diagonale : selon l'orientation du domaine de projection, les valeurs obtenues sont sensiblement différentes. Les champs liés aux ondelettes horizontales et verticales présentent également une anisotropie marquée selon les axes du domaine. Les champs reconstruits à partir de chacun de ces deux transformées sont figurés respectivement en e et f. Ils ont une dépendance plus faible à l'orientation des axes du domaine, mais toujours présente. Elle sera retrouvée de manière statistique dans la section 2.5.

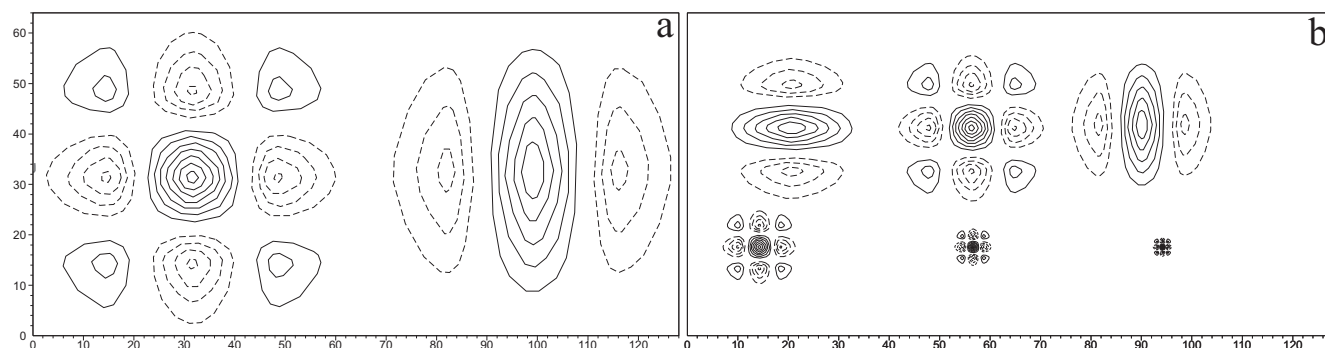


FIG. 2.5 – Illustration des ondelettes bidimensionnelles. (a) : ondelettes diagonale et horizontale d'échelle 5; (b) : ondelettes verticale, diagonale et horizontale d'échelle 4 (première ligne), ondelettes diagonales d'échelle 3, 2 et 1 (seconde ligne). Valeurs positives (resp. négatives) : traits pleins (resp. tiretés).

On peut enfin noter que les structures dans le champ reconstruit ont une extension horizontale supérieure à celles que l'on identifie dans le champ SWT.

En utilisant les valeurs de la transformée quasi-continue à toutes les échelles inférieures à une échelle caractéristique de coupure correspondant aux objets que l'on cherche à décrire, on peut également construire un champ filtré passe-haut (figurine b), contenant pour l'illustration toutes les échelles 1 à 4. Les conditions aux limites étant supposées périodiques, des artefacts sont présents à proximité des bords du domaine. C'est la raison pour laquelle un sous-domaine, apparaissant sur la figure 2.4, est utilisé.

2.2 Champs utilisés

2.2.1 Base de données

En vue d'aboutir à des résultats statistiquement robustes et de réaliser une large climatologie de structures synoptiques, il est nécessaire d'utiliser une base de données aussi homogène que possible et suffisamment profonde. Durant la thèse, une grande partie des développements a été réalisée à partir des données issues de la réanalyse ERA-40 (Uppala et al., 2005) du Centre Européen de Prévision Météorologique à Moyen Terme (CEPMMT ou ECMWF en anglais). En novembre 2008, dix-sept années de la génération suivante, ERA-Interim (Simmons et al., 2007), ont été mises à disposition. L'ensemble des résultats présentés dans ce manuscrit ont donc été élaborés à partir de cette dernière source de données.

ERA-Interim est une réanalyse de données météorologiques réalisée par le CEPMMT, démarrant en janvier 1989 et actualisée régulièrement. Le système d'assimilation de données utilisé est le 4D-Var dans sa version IFS CY31r1/2, avec une fenêtre d'optimisation de 12 heures. De même que pour ERA-40, la discrétisation verticale est faite sur 60 niveaux mais la résolution horizontale a été augmentée : T255 au lieu de T159. La grille de Gauss réduite liée à cette troncature T255 a

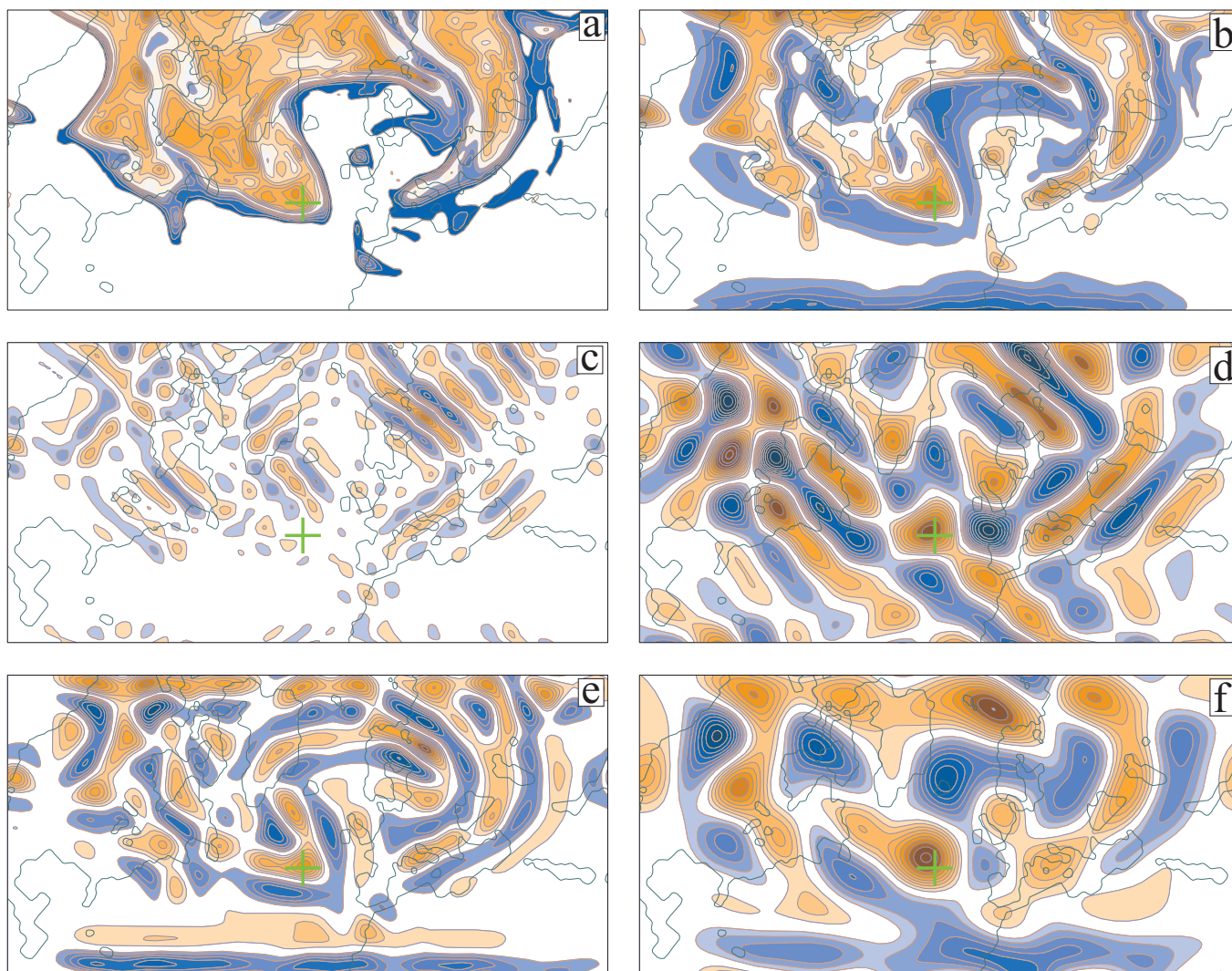


FIG. 2.6 – Analyse en ondelettes du champ de tourbillon potentiel (a) issu de la réanalyse ERA-Interim (03/01/1989, 06UTC). (b) : champ passe-haut, échelle de coupure 4 ; (c), (d) : champs de transformée quasi-continue, coefficients diagonaux d'échelle 3 (c) et 4 (d) ; (e), (f) : reconstruction aux échelles 3 et 4 respectivement, en gardant les coefficients diagonaux, horizontaux et verticaux à ces échelles. (a), (b), (e), (f) : intervalle 0,8 PVU ; (c), (d) : 0,4 PVU. (a) : plages orangées (resp. bleues) : valeurs supérieures à 5,4 PVU (resp. comprises entre 0 et 4,8 PVU) ; (b-f) : valeurs positives (resp. négatives) en plages orangées (resp. bleues). La croix pointe une structure d'échelle synoptique.

tourbillon potentiel	315, 330, 350 K 900, 850, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100 hPa
tourbillon relatif	900, 850, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100 hPa
température potentielle	900, 850, 800, 700, 600, 500, 400, 300, 250, 200, 150, 100 hPa
vitesse verticale	600 hPa
vitesse horizontale	850, 700 et 300 hPa

TAB. 2.1 – Liste des champs utilisés, sur deux types de surface : iso-température potentielle et isobare.

un espacement d'environ $0,7^\circ$ (77 km). De nombreuses améliorations ont été apportées par rapport à la précédente génération, ERA-40. ERA-Interim a bénéficié de développements récents faits sur l'assimilation de la variable humide et d'une physique de meilleure qualité. Le système VarBC de correction de biais des radiances satellitaires est utilisé.

La base de données disponible dans l'équipe d'accueil et synthétisée par le tableau 2.1, contient un certain nombre de champs issus de cette réanalyse au format grib, sous forme de données latitude-longitude par pas de $1,5^\circ$ sur l'hémisphère nord, qui est une résolution suffisante pour les échelles visées, et par pas de 6 heures.

2.2.2 Choix des champs

Comme illustré à la section 1.2.4, les structures d'échelle synoptique déformant la tropopause ont une signature marquée sur le champ de tourbillon potentiel sur la surface isentrope $\theta = 315\text{K}$. Par ailleurs, la dynamique de la partie basse de la troposphère peut être décrite par le champ de tourbillon relatif à 850 hPa, qui peut par ailleurs faire office de condition à la limite inférieure en vue de l'inversion du tourbillon potentiel (section 1.2.2). En définitive, ce sont les deux champs de tourbillon potentiel à 315 K et de tourbillon relatif à 850 hPa qui seront utilisés par la suite.

2.3 Stratégies d'extraction – diverses approches

D'un domaine à un autre (traitement d'image, étude de la turbulence, météorologie dynamique entre autres), le vocabulaire diffère parfois sensiblement. Dans le présent manuscrit, on prendra le parti de désigner par le terme de **détection** le processus conduisant à une liste de couples de positions et d'instant, pointant la seule information de présence d'éléments d'intérêt et par **extraction** la démarche menant à la décomposition d'un champ en plusieurs composantes, à savoir un ou plusieurs champs contenant chacun une et une seule structure cohérente et le champ résiduel obtenu par soustraction de ces structures au champ initial.

2.3.1 Bref tour d'horizon des décompositions usuelles en météorologie

Détection

En vue d'une description partielle, visant à aboutir à la seule information de présence d'une structure dans un champ météorologique en un lieu et un instant, la détection d'extrema dans un champ issu d'une projection a été mise en œuvre dans un certain nombre d'études. Ayrault et al. (1995) examinent ainsi les maxima du champ de vorticité après filtrage temporel, puis Hoskins et Hodges (2002, 2005) étudient les extrema de divers champs (pression réduite au niveau de la mer, tourbillon relatif et température à 850 hPa entre autres) après retrait des cinq premières harmoniques sphériques.

Dans le cas d'études sur des domaines et des champs pour lesquels la superposition de signaux de différentes échelles ne pose pas trop de difficultés – domaines réduits tels que la Méditerranée ou bien le tourbillon relatif à 850 hPa – il n'est parfois pas effectué de décomposition avant détection, comme dans les études d'Alpert et al. (1990), Trigo et al. (1999, 2002), Jansà et al. (2001) ou bien encore Picornell et al. (2001).

Détection et extension spatiale

À l'étape de détection peut succéder une recherche de l'extension spatiale de chacune des structures extraites. Il s'agit alors de la construction d'un masque d'appartenance à l'un des éléments détectés. En météorologie, diverses techniques basées sur la notion de connexité au sens d'un multi-seuillage ont été mises en œuvre par Lionello et al. (2002), Hodges et al. (2003) et Wernli et Schwierz (2006).

Décomposition binaire

Afin de procéder à des études de cas isolant l'ensemble du signal synoptique de l'environnement, de nombreux auteurs utilisent une séparation d'un champ météorologique en deux parties. Chacune est alors considérée comme représentative d'une composante bien identifiée de l'écoulement et dont la dynamique dépend de mécanismes spécifiques. Cette séparation est obtenue par filtrage passe-haut spatial (Nielsen-Gammon et Lefevre, 1996; Descamps et al., 2007) ou bien temporel (Rivière et Joly, 2006a,b).

Décompositions multiples

Chaigne et Arbogast (2000) ajoutent une étape à cette décomposition binaire, réalisée par projection sur des harmoniques sphériques, en sélectionnant manuellement la structure d'intérêt et en procédant à une extraction par connexité selon un seuil. De manière très similaire, Roebber et al. (2002) utilisent une moyenne temporelle pour définir un champ d'anomalie. Ensuite, ils identifient une poche de fort tourbillon potentiel en utilisant des critères sur la valeur de PV (supérieure à 0,5 PVU), sur l'altitude et sur la localisation géographique. Ils aboutissent ainsi à la décomposition du champ de PV en plusieurs composantes. Hakim et al. (1995) utilisent directement le champ

total et extraient deux structures contenues dans deux zones distinctes de fort tourbillon potentiel, zones identifiées par les contours fermés à 500 hPa.

Davis et Emanuel (1991); Davis (1992) et Huo et al. (1999) calculent la différence à une simple moyenne temporelle. Ensuite, le champ d'anomalie est décomposé en trois parties selon la cause probable des valeurs positives de tourbillon potentiel : PV stratosphérique, PV troposphérique (en-dessous de 500 hPa) avec une humidité relative supérieure à un seuil (70%), PV et température potentielle proches de la couche limite – une dernière partie étant constituée de ce qu'il reste.

Mis à part l'algorithme d'extraction développé par Plu (2008), perfectionné et automatisé pendant la présente thèse, il n'existe pas à ce jour d'outil automatique, et pour une large part objectif, réalisant une décomposition d'un champ météorologique d'échelle synoptique en une série de structures. Cependant, des méthodes automatiques d'extraction de structures ont été mises en œuvre dans des domaines différents, la section suivante en donne un exemple.

2.3.2 Extraction complète : l'exemple de l'algorithme de Rué et Bijaoui (1997)

Dans le domaine de l'analyse d'images astrophysiques, et en particulier la détection de galaxies, qui sont alors l'équivalent des structures que l'on cherche à extraire, Rué et Bijaoui (1997) ont mis au point une méthode de détection et d'extraction basée sur des techniques présentant des points communs avec celle utilisée ici. Cette section est dédiée à une brève présentation de leur algorithme.

Détection

Soit une image monochrome, qui peut donc être décrite à l'aide d'un champ scalaire bidimensionnel. Dans un premier temps, pour chaque échelle d'ondelette, la transformée en ondelettes quasi-continue (SWT) de l'image est calculée. L'algorithme détecte ensuite, pour chaque échelle, les extrema de ces champs de SWT puis détermine les domaines d'influence de chaque maximum par multiseuillage. On aboutit alors à une liste de points auxquels correspondent à la fois un domaine spatial connexe et un scalaire, l'échelle.

Extraction

Ensuite, un arbre établissant un lien entre chaque échelle, disons i , et les échelles plus petites (inférieures à i) est construit : un maximum d'échelle $(i - 1)$ est une "branche" d'un maximum d'échelle i s'il appartient au domaine d'influence de ce dernier. Une fois les connexions entre échelles effectuées, l'échelle telle que le maximum du champ SWT en question est d'amplitude supérieure à celui des échelles immédiatement inférieure et supérieure est retenue. On aboutit donc à une liste d'objets, dont on a en particulier déterminé l'échelle.

Notons $\Omega = \{(i, j, k) \mid \text{un maximum est présent au point } (j, k) \text{ dans le champ SWT d'échelle } i\}$ et S_O le sous-ensemble de Ω associé à un objet O . L'image associée à un objet détecté O est obtenue en minimisant la distance, en chacun des points de S_O , entre les valeurs prises par le champ SWT de l'image en sortie et les valeurs calculées à partir du champ initial. Cette étape de construction

d'objet ne repose donc pas sur la décomposition dans une base d'ondelettes. On peut remarquer que cette méthode est très proche de celle proposée par Mallat et Zhong (1992) pour la reconstruction de champ. Une différence notable avec cette dernière référence réside dans le fait que Rué et Bijaoui (1997) ne se préoccupent pas de la contrainte liée au fait que les maxima des champs SWT doivent effectivement se situer en S_O . En d'autres termes, seules comptent les valeurs en ces points particuliers, qu'elles constituent ou non des maxima des champs SWT de l'image finalement obtenue.

Quelques commentaires

Comme nous le verrons dans la section suivante, cette méthode suit dans les grandes lignes les étapes constituant l'algorithme utilisé dans la présente étude : détection des objets présents et détermination de leur échelle puis extraction. On peut retenir que l'étape de construction des structures dans l'algorithme de Rué et Bijaoui (1997) ne se fait pas par projection sur un sous-espace vectoriel mais par un processus non-linéaire de minimisation. Les objets ne sont en définitive pas décrits dans une base orthogonale d'ondelettes.

2.4 L'outil existant d'extraction

2.4.1 Présentation générale

Le présent travail de thèse a bénéficié des développements réalisés par M. Plu durant sa thèse et en particulier de l'algorithme de détection et d'extraction de structures cohérentes qui en a découlé. Cette section présente les grandes lignes de cet outil. On pourra naturellement trouver de plus amples détails, ainsi que des informations sur le cheminement ayant conduit à la stratégie mise en œuvre, dans le manuscrit de thèse de M. Plu (2008) ainsi que dans un article présentant l'algorithme (Plu et al., 2008). Dans sa version de l'été 2007, il procède en quatre étapes, synthétisées ci-dessous.

Débruitage

Un filtrage non-linéaire tel que celui décrit par Azzalini et al. (2005) est appliqué de sorte à débruiter le champ en entrée. Il s'agit d'un seuillage itératif sur la valeur des coefficients d'ondelettes : seuls les coefficients les plus forts sont retenus.

Détection des structures

Les maxima locaux du champ de petite échelle, en d'autres termes le champ obtenu par transformation inverse de la transformée en ondelette stationnaire pour laquelle seules les échelles 1 (la plus petite) à 5 (la plus grande) ont été retenues, sont détectés. Un seuillage sur la valeur en ces points est effectué. Ces maxima sont dénommés "pics".

Détermination de l'échelle

En vue de l'extraction de chacune des structures liées à un pic, il est nécessaire d'obtenir une information quant à l'échelle de celles-ci. Pour ce faire, les maxima locaux des champs de transformée en ondelette (SWT) liés à chacune des échelles 1 à 5 sont détectés. Dans le voisinage de chacun des pics, une recherche des maxima de chaque échelle est effectuée. Si plusieurs maxima d'échelles différentes sont présents au voisinage du pic, l'échelle retenue i est la plus grande telle que la valeur du champ SWT d'échelle i à la position du pic est supérieure à celle du champ SWT d'échelle directement inférieure. A ce stade, l'algorithme a établi une liste de "pics" et a déterminé pour chacun d'eux une échelle.

Extraction

Pour chaque pic conservé, un traitement particulier est réalisé : le champ initial est tout d'abord translaté de sorte à faire coïncider une ondelette diagonale avec la position du maximum dans le champ passe-haut dont l'échelle de coupure est l'échelle déterminée. Sans information complémentaire sur la forme de la structure, ce choix permet de ne pas favoriser arbitrairement un étirement selon une direction particulière.

L'étape suivante consiste à déterminer le sous-espace vectoriel sur lequel le champ sera projeté. Le processus de sélection des ondelettes de base pertinentes pour la description d'une structure se fait simplement selon la position de leur maximum, inclus ou non dans un masque de forme simple. Plu (2008) décrit plus en détail la construction du cylindre d'influence, qui est un masque ne dépendant que de l'échelle détectée permettant de ne conserver que certaines fonctions entrant dans la description de la structure.

La figure 2.7 montre la localisation spatiale relative des maxima des 53 fonctions de base contenues dans le cylindre d'influence lié à un maximum d'échelle 3. On observe qu'une ondelette diagonale est flanquée selon l'axe des abscisses par des ondelettes horizontales d'échelle inférieure et selon l'axe des ordonnées par des ondelettes verticales.

2.4.2 Deux points en suspens

Dans son manuscrit de thèse, Plu (2008) pointe deux faiblesses de l'algorithme d'extraction dans sa version datant de l'été 2007. La première concerne la prise en compte de structures très anisotropes. En effet, après examen de cas particuliers, il est apparu que l'algorithme d'extraction était souvent en incapacité de rendre compte correctement de l'étirement voire même de l'orientation de telles structures. L'autre point concernait la détermination de l'échelle des structures telle que présentée ci-dessus. Cette étape fonctionnait de manière satisfaisante sur bon nombre de cas mais conduisait relativement régulièrement à des structures pathologiques de par une détection d'échelle inadéquate. Ces structures sont certes facilement détectables manuellement, mais ce défaut empêchait cependant une utilisation du système sur une longue série de données.

Dans le cadre des travaux menés durant la présente thèse, ces deux points ont fait l'objet d'études et de développements conduisant à la fois à une amélioration de la qualité des résultats

obtenus et à une automatisation complète du système de détection et d'extraction. Les recherches et les développements menés en vue de l'amélioration de la prise en compte de structures anisotropes sont l'objet de la section suivante. L'adjonction de la dimension temporelle, qui permet entre autres de bâtir une détermination robuste de l'échelle sera détaillée dans le chapitre suivant.

2.5 Ajout d'un degré de liberté : la rotation

Avant-propos

Dans cette section, afin de caractériser l'impact des développements présentés ici indépendamment de ceux réalisés pour d'autres étapes de l'algorithme, aucune détection d'échelle ne sera utilisée, que ce soit dans sa version initiale ou – comme nous le verrons dans le chapitre suivant – avec suivi temporel. Nous analyserons donc l'ensemble des structures détectées. La détection s'effectue à partir de la position des maxima des champs passe-bande mono-échelle, d'échelle 3 ou 4 (voir la figure 2.6). Le nombre d'échelles possibles a été réduit à deux afin de limiter le nombre de structures irréalistes, l'ensemble des développements a bien entendu été réalisé de telle sorte à pouvoir prendre en compte un plus grand nombre d'échelles.

2.5.1 Les motivations

Il est assez rapidement apparu que le traitement des structures anisotropes était très dépendant de leur orientation relativement aux axes du domaine. Pour illustrer ce fait, la figure 2.8 présente l'exemple d'un champ de tourbillon potentiel à 315 K de la réanalyse ERA-Interim. La figurine 2.8a montre que la structure à laquelle on s'intéresse est relativement étirée, selon une orientation nord-ouest sud-est. Pour illustrer l'impact de l'orientation initiale de cette structure relativement aux axes du domaine, une rotation du champ initial autour du maximum local dans le champ PB_4 est introduite avant extraction, la rotation inverse est bien évidemment effectuée ensuite. Les figurines b et c illustrent le résultat obtenu avec deux rotations différant d'un angle de 45° . Les différences entre les deux structures obtenues sont nettes. En particulier, leur rapport d'aspect est respectivement de 1,6 et de 4,5.

2.5.2 Le choix de la stratégie mise en œuvre

Dans le but de rendre les résultats de l'extraction d'une structure moins dépendants vis-à-vis de son orientation plus ou moins fortuite avec les axes du domaine, deux pistes ont été envisagées. La première consistait à tirer parti de l'information temporelle pour fusionner plusieurs structures extraites simultanément et ainsi obtenir une "super-structure" étirée : en repérant plusieurs éléments dont la trajectoire est relativement similaire (selon par exemple un critère basé sur la conservation de la proximité spatiale avec le temps), on peut envisager la mise en place d'une procédure de fusion de tels éléments en vue de former une structure d'extension horizontale supérieure et de forme éventuellement complexe, notamment très étirée. Il s'est avéré dans les faits particulièrement

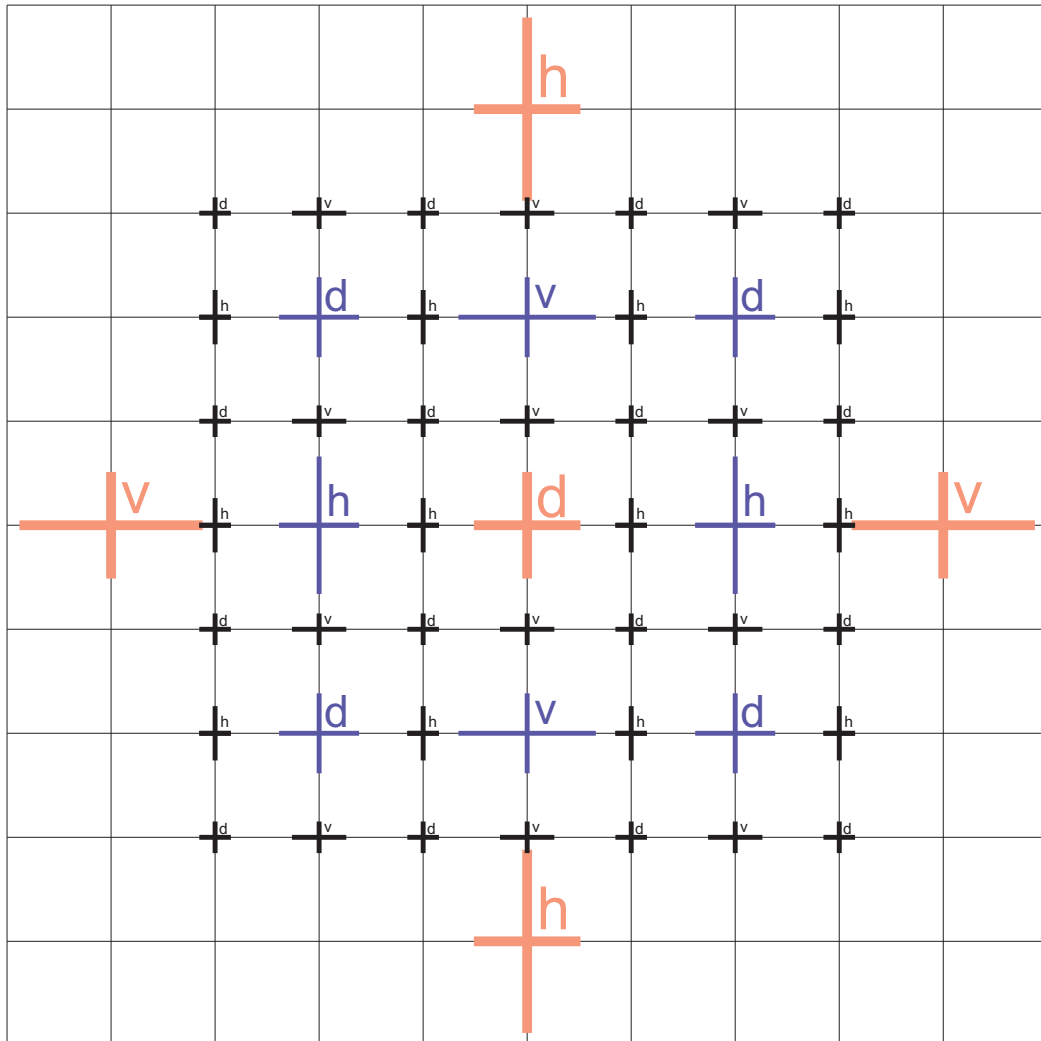


FIG. 2.7 – Schéma de la disposition des ondelettes autour de la position du maximum d'une ondelette diagonale d'échelle 3. La figure montre la position du maximum des 53 fonctions de base [rouge : échelle 3 (5 fonctions), bleu : échelle 2 (8 fonctions), noir : échelle 1 (39 fonctions)] dont le maximum est contenu dans le cylindre d'influence. L'ensemble de ces fonctions constitue le sous-espace vectoriel sur lequel le champ est projeté en vue de construire une structure diagnostiquée d'échelle 3.

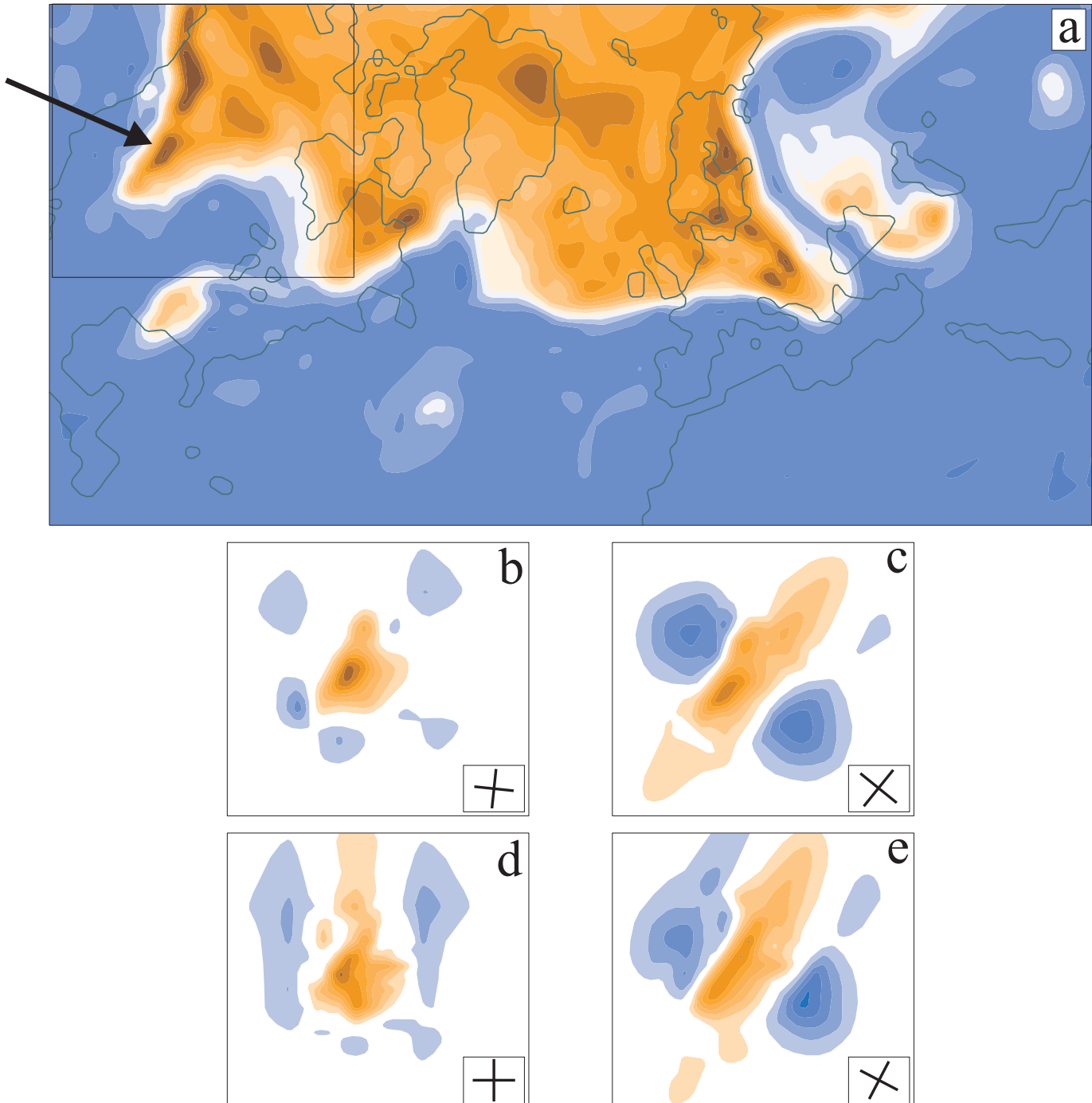


FIG. 2.8 – Exemple d'extraction d'une structure dans un champ de PV à 315 K (14/12/1999, 00UTC). (a) : champ total ; (b) : extraction après rotation du champ initial de -6° ; (c) : extraction après rotation de $+39^\circ$; (d) : extraction directe (sans rotation) ; (e) : extraction après la rotation considérée comme optimale ($27,6^\circ$). Le domaine des figurines (b)–(e) est représenté en (a), la flèche pointe la structure à extraire. L'orientation de la base d'ondelettes ayant été utilisée pour l'extraction est représentée en bas à droite de chaque figurine (b)–(e). Intervalle : 0,6 PVU.

difficile, hormis dans des cas idéalisés triviaux, d'arriver à écrire une procédure automatique qui détermine dans quel cas apparier telle structure à telle autre. La distinction des associations pertinentes parmi tous les possibles est en effet très complexe : ou bien les critères d'appariement sont trop restrictifs et beaucoup de connexions vraisemblablement légitimes sont manquées ou bien le système "diverge" vers une fusion d'un très grand nombre de structures.

La seconde voie, présentée ici, consiste à adapter la base d'ondelettes à l'extraction de chaque structure, de la même manière qu'elle est adaptée en choisissant comme position centrale le maximum local du champ passe-haut à une échelle de coupure correspondant à la structure. Afin d'adapter la base d'ondelettes à l'aide d'une rotation préalable, on peut en premier lieu penser à simplement tourner la base de sorte à faire coïncider l'axe principal de la structure avec l'un des axes du domaine. Ceci fonctionne relativement bien pour les structures très étirées mais dégrade très fortement la qualité de l'extraction de structures faiblement anisotropes, pas complètement rondes. En effet, une telle stratégie résulte en une exagération quasi-systématique de leur étirement.

En définitive, la solution retenue et détaillée ci-après consiste en la détermination d'un angle, spécifique à chaque structure à extraire, avec lequel le champ initial sera tourné avant extraction, cet angle étant déterminé par un processus de minimisation d'une fonction coût que l'on précisera.

2.5.3 Détails de la méthode

Calcul des paramètres de forme α et r

Pour déterminer une rotation optimale, deux scalaires quantifiant l'orientation et l'anisotropie des structures sont calculés. Plusieurs solutions sont possibles, celle qui a été retenue pour des questions de coût, de robustesse et de simplicité fait appel à la projection sur une échelle "privilégiée", que l'on notera i et calculée pour chaque structure. Le champ à analyser – ou bien le champ total ou bien le champ ne contenant que la structure extraite – est filtré par le filtre passe-bande mono-échelle d'échelle i (section 2.1.4). On obtient donc un champ, noté PB_i , dans lequel un éventuel environnement d'évolution lente ainsi que les détails d'échelle inférieure sont éliminés.

À la position du maximum choisi du champ PB_i , la jacobienne de ce dernier est calculée puis diagonalisée. D'une part le second vecteur propre est aligné avec l'axe principal de la structure, et d'autre part le rapport entre les deux valeurs propres (compris entre 0 et 1), noté r et que l'on nommera par la suite rapport d'anisotropie, fournit une information sur l'étirement de la structure. Ce rapport est l'inverse du carré du rapport d'aspect. Ainsi, dans le cas d'une ellipse d'excentricité e , il est égal à $(1 - e^2)$. Avant d'aller plus avant, on peut noter que le filtrage passe-bande n'est pas tout à fait invariant par rotation, rendant les diagnostics d'orientation et d'anisotropie très légèrement dépendants de l'orientation initiale.

Définition de la fonctionnelle f

Le calcul des paramètres de forme, d'une part sur le champ total et d'autre part sur le champ ne contenant que la structure extraite, permet d'évaluer l'écart entre l'orientation et l'anisotropie attendues et celles effectivement obtenues. Une fonctionnelle quantifiant cet écart est minimisée

en recherchant l'angle avec lequel la base – ou de manière équivalente le champ initial – doit être tournée pour obtenir le meilleur couple (orientation, anisotropie), au sens de la fonctionnelle et qui peut être atteint avec la méthode d'extraction en ondelettes présentée précédemment.

Notons α (resp. α_a) l'angle entre l'axe principal de la structure extraite (resp. l'axe principal estimé à partir du champ initial) et l'axe des abscisses. Par ailleurs, r et r_a désigneront respectivement les rapports d'anisotropie calculés après (résultat final) et avant (diagnostic) extraction. En définitive, on recherche $\operatorname{argmin}_\theta f(\alpha(\theta), \alpha_a, r(\theta), r_a)$ où θ est l'angle de la rotation avec lequel le champ initial est tourné avant extraction et f est une fonctionnelle que l'on va désormais préciser.

Lors des premiers tests, f a été définie à l'aide de fonctions analytiques (donnant des poids différents à la différence d'angle et à la différence d'anisotropie, ces poids pouvant notamment varier selon l'anisotropie visée. Dans un souci de rationalisation, les résultats étant somme toute très similaires avec diverses formulations de la fonctionnelle, f est finalement définie par le complément à 1 de la valeur du produit scalaire de deux ellipses gaussiennes l'une définie par l'angle α et le rapport d'anisotropie r et l'autre par α_a et r_a , et dont le petit axe est identique. De manière plus formelle,

$$f(\alpha, r, \alpha_a, r_a) = 1 - \int_x \int_y \mathcal{E}_{\alpha, r}(x, y) \mathcal{E}_{\alpha_a, r_a}(x, y) dy dx,$$

où $\mathcal{E}_{a, b}$ est l'ellipse gaussienne d'intégrale unité, dont le petit axe est arbitrairement fixé et définie par l'angle a et le rapport d'anisotropie b .

Signalons que f n'est en fait dépendant que de trois paramètres : les deux valeurs r et r_a ainsi que la différence d'orientation $|\alpha - \alpha_a|$. La figure 2.9 illustre f sur quelques exemples.

Minimisation de f

Une fois définie la fonctionnelle f , il est nécessaire de mettre en place un processus de minimisation adapté à une fonction de forme quelconque, possédant éventuellement de multiples pics et minima locaux. Un élément important est la valeur à partir de laquelle la minimisation débute. Pour cela, quatre évaluations de la fonctionnelle sont effectuées, pour les angles $0, \pm\pi/8$ et $+\pi/4$. En effet, l'ondelette utilisée étant presque symétrique, le problème est quasiment invariant par rotation d'angles multiples de $\pi/2$. On explore ainsi quatre points différents. Une méthode relativement classique d'essai-erreur (Rosenbrock, 1960) est ensuite appliquée, en étant initialisée par le point parmi les quatre minimisant f . Le test d'arrêt est constitué d'un seuil sur le pas d'exploration (la recherche s'arrête si ce pas devient inférieur à $0,1^\circ$) et d'une limite sur le nombre d'itérations (30), qui est atteinte dans moins d'un cas sur 2 500.

La figure 2.10 présente deux exemples pour lesquels f prend une forme très différente. Le premier (figurine 2.10a) concerne une structure de forme proche d'une ellipse et dont le rapport d'aspect est d'environ 2 ($r \simeq 0,25$). f est lisse et possède un unique minimum par intervalle de longueur $\pi/2$. Le processus converge vers ce minimum et le pas d'exploration devient inférieur à un seuil de $0,1^\circ$ en 14 itérations. Le second cas (figurine 2.10b) est relatif à une structure complexe possédant de multiples pôles positifs et négatifs. f prend des valeurs nettement plus élevées et

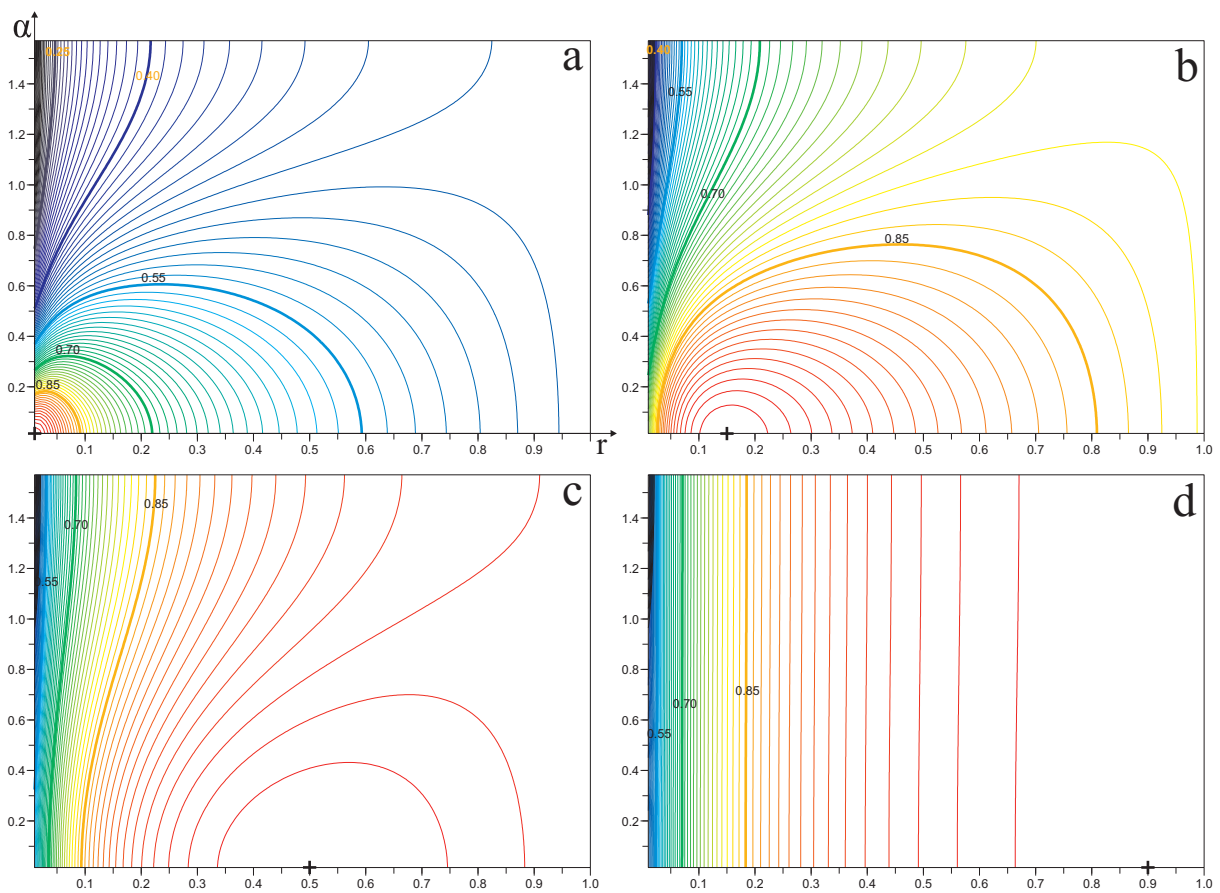


FIG. 2.9 – Produit scalaire de deux ellipses gaussiennes, l'une définie par le couple (α, r) et l'autre par $(\alpha_a = 0, r_a)$. (a) : $r_a = 0,01$; (b) : $0,15$; (c) : $0,5$; (d) : $0,99$. Abscisse : rapport d'anisotropie r , ordonnée : angle α .

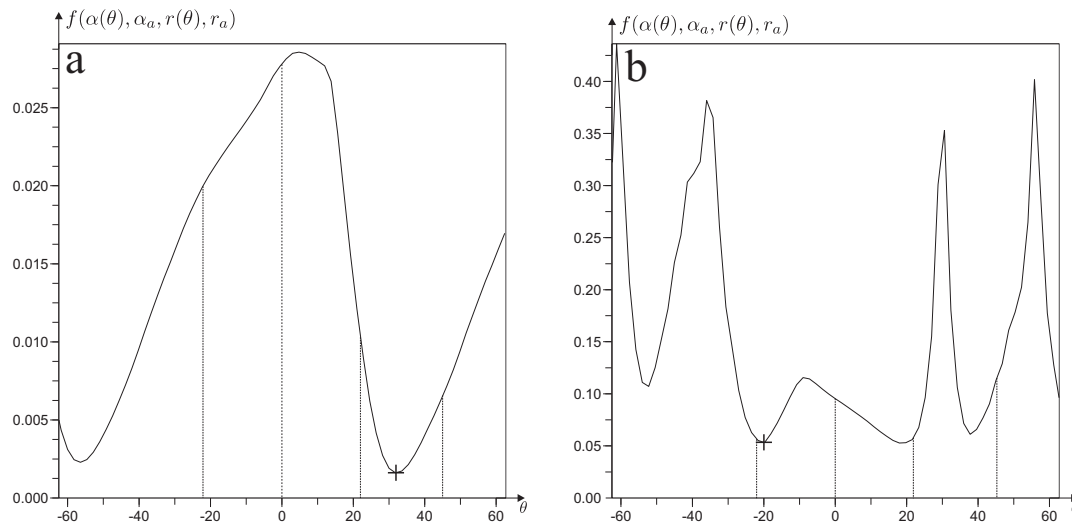


FIG. 2.10 – Recherche du minimum de la fonctionnelle sur deux cas. (a) correspond à une structure relativement isolée, dont la forme est proche d'une ellipse. (b) représente la fonctionnelle liée à une structure de forme complexe, qui ne s'étire pas selon un seul axe. Le symbole + pointe la position atteinte à la fin du processus de minimisation.

a une forme très accidentée : elle possède trois minima par intervalle de longueur $\pi/2$. On peut remarquer que l'asymétrie de l'ondelette induit une non-périodicité marquée de f par translation de $\pi/2$. L'exploration initiale par pas de $\pi/8$ montre ici son intérêt, en permettant de débiter la minimisation en un point au voisinage de l'un des extrema – il s'agit fortuitement ici du minimum absolu. L'algorithme termine en 7 itérations.

Notons que ce processus de minimisation a été conservé puisqu'il s'est révélé très robuste et n'est pris en défaut que dans un nombre très restreint de cas. Néanmoins, l'utilisation de méthodes utilisant des approximations quadratiques pourraient nettement accélérer la convergence vers le minimum de f . Enfin, avec une méthode dont le coût est raisonnable, on ne peut assurer que la valeur atteinte correspond effectivement au minimum absolu. L'étude d'une trentaine de cas pour lesquels la fonctionnelle a été échantillonnée finement comme illustré ci-dessus tend à indiquer que la méthode aboutit effectivement très majoritairement à la valeur minimale absolue. Après examen de quelques centaines de cas, il s'avère que la fonctionnelle est très généralement lisse et ne possède qu'un seul minimum (Fig. 2.10); des exemples de fonctionnelles très accidentées comme celle illustrée par la figure 2.10b sont rares.

2.5.4 Un premier résultat illustré

La figure 2.8 illustrant l'exemple de la section 2.5.1 montre l'extraction effectuée directement sans rotation (figurine d) et avec la rotation considérée comme optimale (figurine e). Dans le premier cas, l'extraction fournit une structure dont l'étirement est modéré et dont l'axe principal est nettement orienté selon l'axe des ordonnées, ce qui n'est ici guère satisfaisant. En revanche, avec l'extraction faite après rotation, l'orientation est bien préservée et la structure est très anisotrope,

ce qui correspond au diagnostic fait sur le champ initial. On peut noter que d'autres aspects liés à la qualité de l'extraction peuvent être légèrement dégradés. Par exemple, la structure extraite directement a une extension vers le sud limitée, plus proche de ce que l'on peut observer sur le champ initial. Au contraire, la structure extraite après rotation possède une zone de faibles valeurs positives qui s'étend jusqu'à environ 800 km plus au sud.

2.5.5 Quelques statistiques

Dans le but de mettre en évidence les apports et éventuellement les faiblesses de l'étape de rotation, une comparaison a été effectuée sur un très grand échantillon, à savoir les 455 199 structures détectées puis extraites sur 17 années, entre 1989 et 2005, du champ de PV à 315 K d'ERA-Interim par pas de six heures, soit 24 836 dates. Des statistiques concernant les critères d'orientation et d'anisotropie sont présentées ci-dessous.

Orientation

Concernant tout d'abord l'orientation des structures, les figurines 2.11a et d montrent la densité de probabilité de la valeur des orientations diagnostiquées sur le champ initial. Les probabilités d'occurrence d'un angle varient relativement peu, plus précisément selon un rapport de 1,45 entre les plus fréquentes ($\pm 45^\circ$) et les relativement plus rares (0 et 90°). Ce fait a déjà été remarqué au paragraphe 2.1.4 : les champs issus de filtrage passe-bande ont une légère anisotropie chronique selon des axes orientés à 45° par rapport aux axes principaux du domaine. En ce qui concerne les statistiques de l'extraction sans rotation (figurines b et e), des disparités remarquables apparaissent : une structure extraite a une probabilité deux fois inférieure d'avoir un angle principal de $\pm 20^\circ$ par rapport à la probabilité d'occurrence de cette même valeur dans le diagnostic initial. Au contraire, les valeurs $\pm 45^\circ$ apparaissent avec une fréquence 1,4 fois supérieure et surtout, les angles 0 et 90° ont 20 fois plus de chances de se produire. Ceci illustre bien le rôle central joué par les axes du domaine dans l'extraction.

L'ajout de l'étape de rotation (figurines c et f) rend la fonction de densité de probabilité plus lisse – la prédominance écrasante des valeurs 0 et 90° a disparu – et nettement plus proche de celle diagnostiquée avant extraction. Le mode de fréquence 1 est toujours présent mais est dominé par une variation de période $\pi/8$. Ceci est à mettre sur le compte de la répartition initiale des points explorés. Cette dépendance aux conditions initiales de la minimisation a fait l'objet d'un examen plus approfondi (non illustré) : la sur-représentation d'angles proches de multiples de $\pi/8$ se retrouve à la fois pour des structures rondes (peu d'impact sur la qualité de l'extraction) et sur certaines structures étirées dont l'extraction est délicate et pour lesquelles la fonction de transfert entre angle de rotation du champ initial et orientation de la structure extraite est accidentée, comme l'exemple illustré sur la figure 2.10.

Analysons maintenant l'écart entre les orientations diagnostiquées et celles obtenues après extraction selon les deux procédures, avec ou sans rotation. La figure 2.12 montre les occurrences des couples d'angles diagnostiqué et observé. Sans rotation (figurine a), il est difficile de discerner une

dépendance entre ces deux angles : quel que soit le diagnostic initial, les valeurs 0 et 90° et dans une moindre mesure $\pm 45^\circ$ prédominent largement. Avec rotation (figurine b), une bonne adéquation entre les angles diagnostiqués et obtenus est caractérisée par un très grand nombre d'éléments proches de la diagonale. On peut discerner la petite sur-représentation des angles multiples de $\pi/8$.

De manière plus synthétique, la figure 2.13 montre la fonction de densité de probabilité de la différence, pour chaque structure, entre les paramètres attendus – diagnostiqués avant extraction – et ceux effectivement obtenus après extraction. La fonction de densité de probabilité de la valeur absolue de la différence d'angle (figurines a et c) plaide largement en faveur de l'ajout de l'étape de rotation : sans rotation, une différence comprise entre 80 et 90° a seulement 7 fois moins de chances de se produire qu'une différence inférieure à 10°. Ce ratio tombe à 6 400 après rotation.

Enfin, les figurines 2.12c et 2.12d donnent quelques éléments supplémentaires pour analyser les différences d'angle obtenues. Elles montrent, pour chacune des valeurs de différence d'angle (en abscisse), la fréquence d'occurrence du rapport d'anisotropie initialement attendu (en ordonnée) rapportée à la fréquence d'occurrence de chacune des différences d'angle. On remarque que dans le cas sans rotation, une différence d'angle n'est pas liée à une catégorie particulière d'anisotropie : qu'il s'agisse d'une structure plutôt ronde ou très étirée, la probabilité d'obtenir une différence d'angle faible ou très forte est sensiblement identique. Dans le cas avec rotation, les faibles différences d'angle reflètent globalement la distribution générale du rapport d'anisotropie tandis que les fortes différences s'obtiennent de manière privilégiée sur des structures plutôt pas trop étirées ($r > 0,5$). Dans ce cas, ces fortes différences ne conduisent pas nécessairement à une extraction de mauvaise qualité puisque l'essentiel pour des structures plutôt rondes est de reproduire fidèlement la faible anisotropie plutôt que de rechercher avec précision l'orientation de la structure.

Anisotropie

Concernant le rapport d'anisotropie des structures, la figure 2.11 (figurines du bas) montre que la densité de probabilité de l'extraction après rotation (figurine i) est très proche de celle des valeurs diagnostiquées (figurine g). On peut remarquer un manque de structures extrêmement étirées ($r < 0,1$) et au contraire une sur-population relative de structures d'anisotropie faible ($r > 0,6$). Sans rotation (figurine h), les disparités avec les valeurs diagnostiquées sont beaucoup plus marquées ; une prédominance nette vers les structures très anisotropes ($r < 0,2$) mais également un trop grand nombre de structures dont le rapport d'anisotropie est supérieur à 0,8 peuvent être observés. Soulignons que des valeurs de r proches de l'unité sont généralement le signe de structures quasiment rondes mais peuvent parfois correspondre à des structures aux formes plus complexes, qui ne sont pas étirées selon un angle unique.

Conformément aux résultats précédents, les histogrammes de différence de rapport d'anisotropie (figurines 2.13b et d) sont assez nettement différents l'un de l'autre. Sans rotation, la fonction de densité de probabilité est décalée vers les valeurs négatives (les structures sont en moyenne plus étirées que ce que le diagnostic préalable indique) et est très plate : de grandes différences (correspondant à des structures diagnostiquées très étirées et extraites rondes, ou vice versa) sont des éléments relativement fréquents. En revanche, l'histogramme après rotation est nettement plus

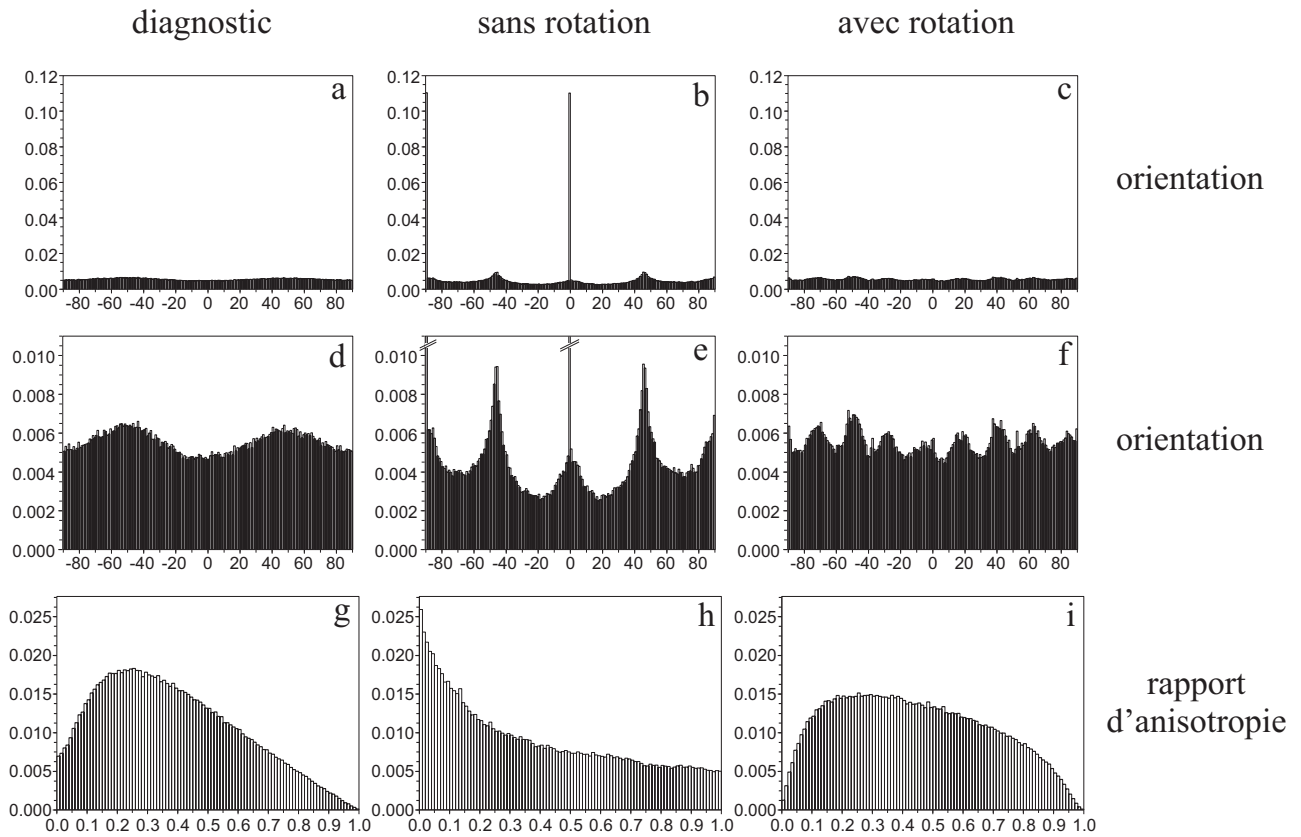


FIG. 2.11 – Statistiques générales des occurrences d'orientation de l'axe principal (a–f) et du rapport d'anisotropie des structures (g–i). (a), (d), (g) : diagnostic fait sur le champ initial; (b), (e), (h) : structures extraites sans rotation; (c), (f), (i) : structures extraites après rotation. En ordonnée, proportion par intervalle d'un degré (a–f) ou par intervalle de longueur 10^{-2} (g–i).

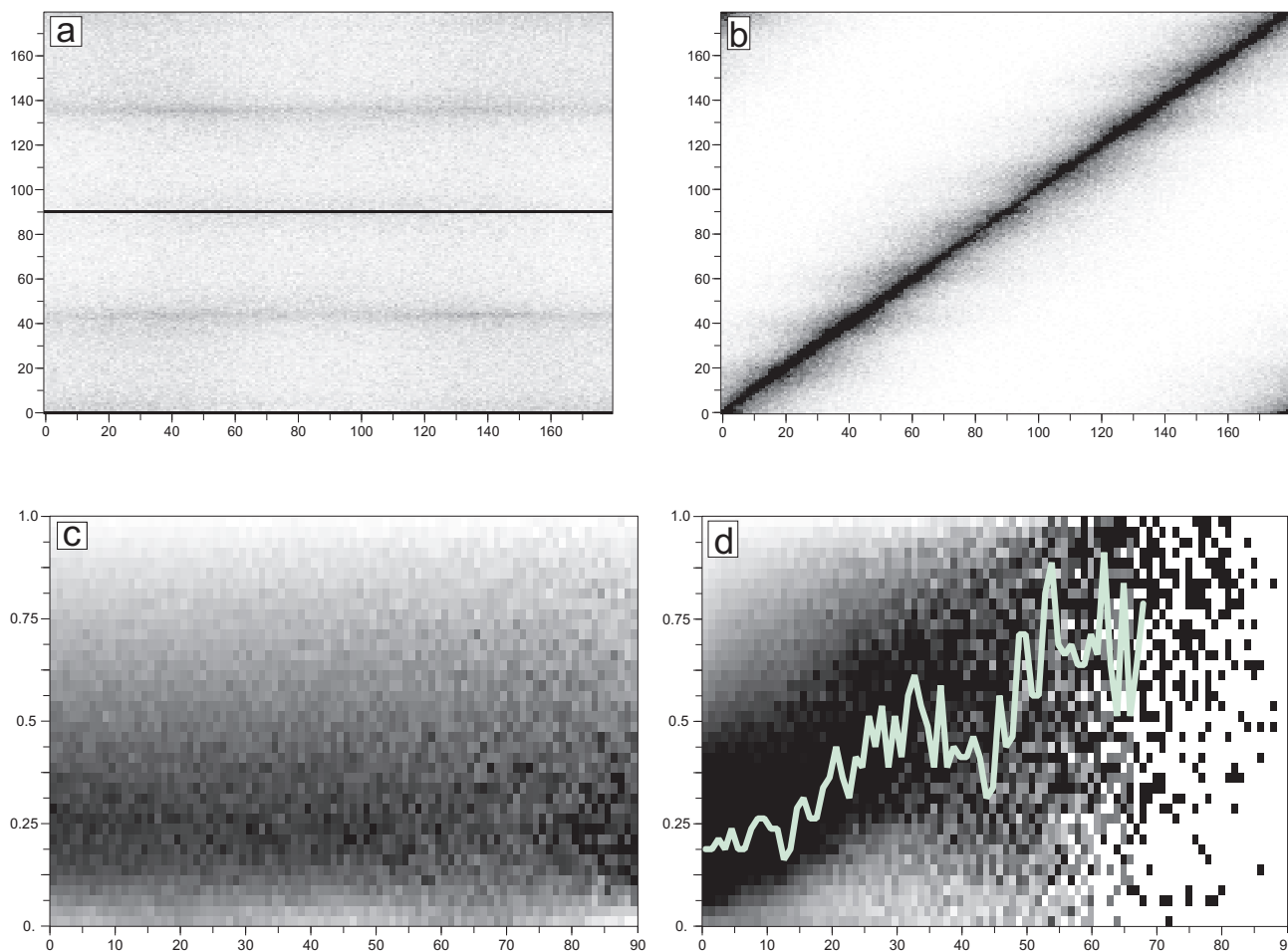


FIG. 2.12 – (a), (b) : occurrence croisée des orientations diagnostiquées initialement (en abscisse) et obtenues (en ordonnée) ; (c), (d) : occurrence croisée de la différence d'angle (en abscisse) et du rapport d'anisotropie diagnostiqué (en ordonnées). Chacune des colonnes de (c) et (d) est normalisée par l'effectif total de la colonne. (a), (c) : extraction sans rotation ; (b), (d) : extraction après rotation.

pointu et légèrement biaisé vers les valeurs positives (de manière générale, l'extraction construit des structures légèrement plus rondes que ce qui est attendu). On peut noter qu'il est exceptionnel que des structures extraites après rotation soient beaucoup trop étirées par rapport au diagnostic initial : une différence inférieure à $-0,25$ a une occurrence de $0,12\%$, contre $25,2\%$ sans rotation. Au contraire, des structures nettement plus isotropes qu'attendu sont certes peu fréquentes mais pas rares : une différence supérieure à $0,25$ a une probabilité d'occurrence de $7,3\%$ ($25,9\%$ sans rotation). Enfin, la figure 2.14 montre que sans rotation, le lien entre les rapports d'anisotropie diagnostiqué et obtenu est pour ainsi dire inexistant. En revanche, avec l'extraction avec rotation, on retrouve un très grand nombre de points proches de la diagonale. On peut remarquer que le biais vers les valeurs obtenues supérieures à celles attendues se manifeste par un nombre non négligeable de points au-dessus de la diagonale.

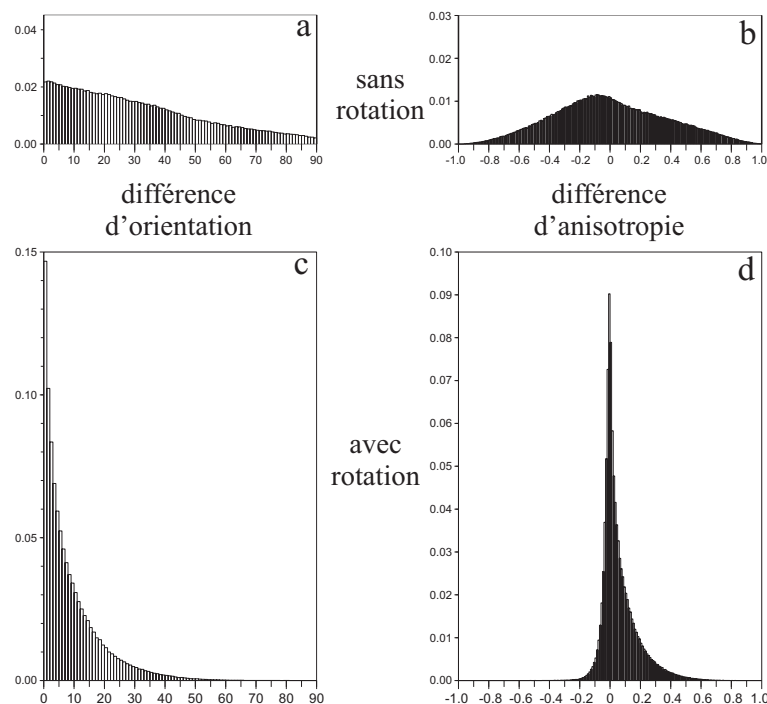


FIG. 2.13 – Histogrammes des différences entre les paramètres de forme diagnostiqués et ceux obtenus (sans rotation préalable : figurines a et b ; après rotation : c et d). (a), (c) : valeur absolue de la différence d'orientation (en degré) ; (b), (d) : différence du rapport d'anisotropie ; une valeur positive signifie que la structure obtenue est plus étirée que ce que le diagnostic initial indique.

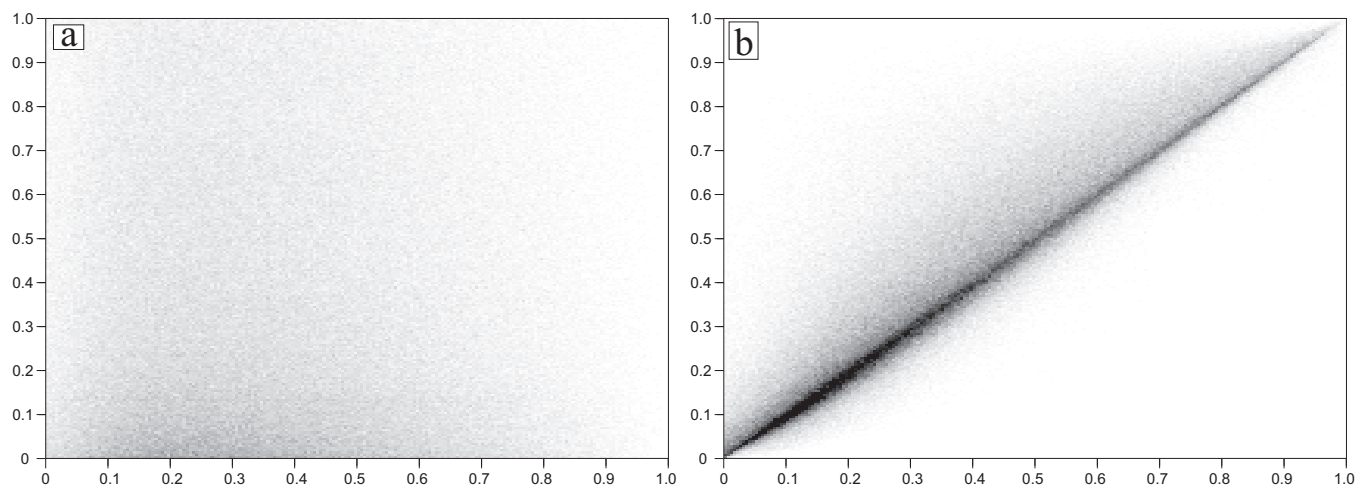


FIG. 2.14 – Occurrence croisée du rapport d'anisotropie diagnostiqué sur le champ total (en abscisse) et de celui des structures extraites (en ordonnée). (a) : extraction directe ; (b) : extraction après rotation.

2.5.6 Quelques commentaires

L'examen de cas particuliers ne permet pas, hormis dans des situations bien caractéristiques, de déterminer quelle est la meilleure solution parmi différentes méthodes. Après application sur une longue série de données, on peut néanmoins considérer que l'adjonction de l'étape de rotation est largement bénéfique :

- la qualité d'extraction d'une même structure orientée nord/sud pivotant nord-ouest/sud-est sera la même : le système est devenu pour ainsi dire invariant par rotation,
- les statistiques de forme des structures extraites plaident indiscutablement en faveur de l'adjonction de l'étape de rotation : elle permet de supprimer le biais lié à une orientation finale nettement privilégiée selon les axes du domaine et de gommer la sur-représentation de structures extrêmes – ou bien très étirées ou bien de rapport d'anisotropie proche de 1.
- en anticipant sur le chapitre suivant, l'examen de nombreuses structures suivies dans le temps montre que l'évolution de l'orientation et de la forme est nettement plus cohérente avec rotation que sans.

Mises à part des questions liées au temps de calcul (l'étape de recherche de la rotation optimale multiplie par un facteur de l'ordre de 1,8 le temps de calcul complet) ainsi que des nécessaires interpolations dégradant quelque peu le champ, l'adjonction de l'étape de rotation ne compromet pas "l'esprit" de l'algorithme, qui est de fournir un ensemble de structures non nécessairement orthogonales entre elles mais qui s'écrivent chacune sous la forme d'une matrice creuse exprimée dans une base orthogonale adaptée (la rotation ne change rien quant à l'orthogonalité de la base utilisée).

Enfin, notons que d'autres possibilités sont envisageables. Antoine (2004) montre l'intérêt de l'utilisation d'une transformée en ondelettes continue non plus tridimensionnelle (selon les translations dans les deux directions du plan ainsi que la dilatation) mais quadridimensionnelle en ajoutant une direction liée à l'ensemble des rotations possibles du plan. On pourrait imaginer tirer parti d'une telle information en effectuant la détection des maxima dans une coupe selon une échelle (cette coupe étant un hyperplan 3D). Ceci conduirait alors directement à la localisation de la structure et à une information quant à la rotation optimale à employer. Cette méthode nécessiterait vraisemblablement un grand nombre de rotations.

Une autre voie possible consiste en l'adaptation du cylindre d'influence de sorte à prendre en compte l'orientation et l'anisotropie diagnostiquées de la structure à extraire. Cette piste n'a pas été testée mais pourrait donner également de bons résultats pour un surcoût numérique inférieur. En transformant ce cylindre, par exemple en l'étirant selon une direction à déterminer, on pourrait représenter sans rotation (donc sans dégradation liée aux interpolations) une structure dans une base ne subissant que des translations. L'inconvénient d'une telle méthode est le changement brutal de traitement (par saut) en faisant varier de manière continue les paramètres d'étirement et d'orientation d'une structure : le sous-espace vectoriel de projection peut gagner ou perdre des directions suite à des changements infinitésimaux de forme de la structure à extraire.

Chapitre 3

Prise en compte de la cohérence temporelle

3.1 Préambule

La notion de cohérence temporelle est intrinsèque à celle de structure cohérente. Par une analyse instantanée, l'outil d'extraction reposait sur la cohérence spatiale. Cette dernière est intimement liée au fait qu'au sein d'un champ, on peut reconnaître, identifier, isoler certaines zones qui se distinguent de leur environnement par les valeurs que prend la quantité examinée en leur sein, particulières en comparaison à celles observées alentour. Selon les cas, ces régions peuvent être plus ou moins dissociées les unes des autres et il est nécessaire d'établir des règles, aussi simples que possible, en vue de les décrire individuellement. Avoir accès à des informations sur l'histoire du champ étudié peut permettre d'aboutir à un enrichissement de ces règles.

C'est dans cette perspective qu'a été mise en place une procédure de détection d'échelle plus satisfaisante et plus fiable que celle utilisée jusqu'à présent. Cette dernière consistait à explorer le voisinage des maxima du champ de petite échelle et ainsi à déterminer, indépendamment de toute information temporelle, une échelle probable à laquelle la structure est liée (voir la section 2.4). Ceci fonctionne de manière satisfaisante sur bon nombre de structures, en particulier celles qui sont isolées mais pose problème dans des cas plus complexes. L'idée mise en œuvre ici est de tirer parti de l'information temporelle pour aboutir à une détection d'échelle robuste. Sa mise en place a nécessité un aménagement de l'algorithme d'extraction, qui sera détaillé plus loin.

Au-delà de ces aspects techniques, l'autre objectif de l'adjonction d'un outil de suivi à l'algorithme statique de détection et d'extraction consiste à faire coïncider la démarche technique avec la nature des objets physiques que l'on cherche à décrire. On cherche ainsi à enrichir l'outil existant de sorte à construire un outil permettant de décrire le plus complètement possible les objets étudiés. On sera alors à même de renseigner l'histoire des structures extraites : d'où viennent-elles ? Changent-elles de taille ou d'orientation au cours de leur cycle de vie ? Quelle était leur forme au moment de leur maximum d'amplitude ?

3.2 L’outil existant de suivi temporel

Cette section est consacrée à une rapide présentation de l’outil de suivi développé durant la thèse de Franck Ayrault (1998). Cet outil vise à construire, à partir d’une série temporelle de champs de tourbillon relatif, un jeu de trajectoires de structures tourbillonnaires, vues comme des maxima locaux de vorticité.

La première étape consiste à construire une liste de maxima. Pour cela, le champ de vorticité relative est dans un premier temps lissé par un filtre spatial simple. Une recherche de maximum local est menée et un maximum est conservé si en ce point le tourbillon relatif lissé est positif et si le maximum est un majorant du champ dans un rayon de 380 km.

Ensuite, il s’agit de résoudre le problème dit de correspondance (Hodges, 1994) : comment reconnaître un même tourbillon dans des listes cons cutes de maxima ? En d’autres termes, quel maximum j   l’instant $t + 1$ (s’il existe) correspond au tourbillon identifié par un maximum i   l’instant t ? Pour répondre à cette question, deux critères sont établis de sorte à construire une règle simple de correspondance. Le premier, quantifié par la grandeur $\delta_{i,j}$, est lié à la position géographique : en prévoyant la position future du maximum i par advection par le vent au niveau considéré et   un niveau “moyen” (on prendra la surface 700hPa), on peut quantifier la vraisemblance de l’association des maxima i et j en mesurant la distance géographique entre le maximum j et la prévision de la position future de i . Le second est lié à la vraisemblance du changement d’amplitude entre deux pas de temps et est quantifié par $\gamma_{i,j}$. Une modification d’amplitude du tourbillon absolu supérieure à 40% en 6h est considérée comme irréaliste. Le score du couple (i, j) , défini par la moyenne géométrique $\sqrt{\delta_{i,j}\gamma_{i,j}}$, est comparé à la liste des scores obtenus par tous les couples de maxima aux instants t et $t + 1$ et dont au moins un élément est ou i ou j . S’il est supérieur à toutes les valeurs de cette liste, alors les points i et j sont associés.

Des itérations permettent ensuite de raffiner les critères de vraisemblance et de stabiliser le jeu de trajectoires obtenu. En particulier, un critère sur l’accélération des trajectoires est ajouté, de sorte à exclure des trajectoires accidentées. Notons que le résultat de cette procédure est indépendant par inversion du temps : l’analyse d’une même série temporelle inversée dans le temps conduirait à la même liste de trajectoires. En définitive, la simple donnée des positions estimées des objets que l’on cherche à suivre et les valeurs du vent au niveau considéré et à 700hPa suffisent à construire un jeu de trajectoires.

3.3 Vers un nouvel algorithme

3.3.1 La stratégie employée

L’idée générale est de combiner les deux algorithmes – de suivi d’une part et d’extraction d’autre part – pour enrichir la description des structures par l’aspect temporel et améliorer la robustesse de l’algorithme d’extraction en se passant de l’étape, jusqu’à présent problématique, de la détection d’échelle basée uniquement sur des champs statiques.

Dans cette double perspective, la stratégie sera donc la suivante : plutôt que d'appliquer le suivi sur une liste exhaustive de maxima, par exemple détectés sur l'unique champ passe-haut (figurine 2.6b), contenant des structures d'échelles diverses, le suivi sera conduit de manière indépendante sur chacune des listes de maxima détectés à chacune des échelles d'intérêt (figurines 2.6e et 2.6f). On obtiendra donc autant de fichiers de trajectoires que d'échelles examinées. Comme détaillé plus loin, ces fichiers sont en partie redondants et un traitement particulier devra être effectué, réalisant la sélection de l'échelle associée à une structure.

D'un point de vue technique, l'utilisation de l'outil de suivi conduit à une modification assez profonde de l'outil d'extraction. En effet, l'étape de prise en compte de l'information temporelle intervient entre la détection de structures et l'extraction à proprement parler. On pourra se reporter à la figure 3.6 pour une vision générale.

La démarche générale consiste à décomposer le problème de construction de structures – cohérentes temporellement et spatialement – en sous-problèmes, en s'efforçant de tirer parti de la robustesse des outils existants. On peut noter que le couplage visé aurait pu se faire d'une autre manière que celle proposée ici. On pourrait, en effet, intégrer la prise en compte de l'information liée à l'échelle d'un maximum directement à l'algorithme de suivi. Ceci conduirait à l'établissement de critères supplémentaires sur la vraisemblance d'une trajectoire, en considérant par exemple qu'un grand nombre de sauts d'une échelle à l'autre est peu réaliste. Par ce biais, les trajectoires pourraient en particulier bénéficier d'un meilleur compromis entre changement d'échelle et accélérations réalistes, ce dernier aspect n'étant traité que partiellement par la méthode proposée. Malgré l'investissement que cela représenterait, ceci pourrait aboutir à une méthode plus synthétique et générale que la méthode proposée. Le choix pragmatique défendu ici a été motivé par le fait que notre méthode repose sur l'utilisation d'un algorithme robuste, testé et utilisé régulièrement depuis sa création, sans avoir à le modifier en profondeur.

3.3.2 La mise en œuvre

Établissement de la liste des maxima

La première étape, la détection de structure, est différente de celle utilisée jusque-là dans l'algorithme de suivi : les ondelettes sont mises à profit pour l'analyse du champ initial et la détection des maxima. Elle est également différente de celle utilisée jusqu'à présent dans l'algorithme d'extraction. En effet, elle consiste à établir la liste des maxima liés à chacune des échelles d'intérêt. Après quelques tests, il s'est rapidement avéré que les maxima d'échelle 1 et 2 ne fournissent que de manière exceptionnelle des trajectoires de plus de trois ou quatre pas de temps sur les champs examinés dans cette étude. Dans la suite, à des fins de simplicité, ces deux échelles ne seront donc pas retenues. De surcroît, l'analyse de nombreux cas a conduit à également exclure des structures identifiées à l'échelle 5. En effet, celles-ci ne correspondent pas à la nature des objets physiques que l'on cherche à décrire. Elles sont en fait généralement composées en partie de structures d'échelles inférieures qui, elles, sont plus conformes aux objets recherchés. Par ailleurs, un seuillage est effectué

n° (éch)		1 (3)	2 (4)	3 (3)	4 (3)	5 (4)	6 (3)
	ini – fin	1 – 5	1 – 11	5 – 16	6 – 13	12 – 19	17 – 21
1 (3)	1 – 5						
2 (4)	1 – 11	4.11					
3 (3)	5 – 16	0.00	0.00				
4 (3)	6 – 13		0.00	1.73			
5 (4)	12 – 19		0.00	4.69	2.94		
6 (3)	17 – 21						

FIG. 3.1 – Exemple illustratif du tableau contenant les proximités de toutes les paires de trajectoires. L'échelle (entre parenthèses), l'instant initial et final des trajectoires apparaissent. Deux trajectoires ont une proximité strictement positive si elles sont d'échelle différente, ont un instant en commun et si en au moins un de ces instants, leur distance est inférieure à sd .

afin d'éliminer les maxima dont les valeurs sont trop faibles, qui ne seront vraisemblablement pas conservés par le suivi.

Le choix de la nature du champ représentatif d'une échelle a fait l'objet de tests. En particulier, il a été envisagé d'utiliser directement le champ de transformée en ondelettes (SWT) lié à l'ondelette diagonale. La figure 2.6 illustre celui-ci aux échelles 3 et 4. Étant donnée la forme des ondelettes utilisées, ce champ est particulièrement sensible à l'orientation d'une structure relativement aux axes du domaine : la valeur des maxima est susceptible de fortement varier selon l'orientation de la structure par rapport aux axes du domaine. Bien que le champ projeté présente également une non-invariance par rotation en lien avec les développements décrits dans la section 2.5, ce dernier est cependant beaucoup plus robuste et sera pour cette raison préféré au champ SWT. En reprenant l'exemple de la figure 2.6, 23 (resp. 7) maxima sont détectés sur les champs passe-bande d'échelle 3 (resp. 4) pour la date du 3 janvier 1989 à 06UTC.

Appel de l'outil de suivi

L'outil de suivi, dans sa version native, est ensuite appliqué de manière complètement indépendante sur chacune des échelles. Notons que le fait d'utiliser non pas un champ complet mais une projection sur une échelle particulière induit des contraintes fortes sur la distance des maxima entre eux. En effet, comme le montre la figure 2.6, deux maxima d'échelle 4 (resp. 3) sont quasi-systématiquement éloignés d'une distance incompressible, égale à environ 2 000 km (resp. 1 000 km). Ainsi donc, le filtrage spatial, première étape de l'algorithme complet de suivi, n'est pas utilisé.

Hybridation des trajectoires

Le suivi conduit à la création d'autant de fichiers de trajectoires que d'échelles examinées. Cependant, une même structure peut avoir une signature dans les champs passe-bande de plusieurs

échelles différentes. Par exemple (figure 2.6), à la structure bien visible sur le champ total ou sur le champ filtré passe-haut – pointée par une croix verte – correspondent des maxima aux échelles 3 et 4. De ce fait, il existe une redondance entre les jeux de trajectoires d'échelles différentes. Il est ainsi nécessaire de mettre en place l'équivalent de l'étape de détection d'échelle pour les trajectoires. Cette étape sera appelée *hybridation*.

Pour cela, un tableau quantifiant la “proximité”, notée p entre deux trajectoires est construit (la figure 3.1 en donne une illustration). Cette grandeur est définie par la somme d'un score entre 0 et 1 calculé en chacun des instants communs aux deux trajectoires. Ce score est strictement positif si les deux trajectoires sont à un même instant proches, en fait à une distance inférieure à un seuil sd fonction de l'échelle la plus grande parmi les deux, dont la valeur (égale à 1300 km pour l'échelle 4 et inversement proportionnelle à l'échelle) sera discutée plus loin :

$$p(t_1, t_2) = \sum_{k \in \{l(t_1) \cap l(t_2)\}} \max \left(1 - \frac{d(t_1(k), t_2(k))}{sd(\max(ech(t_1), ech(t_2)))}, 0 \right),$$

où t_1 et t_2 sont deux trajectoires d'échelle différente, p est leur proximité, l est la liste des instants auxquels une trajectoire existe, $d(x_1, x_2)$ est la distance spatiale entre deux points x_1 et x_2 de la sphère et ech est l'échelle d'une trajectoire. Par principe, la proximité de deux trajectoires de même échelle est considérée égale à 0.

On considère que deux trajectoires dont la proximité est strictement positive ne peuvent cohabiter en l'état : en effet, en au moins un instant, elles sont suffisamment proches pour être la signature d'une même structure. Pour éliminer cette redondance, un processus itératif visant à la construction d'un jeu de trajectoires au sein duquel les proximités deux à deux sont toutes nulles est mis en place et décrit ci-dessous.

Tant qu'il existe une valeur strictement positive dans le tableau regroupant les proximités des trajectoires deux à deux, on “hybride” les deux trajectoires – que l'on notera par la suite t_1 et t_2 – dont la proximité est maximale parmi celles regroupées dans le tableau. À titre d'illustration, il s'agit des trajectoires 3 et 5 de la figure 3.1. De nombreuses manières de procéder pourraient être envisagées. La solution qui a été retenue, et qui sera désignée par “hybridation”, est schématisée sur la figure 3.2. Elle a été choisie avec le souci d'aboutir au fait qu'une structure physique doit n'être liée qu'à une seule trajectoire. Elle vise à construire, à partir de deux trajectoires, une unique trajectoire. Celle-ci peut ou bien être l'une des deux trajectoires ou bien être composée en partie de l'une et en partie de l'autre. De manière plus précise, le processus de construction se déroule de la manière suivante :

- pour chacune des deux trajectoires, on calcule un score, qui est simplement la somme des valeurs du maximum dans le champ passe-bande mono-échelle d'échelle adéquate rapportée à la moitié de la somme des deux sommes obtenues pour t_1 et t_2 . Ainsi, on obtient un score
- compris entre 0 et 2 – pour d'une part t_1 et d'autre part t_2 :

$$s_i(0) = 2 \frac{\sum_{k \in l(t_i)} PB_{ech(t_i)}(t_i(k))}{\left[\sum_{k \in l(t_i)} PB_{ech(t_i)}(t_i(k)) \right] + \left[\sum_{k \in l(t_j)} PB_{ech(t_j)}(t_j(k)) \right]},$$

où $i = 1, 2$ et $j = 3 - i$, $s_i(0)$ est le score obtenu par la trajectoire non modifiée i et PB_i est le résultat du filtrage par le filtre passe-bande d'échelle i défini en 2.1.4. Notons qu'au moins l'un de ces deux scores est nécessairement supérieur ou égal à 1.

- pour chaque instant k commun aux deux trajectoires à l'exception du dernier de chaque série consécutive (il peut donc ne pas y en avoir si les deux trajectoires ont par exemple un unique instant en commun), on détermine la trajectoire commençant ou bien par t_1 ou bien par t_2 et qui “saute” sur l'autre trajectoire à l'instant $k + 1$. On construit ainsi une nouvelle trajectoire hybride. On prend en compte le saut de la manière suivante : le score est cette fois la somme de deux termes. Le premier est calculé de la même manière que précédemment en considérant les points de t_1 et t_2 successivement parcourus, le second est un réel compris entre 0 et -1 et qui quantifie la distance séparant les deux trajectoires aux instants k et $k + 1$ (0 si les deux points sont collocalisés, -1 si les deux points sont éloignés d'une distance égale au seuil sd dépendant de l'échelle) :

$$s_i(k) = 2 \frac{\sum_{l \in l(t_j) \cap [1, k]} PB_{ech(t_j)}(t_j(l)) + \sum_{l \in l(t_i) \cap [k+1, +\infty[} PB_{ech(t_i)}(t_i(l))}{\left[\sum_{l \in l(t_i)} PB_{ech(t_i)}(t_i(l)) \right] + \left[\sum_{l \in l(t_j)} PB_{ech(t_j)}(t_j(l)) \right]} - \frac{d(t_1(k), t_2(k)) + d(t_1(k+1), t_2(k+1))}{2 \, sd(\max(ech(t_1), ech(t_2)))},$$

où $s_i(k)$ ($i = 1, 2$) est le score correspondant à l'hybride construit en démarrant par la trajectoire $j = 3 - i$ et finissant sur la trajectoire i avec une transition entre les instants k et $k + 1$ (la trajectoire sélectionnée passe par les points $t_j(k)$ et $t_i(k + 1)$).

- enfin, on sélectionne la trajectoire – que l'on qualifiera d'hybride – dont le score est maximal parmi l'ensemble constitué de t_1 , de t_2 et de toutes les trajectoires nouvellement envisagées composées de t_1 et t_2 . On neutralise alors t_1 et t_2 (toutes leurs proximités avec les autres trajectoires sont mises à zéro) et on fait apparaître la nouvelle trajectoire sélectionnée. Sa proximité à chacune des autres trajectoires est calculée.

Par ce processus, de nombreux points ne sont pas conservés, puisque faisant partie ou bien d'une trajectoire de score inférieure à une voisine ou bien d'une portion de trajectoire vers laquelle un saut est trop coûteux. Notons enfin que cette étape d'hybridation a été élaborée avec le souci de préserver la propriété d'invariance par renversement du temps de l'algorithme de suivi.

La figure 3.2 propose la schématisation de ce processus. La figurine 3.2a montre deux trajectoires dont la proximité est non nulle : elles se trouvent à une distance inférieure à sd l'une de l'autre pendant cinq instants consécutifs. Les figurines b et c représentent le calcul du score de chacune des deux trajectoires non modifiées. Pour l'illustration, t_1 a un score supérieur à t_2 . Les figurines d et e montrent ensuite les deux trajectoires possibles obtenues par saut au troisième instant commun. À des fins de simplicité, nous ne considérerons pour cet exemple que cet instant comme possibilité de saut. La trajectoire débutant par t_1 (figurine d) a une forte amplitude et est très longue, beaucoup plus que celle débutant par t_2 (figurine e). En supposant que le saut se traduise par un poids petit, l'hybride débutant par t_1 sera considéré comme étant la nouvelle trajectoire, représentative de t_1 et t_2 qui sont – temporairement – exclues du jeu de trajectoires.

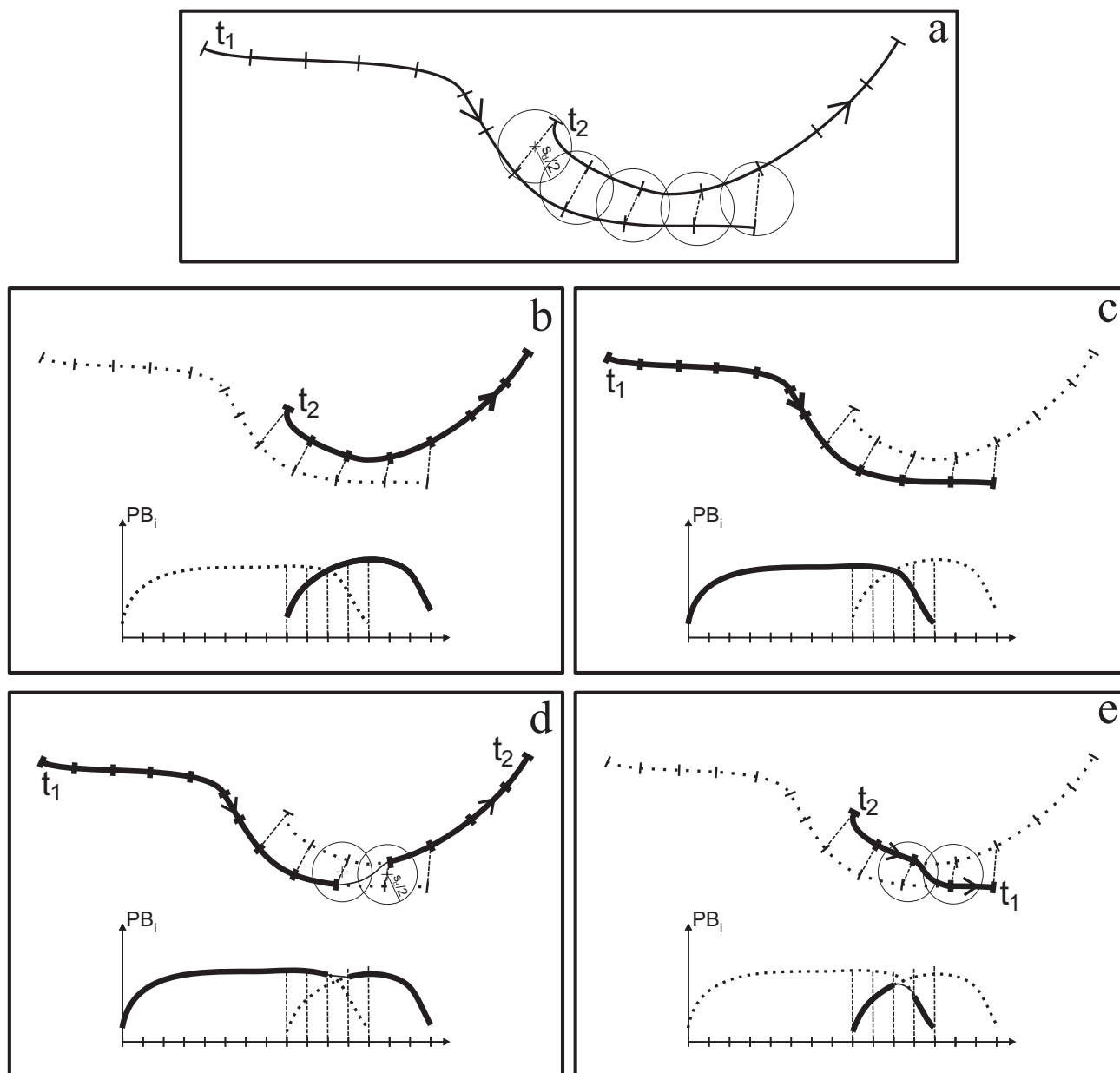


FIG. 3.2 – Illustration de l'étape d'hybridation. Deux trajectoires t_1 et t_2 de proximité strictement positive (a) vont donner naissance à une unique trajectoire. (b), (c) : calcul du score de chacune non modifiée. (d), (e) : création des deux hybrides possibles avec un saut au troisième instant commun. La comparaison des scores de ces hybrides avec les trajectoires initiales va permettre de sélectionner la trajectoire la plus vraisemblable représentant les informations portées par t_1 et t_2 .

Émancipation

Après chaque hybridation, il est nécessaire d’inclure une étape de correction, que l’on nommera *émancipation*. En effet, au fur et à mesure que les hybridations se font, la constitution d’une trajectoire hybride peut avoir eu pour effet l’élimination de très nombreuses autres. Selon les hybridations successives, il peut arriver que des trajectoires neutralisées lors d’étapes précédentes n’aient finalement plus rien à voir avec la trajectoire retenue. Cette émancipation permet donc de libérer ces trajectoires exclues précédemment et dont la proximité avec l’hybride est nulle. Celles-ci redeviennent alors “actives”. On actualise finalement le tableau de proximité avec ces trajectoires.

La figure 3.3 illustre un tel cas. Elle montre le cas de deux hybridations successives : une première vise à résoudre la redondance des trajectoires t_1 et t_2 . Le calcul conduit à ne conserver que t_2 . Or, t_2 possède également un degré de redondance – certes moindre mais non nul – avec une autre trajectoire, notée t_3 . Lors de cette seconde hybridation, seule t_3 est conservée. Sans étape supplémentaire, une bonne part de l’information a été perdue. En particulier, tout le signal contenu par la trajectoire t_1 , avant même la naissance de t_3 , a été oublié. L’étape d’émancipation permet de vérifier qu’une trajectoire n’a pas été “sacrifiée” de manière inutile : t_1 et t_3 ne possédant aucun instant en commun, elles sont donc de proximité nulle et t_1 peut être réintroduite. Les redondances de t_1 et t_2 d’une part et t_2 et t_3 d’autre part ont bien été levées.

Convergence

Le comportement de la convergence de l’algorithme vers un jeu de trajectoires sans redondance a été testé sur la période du 1er août 1989 au 31 juillet 1990. La figurine 3.4a montre que le processus d’hybridation a réduit de plus de moitié le nombre de trajectoires, passant de 2035 (1531 d’échelle 3 et 504 d’échelle 4) à 906. Par ailleurs, on peut remarquer la relative rareté des émancipations durant la première moitié du calcul, liée au faible nombre de trajectoires utilisées pour créer les hybrides successifs. Au fur et à mesure que les proximités traitées deviennent faibles (figurines 3.4c et d), le nombre d’émancipations augmente et la proximité maximale peut alors sauter vers des valeurs éventuellement fortes et freiner la convergence de l’algorithme.

Sur les 32 jeux annuels de trajectoires de tourbillon potentiel à 315 K et de tourbillon relatif à 850 hPa, deux cas de non-convergence ont été observés et un simple test d’arrêt supplémentaire (le maximum de proximité atteint 0,1, ce qui correspond par exemple à deux trajectoires distantes en un seul instant de $0,9 \text{ sd} = 1170 \text{ km}$) a suffi à faire terminer le processus de minimisation.

3.3.3 Commentaires

Mesure de l’efficacité à l’aide du produit scalaire

Pour des raisons de coût de calcul, l’étape d’hybridation-émancipation a lieu avant l’extraction des structures. Un test a été mené sur la période du 1er août 1989 au 31 juillet 1990 de sorte à vérifier si le critère lié à la simple proximité spatiale suffit à éliminer les redondances.

Pour chaque date i , la corrélation spatiale de tous les couples de structures, l’une d’échelle 3 et l’autre d’échelle 4, apparaissant à l’instant i est calculée. La figure 3.5 montre l’histogramme

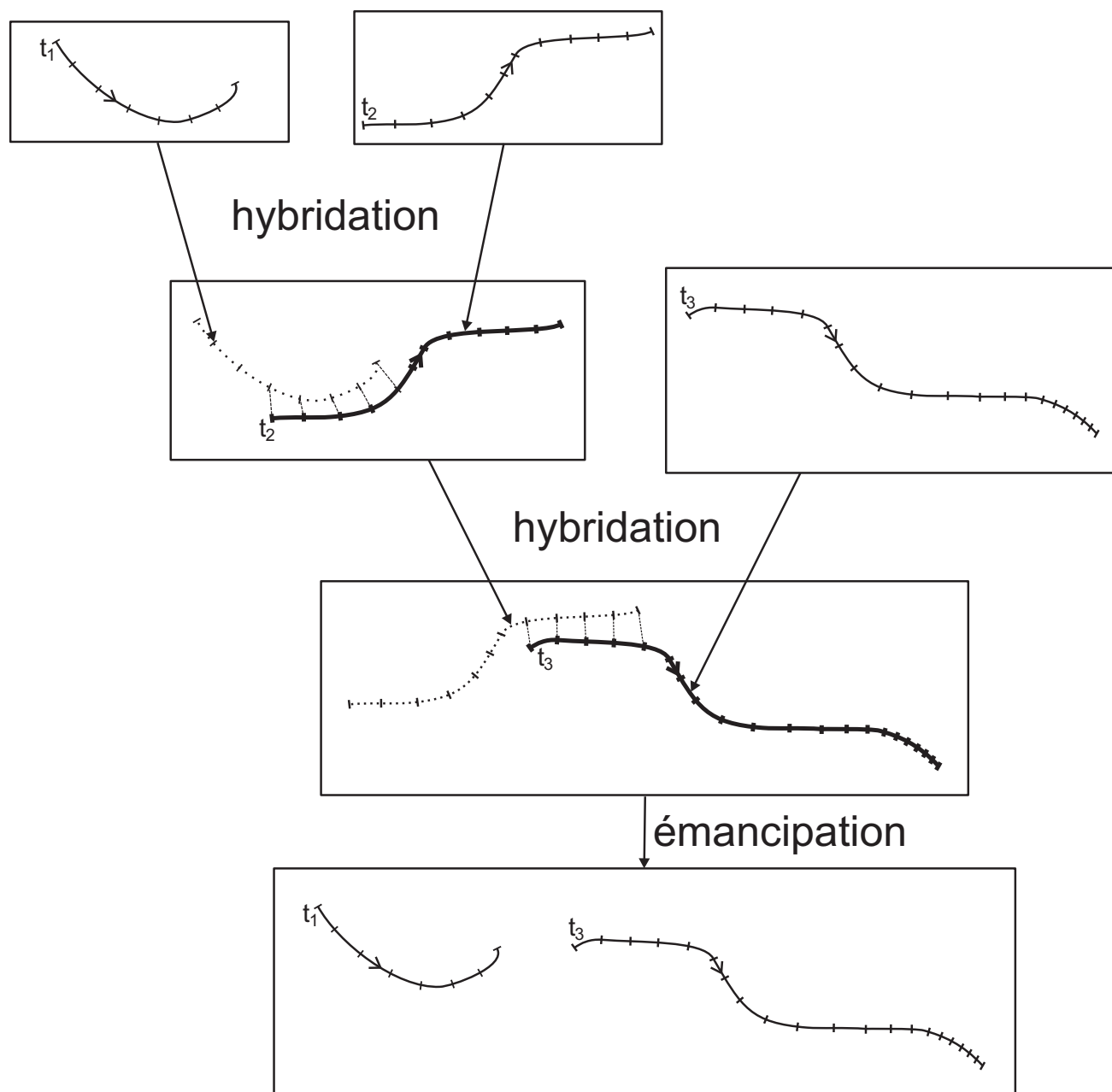


FIG. 3.3 – Illustration de l'étape d'émancipation. Au cours de deux hybridation successives, t_1 est écartée au profit de t_2 , puis t_2 est à son tour exclue lors de l'étape d'hybridation avec t_3 . En définitive, t_1 , t_2 et t_3 ont donné naissance à une unique trajectoire, en fait t_3 . L'émancipation permet de vérifier si parmi toutes les trajectoires utilisées pour la composition d'une unique trajectoire hybride, toutes sont de proximité non nulle avec l'hybride retenu. Ce n'est en l'occurrence pas le cas : t_1 est de proximité nulle avec l'hybride qui est censée représenter les trois trajectoires. t_1 est donc réintroduite dans le jeu de trajectoires, sans préjudice quant au degré de redondance que ce dernier contient.

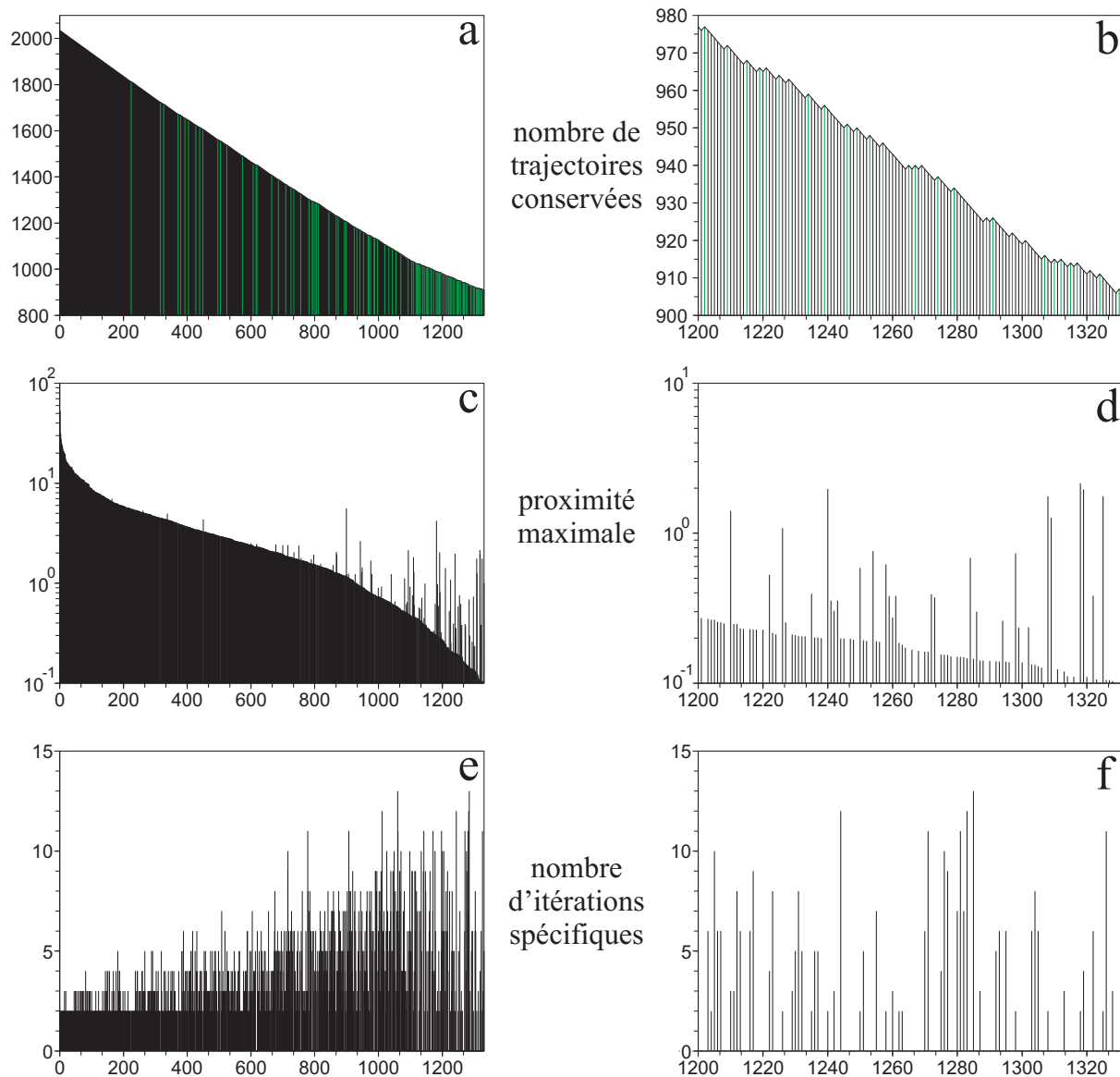


FIG. 3.4 – Évolution de diverses quantités selon le numéro d'opération (hybridation en traits noirs et émancipation en traits verts) – en ordonnée. (a), (c), (e) : opération 1 à 1335, (b), (d), (f) : 1200 à 1335. (a), (b) : nombre de trajectoires conservées ; (c), (d) : valeur maximale de proximité d'un couple de trajectoires issu du jeu actualisé. (e) et (f) renseignent, à chaque étape i d'hybridation, le nombre total d'éléments écartés du jeu de trajectoires au cours des hybridations précédentes ayant conduit à la constitution de l'hybride créé lors de l'hybridation i .

des corrélations des structures extraites prises l'une dans le jeu complet de trajectoires d'échelles 3 et l'autre d'échelle 4. La queue de distribution est particulièrement lourde. Il s'avère qu'il n'est pas rare que deux structures soient assez redondantes : par exemple, 5% des couples de structures ont un produit scalaire supérieur à 0,3 (tableau 3.1). En comparaison, l'histogramme des produits scalaires des structures deux à deux faisant partie de trajectoires d'échelles différentes et retenues après le processus de sélection a une forme très différente. On remarque que la queue de distribution vers les valeurs positives est en particulier beaucoup plus légère : une large majorité de paires de structures a un produit scalaire faible, supérieur à 0,1 dans moins de 2% des cas et à 0,3 dans moins d'un cas sur 2000 (tableau 3.1). L'étape d'hybridation est en définitive très efficace, en particulier pour lever les redondances les plus fortes.

Discussion

Dans l'état actuel des choses, l'hybridation n'est possible que par un unique saut. En toute généralité, on peut imaginer qu'il pourrait être pertinent de prévoir des sauts multiples. Dans les faits, un examen subjectif sur de nombreuses trajectoires a conduit à ne pas aller dans le sens d'une complexification de cette étape. Il est en effet rare que deux trajectoires d'échelles différentes restent proches suffisamment longtemps pour qu'une structure ait le temps de passer d'une échelle à une autre puis d'en revenir. Notons qu'il n'est en revanche bien entendu pas exclu qu'un hybride saute éventuellement un grand nombre de fois d'une trajectoire à une autre (toutes différentes), avec éventuellement autant de changements d'échelle. Par ailleurs, la valeur de sd a fait l'objet de tests et celle retenue est un compromis entre le nombre de trajectoires conservées et le risque qu'une structure soit vue à deux échelles différentes, conduisant à une certaine redondance ainsi qu'à de possibles extractions inadéquates.

Conclusion

Les étapes décrites précédemment permettent d'aboutir à une liste de points dont chacun est associé à une échelle, par appartenance à une trajectoire issue du suivi. Elle contient par construction des informations quant à l'appartenance à une trajectoire et vient alors en entrée de l'algorithme d'extraction spatiale. À titre d'illustration, le tableau 3.2 présente une partie d'un tel fichier, pour la date du 2 janvier 1989, 06UTC.

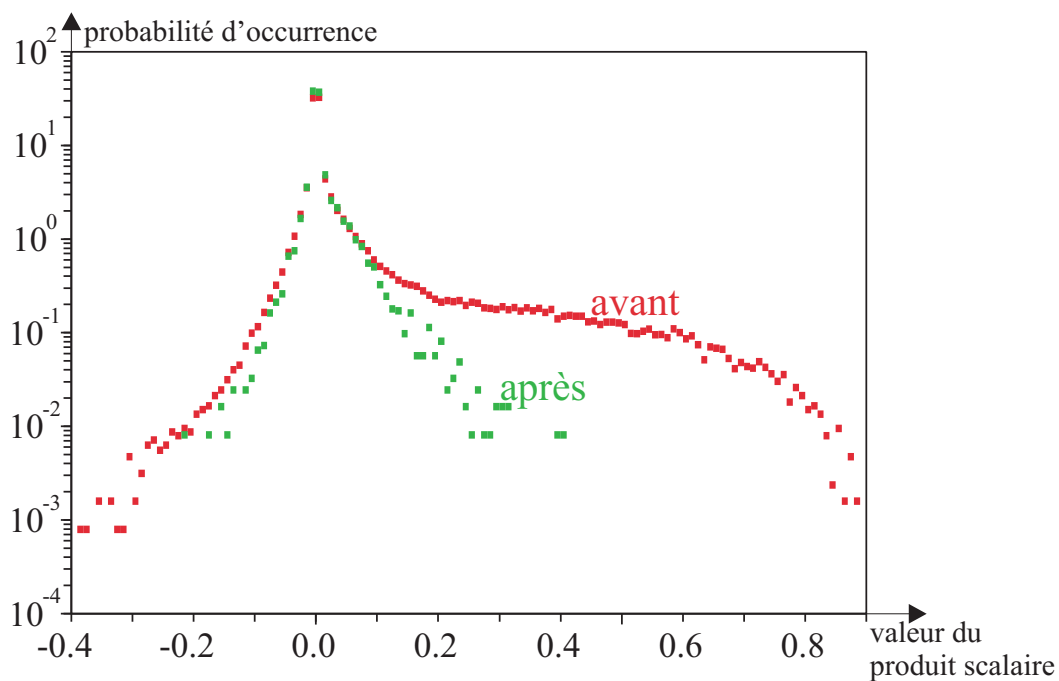


FIG. 3.5 – Densité de probabilité de la valeur du produit scalaire de toute paire de structures d'échelles distinctes (échelle logarithmique). Tiretés rouges : jeux complets de maxima (“avant”); tiretés verts : après sélection des trajectoires.

seuil	avant	après
0.50	20.906	0.0
0.40	34.680	0.041
0.30	52.073	0.484
0.20	72.316	3.171
0.10	107.094	17.862

TAB. 3.1 – Occurrence de dépassement de seuil ($\times 10^3$) du produit scalaire de deux structures. Colonne du milieu (“avant”) : parmi toutes les structures détectées sur chacun des jeux complets de maxima d'échelle 3 et 4; colonne de droite (“après”) : uniquement parmi les structures d'échelle différente et correspondant à des trajectoires sélectionnées.

num (a)	ech (b)	lat (c)	lon (d)	traj (e)	long (f)	hybr (g)	long (h)	ech hybr (i)
1	3	46.3	-105.5	O	12	N	49	4, 3
2	3	53.1	-105.9	N				
3	3	47.4	-86.7	O	6	O	6	3
4	3	58.0	-90.6	O	9	O	9	3
5	3	61.7	-91.8	N				
6	3	49.4	-63.9	N				
7	3	51.7	-47.5	O	3	N	19	4
8	3	59.3	-46.6	O	9	O	9	3
9	3	48.6	-33.5	O	7	N	19	4
10	3	72.3	-33.6	O	5	O	5	3
11	3	67.3	-2.2	N				
12	3	49.0	-9.0	O	9	N	11	4, 3
13	3	61.7	25.2	N				
14	3	50.6	17.5	O	28	O	43	3, 4, 3
15	3	34.3	12.3	O	7	N	6	4
16	3	43.4	35.2	O	12	O	15	3, 4
17	3	45.5	48.2	O	7	O	7	3
18	3	30.0	33.2	O	6	O	6	4,3
19	3	34.8	41.3	N				
20	4	46.6	-108.9	O	27	O	49	4, 3
21	4	69.3	-11.5	N				
22	4	48.7	-7.4	O	4	O	11	4, 3
23	4	46.3	37.4	O	14	N	15	3, 4
24	4	29.2	32.4	O	6	N	6	4, 3

TAB. 3.2 – Tableau illustrant un fichier en sortie de l’algorithme de construction de trajectoires de tourbillon potentiel à 315K, pour la date du 2 janvier 1989, 06UTC. On peut y lire le numéro (a) des différents maxima contenus dans les jeux de maxima de chaque échelle (b), sa latitude (c) et sa longitude (d). (e) indique si le point en question appartient à une trajectoire après application de l’algorithme de suivi sur le jeu de trajectoires de l’échelle (b), et (f) contient la longueur de cette trajectoire (en nombre de pas de temps) si elle existe. (g) indique si le point est traversé par une trajectoire hybride ou non. Que ce soit le cas où non, (h) et (i) renseignent respectivement la longueur et les échelles successives de la trajectoire hybride retenue dont la construction a impliqué le point en question.

3.4 Vue générale de l'algorithme

La figure 3.6 décrit le déroulement de la séquence algorithmique complète, qui sera utilisée par la suite.

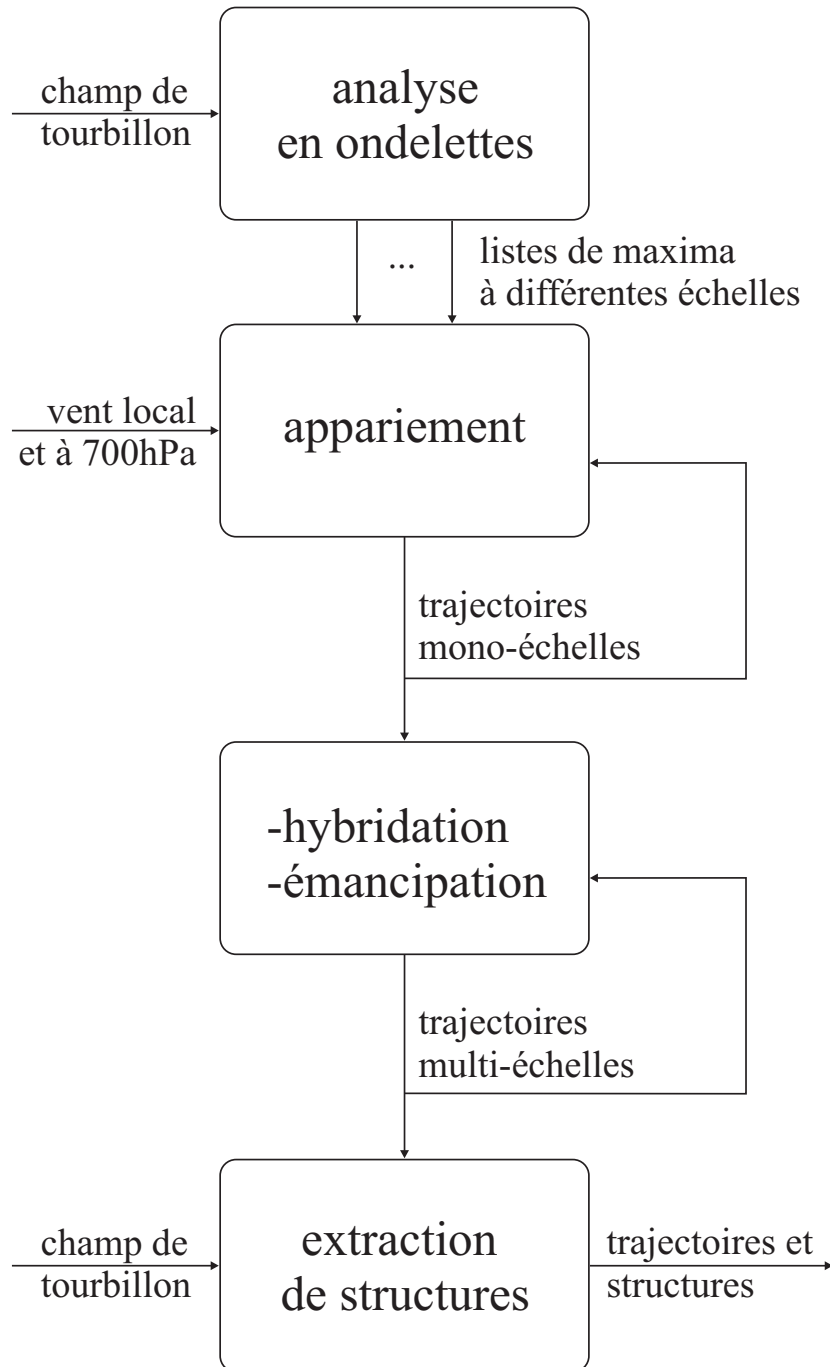


FIG. 3.6 – Schéma décrivant l'algorithme couplé de suivi et d'extraction de structures.

3.5 Un premier cas idéalisé

Cette section est consacrée à une illustration du fonctionnement de l’algorithme – de l’analyse du champ initial aux structures extraites – sur une suite de champs idéalisés. Ces champs, définis sur 40 instants, fixés arbitrairement entre le 1^{er} janvier 00UTC et le 9 janvier 18UTC, sont composés de deux structures évoluant vers l’est, de taille croissante et séparées d’une distance également croissante. Ces structures sont rondes et leur profil est en $e^{-(x/2)^2} - \alpha x^2 e^{-x}$, où α est tel que la structure est à moyenne nulle et x est la distance au centre. De sorte à tester la capacité du système à gérer un changement d’échelle, la taille des structures est croissante avec le temps, comme le montre la figure 3.7.

La figure 3.8 montre qu’à l’instant initial (01/01, 00UTC), les deux structures se projettent largement sur l’échelle 3 en formant deux maxima relativement isolés (figurine a) et sont suffisamment proches pour ne former qu’un seul maximum à l’échelle 4 d’amplitude nettement inférieure (figurine b). Au fur et à mesure qu’elles s’éloignent l’une de l’autre, le maximum d’échelle 4 finit par se séparer en deux. Le 9, de par l’augmentation de la taille des structures, l’amplitude est devenue supérieure à l’échelle 4 par rapport à l’échelle 3.

La figurine 3.9a montre les trajectoires issues des deux jeux de maxima aux échelles 3 et 4. On peut remarquer que la séparation du maximum d’échelle 4 en deux conduit à un arrêt de la trajectoire d’échelle 4 démarrant à l’instant 1 et à l’existence de deux trajectoires subséquentes. En imposant aux trajectoires d’être liées à une unique échelle, ou bien on choisira l’échelle 3 – deux trajectoires seront conservées au cours de la série mais la reconstruction deviendra vite problématique car une large part des structures devenues grandes restera dans le champ résiduel (figurines b et d de 3.11) – ou bien on choisira l’échelle 4 et dans ce cas, une structure comprenant les deux “pics” (figurine 3.10e) sera suivie jusqu’à la disparition de la trajectoire provoquée par le dédoublement du maximum à cette échelle. Les objets auxquels nous nous intéressons ayant une échelle pouvant en toute généralité varier dans le temps, ceci illustre la nécessité de laisser la possibilité d’un changement d’échelle.

Le processus de sélection de trajectoires décrit ci-dessus a été mis en œuvre ; les trajectoires qui en résultent sont présentées par la figurine 3.9b. Le système a été capable de prendre en compte le changement d’échelle au cours du temps. Les deux structures sont bien suivies et leurs trajectoires, constituées chacune de deux trajectoires d’échelle 3 puis 4, sont en cohérence avec ce qui est attendu. On peut remarquer que la structure située vers 60°N voit son échelle basculer plus rapidement que celle située à 45°N. Ceci est à mettre sur le compte des variations du facteur d’échelle (voir la figure 2.4). En effet, bien que les deux structures soient exactement de même rayon, la plus septentrionale occupe une zone plus grande du domaine de projection de Lambert, de par un facteur d’échelle proche de 1,05 contre 1 au voisinage de l’autre structure.

Les figurines 3.10a à d montrent le résultat de l’extraction des deux structures d’échelle 3, retenues. Bien qu’assez proches l’une de l’autre, leur extraction est correcte. L’amplitude de la structure extraite est de 88% de celle de la structure initiale et un petit résidu est visible sur les champs de différence entre le champ total et chaque structure (figurines b et d). L’extraction d’échelle 4 qui n’est pas retenue pour cette date est illustrée par les figurines e et f. Dans ce cas,

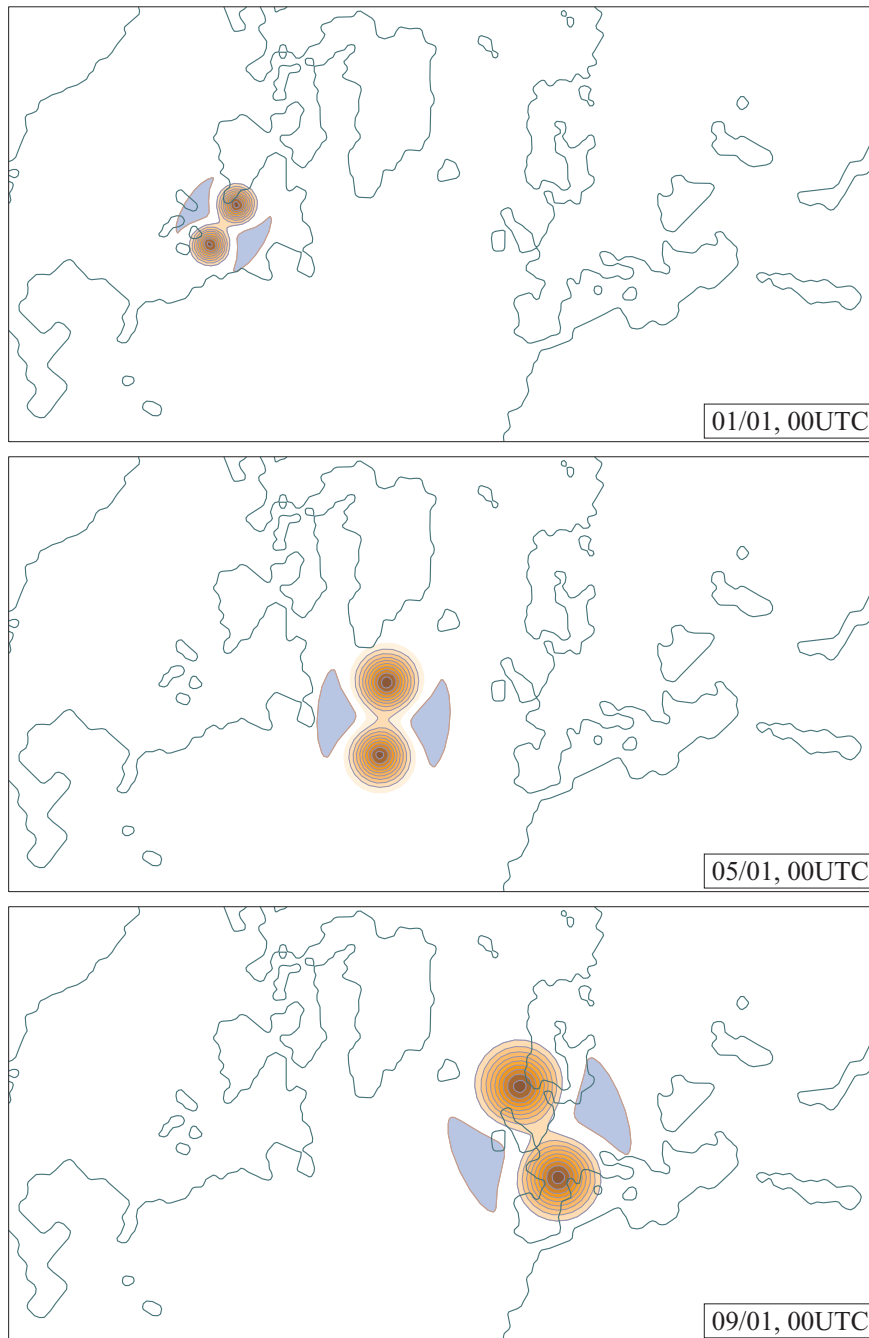


FIG. 3.7 – Cas idéalisé. Champ total. Intervalle : 0,8 PVU. Plages orangées (resp. bleues) : valeurs positives (resp. négatives).

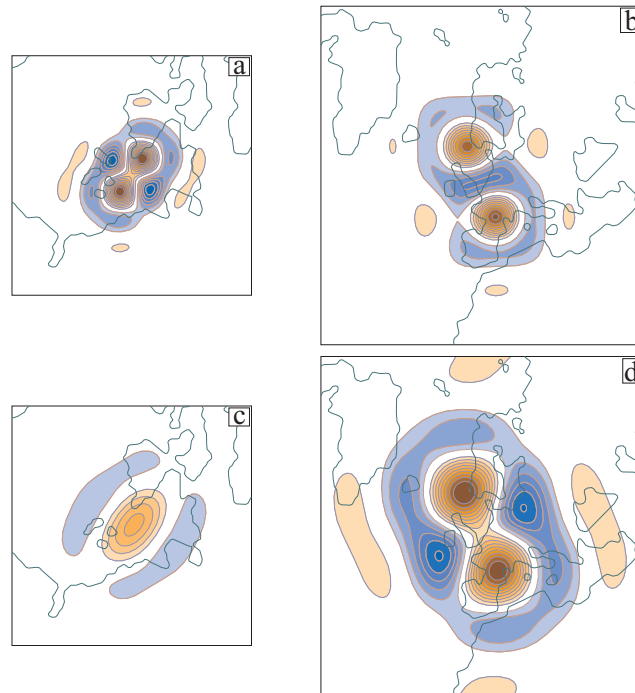


FIG. 3.8 – Cas idéalisé. Champs passe-bande mono-échelle (échelle 3 en haut, 4 en bas) aux deux instants 01/01 (à gauche) et 09/01 (à droite). Intervalle : 0,3 PVU. Plages orangées (resp. bleues) : valeurs positives (resp. négatives).

les deux structures sont extraites simultanément, avec une amplitude proche de celle obtenue à l'échelle 3. Le 9 (figure 3.11), les deux trajectoires retenues sont d'échelle 4. Les figurines 3.11a à d montrent qu'effectivement, une extraction à une échelle inférieure serait nettement inadaptée puisqu'elle conduirait à de très forts résidus. Les deux extractions d'échelle 4 (figurines 3.11e à h) sont en revanche relativement satisfaisantes, avec des structures quasiment rondes et d'amplitude égale à environ 86% de l'amplitude totale.

On pourra remarquer que dans cet exemple, la présence d'une structure voisine perturbe quelque peu l'extraction et conduit à la création d'une zone fortement négative d'amplitude de l'ordre d'un tiers de la valeur positive maximale plutôt qu'un anneau de valeurs faiblement négatives. Cette zone apparaît dans le champ résiduel (figurines 3.10a,c et 3.11e,g).

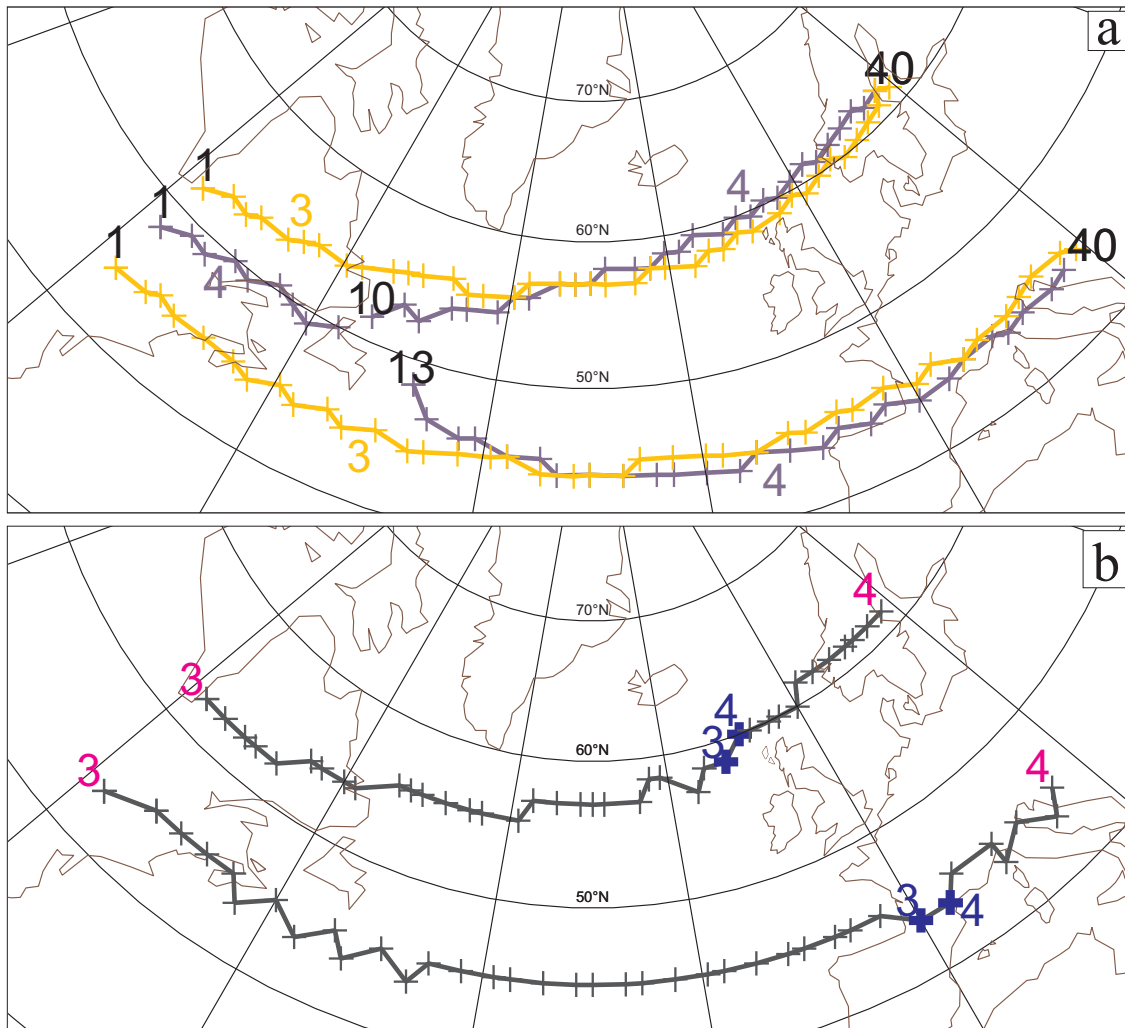


FIG. 3.9 – Cas idéalisé. (a) : trajectoires issues des jeux complets de trajectoires d'échelle 3 et 4 ; (b) : trajectoires conservées. Ces dernières démarrent toutes deux à l'instant 1 et durent les 40 instants. Les étiquettes indiquent l'échelle, les croix bleues correspondent au saut d'une échelle à l'autre.

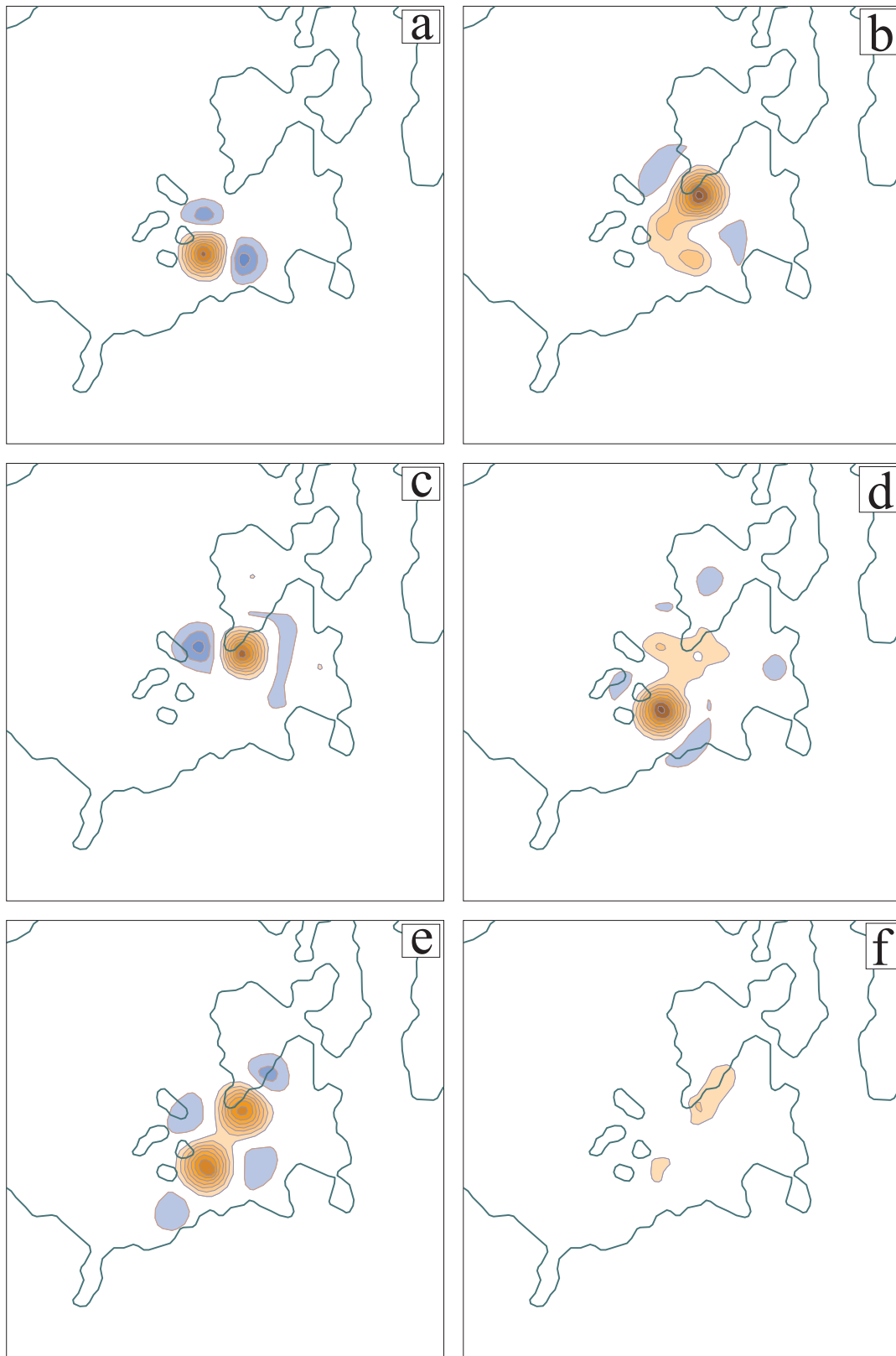


FIG. 3.10 – Cas idéalisé. Extractions menées à partir des jeux complets de trajectoires : les deux trajectoires d'échelle 3 (a–d) et l'unique d'échelle 4 (e), (f) à l'instant visé. Les extractions d'échelle 3 correspondent aux deux trajectoires retenues. Intervalle : 0,8 PVU. Plages orangées (resp. bleues) : valeurs positives (resp. négatives). À gauche, structure extraite ; à droite, champ résiduel. 01/01, 00UTC.

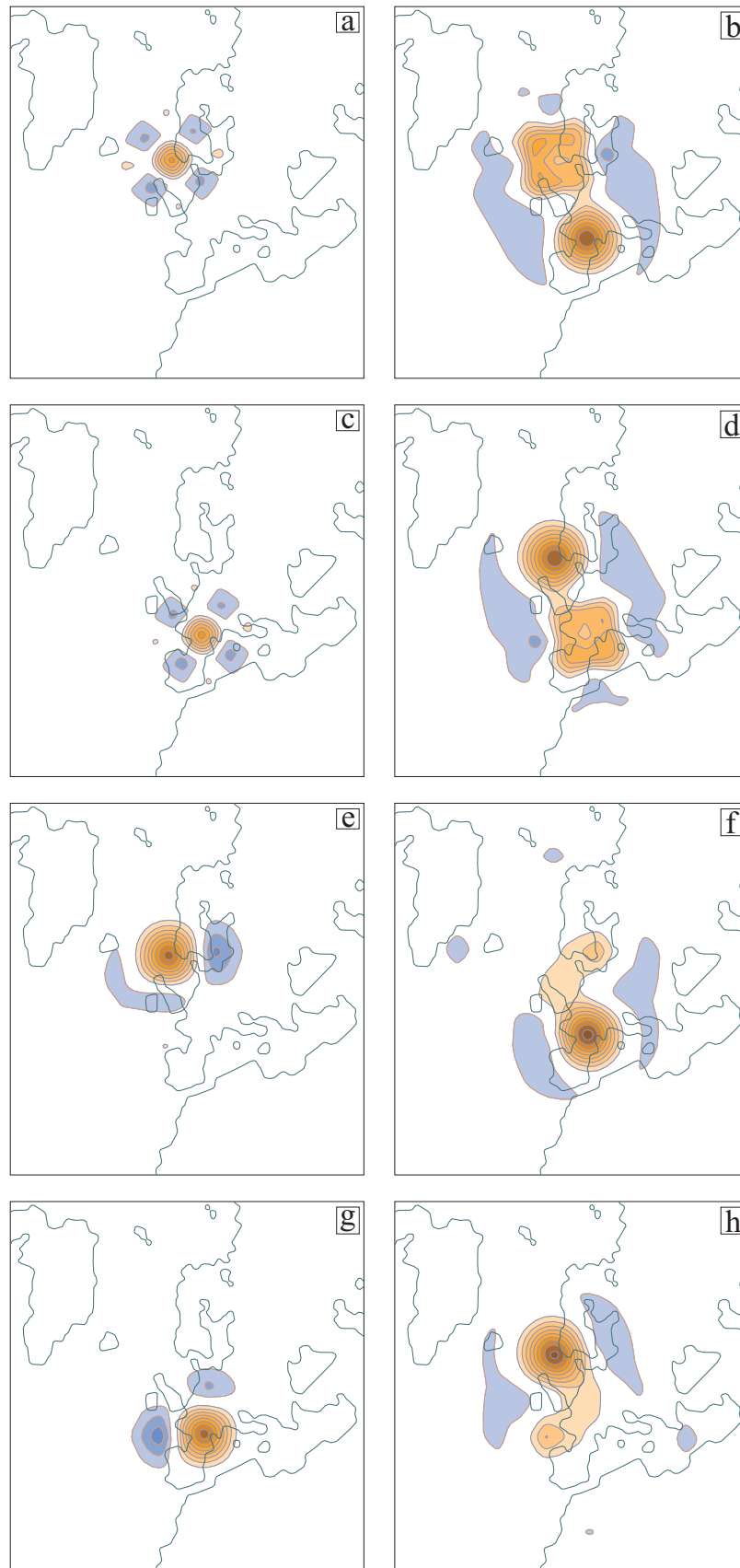


FIG. 3.11 – Cas idéalisé. Extractions menées à partir des jeux complets de trajectoires : les deux trajectoires d'échelle 3 (a–d) et les deux d'échelle 4 (e–h). Les extractions d'échelle 4 correspondent également aux deux trajectoires retenues. Intervalle : 0,8 PVU. Plages orangées (resp. bleues) : valeurs positives (resp. négatives). À gauche, structure extraite ; à droite, champ résiduel. 09/01, 00UTC.

3.6 Un cas réel de suivi

Le chapitre 4 fournira des éléments synthétiques quant aux résultats obtenus sur une très longue série temporelle issue de la réanalyse ERA-Interim. Avant cela et à titre d'expérimentation, l'algorithme a été mis en œuvre sur la série temporelle de champs de tourbillon potentiel à 315 K du mois de janvier 1989 de l'ERA-Interim. La présente section vise à présenter une trajectoire parmi celles connaissant un changement d'échelle. La trajectoire choisie (Fig. 3.12) est présente sur 16 échéances, soit 90 heures, parcourt 7 800 km et connaît un changement d'échelle : elle passe de l'échelle 4 à l'échelle 3 au bout de 24 heures. La figurine 3.12a montre que les deux trajectoires associées à cette structure issues respectivement du jeu de trajectoires d'échelle 3 et 4 sont géographiquement proches durant quasiment toute leur vie. L'algorithme exposé précédemment construit et sélectionne une trajectoire hybride (figure 3.12b) avec un saut qui se fait entre deux instants durant lesquels elles sont effectivement très proches. Examinons l'extraction obtenue de sorte à vérifier que la trajectoire hybride correspond bien à une structure cohérente et que le changement d'échelle est pertinent.

La trajectoire commence le 3 janvier à 06UTC (Fig. 3.13), à l'échelle 4. La structure peut être distinguée dans le champ total à l'est des Grands Lacs (figurine c). Il est à noter qu'un maximum à l'échelle 3 est présent mais est relativement décalé vers le nord-est (non illustré). L'extraction retire quasi-complètement la structure du champ total et laisse relativement intacte une structure de plus petite échelle non loin de là située au large du Québec.

Le 4 à 00UTC, la structure se situe au large du Labrador. Cette fois, elle se traduit par des maxima nets aux deux échelles. L'algorithme continue à attribuer l'échelle 4. L'extraction fournit une structure dont la plage positive a une forme très proche de celle que l'on peut distinguer dans le champ total (figurine 3.13d). En comparant les deux figurines d et f, on constate que les valeurs positives sont compensées par des zones négatives localisées dans la région de basses valeurs située en amont. En définitive, sur ce cas, l'extraction aboutit à un desserrement des gradients de tourbillon potentiel.

Le 4 à 18UTC (Fig. 3.14), la structure est devenue nettement plus anisotrope en se contractant selon l'un de ses axes. En cohérence avec le fait qu'elle se traduise désormais par un maximum plus fort à l'échelle 3 qu'à l'échelle 4, l'attribution d'échelle a basculé vers la valeur 3. Le fait d'avoir réduit l'échelle permet d'avoir une meilleure localisation mais la structure semble en fait à cette échéance d'échelle intermédiaire entre 3 et 4 puisque des résidus apparaissent sur les bords de la structure : une partie non négligeable de la structure n'est pas extraite. Ceci est une illustration de la limitation liée au caractère discret de l'ensemble des échelles possibles. Lorsque des structures sont d'échelle manifestement intermédiaire, une extraction à l'échelle supérieure peut conduire à englober des structures voisines tandis que l'échelle inférieure mène à une extraction partielle de la structure visée.

Le 5 à 12UTC, la structure suivie est très isolée au milieu de l'Atlantique. Le signal à l'échelle 3 est maintenant nettement plus marqué qu'à l'échelle 4. Bien que le rapport d'anisotropie obtenu soit légèrement inférieur à celui attendu, l'extraction est satisfaisante, le signal résiduel est très largement de grande échelle.

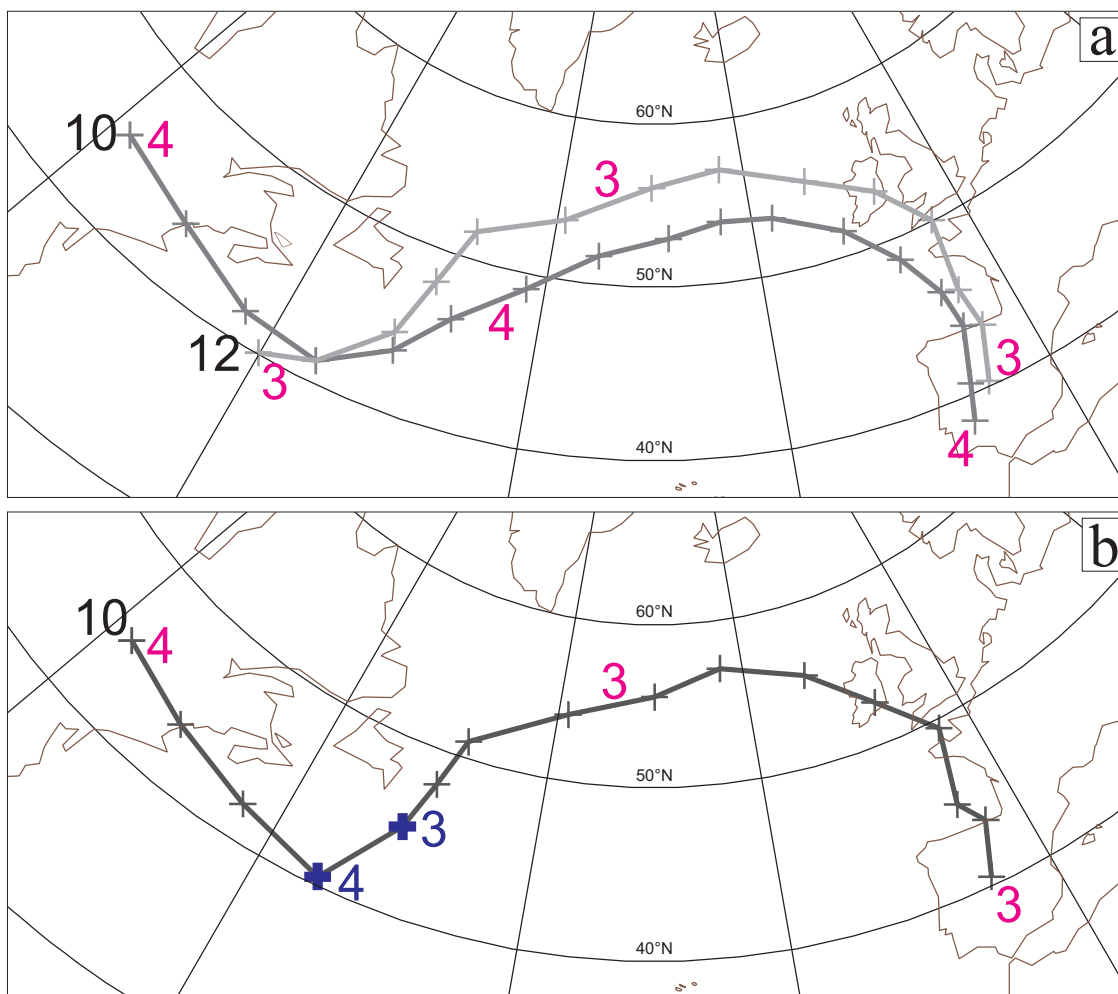


FIG. 3.12 – Cas réel. Trajectoires liées à la structure analysée. (a) : les deux trajectoires tirées des jeux complets de trajectoires mono-échelle, (b) : trajectoire résultant de l'étape d'hybridation.

Le 6 à 06UTC (Fig. 3.15), la structure se situe en Manche. Il s'avère que sa proximité avec une large zone de fort tourbillon potentiel située plus à l'est fait que le diagnostic d'anisotropie est biaisé ; la structure est diagnostiquée plus ronde qu'elle ne semble être par un examen subjectif du champ total. Ceci induit une extraction de moins bonne qualité, avec des anomalies résiduelles aux deux extrémités de la structure.

Enfin, le 7 à 00UTC, l'objet suivi se retrouve de nouveau plus isolé et la forme de la structure extraite est très satisfaisante. L'amplitude du signal résiduel est inférieure à 15% de celle de la structure initiale.

En conclusion, la séquence algorithmique est capable de fournir des trajectoires hybrides correspondant effectivement à des variations d'échelle ayant une réalité physique. On peut qualifier de structure cohérente l'objet qui en est issu. Son orientation, son anisotropie et son échelle sont reproduites de manière satisfaisante. La section suivante donnera enfin quelques éléments complémentaires à propos de la qualité de l'extraction.

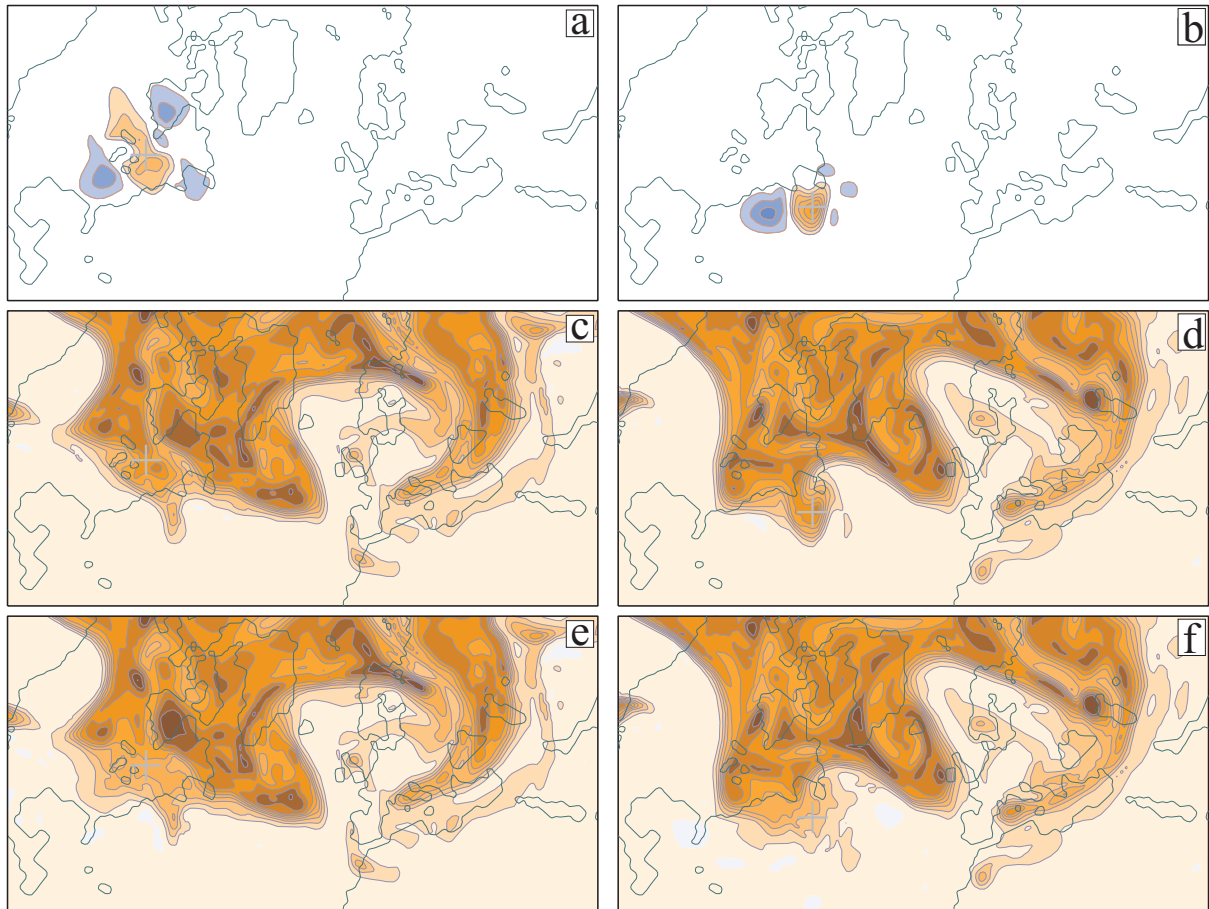


FIG. 3.13 – Cas réel. Extractions de la structure liée à la trajectoire hybride. (a), (b) : structure extraite; (c), (d) : champ total; (e), (f) : champ résiduel. Intervalle : 0,6 PVU (structure), 0,8 PVU (champs total et résiduel). Plages orangées (resp. bleues) : valeurs positives (resp. négatives). Figurines de gauche : 03/01, 06UTC; de droite : 04/01, 00UTC. Dans les deux cas, extraction à l'échelle 4.

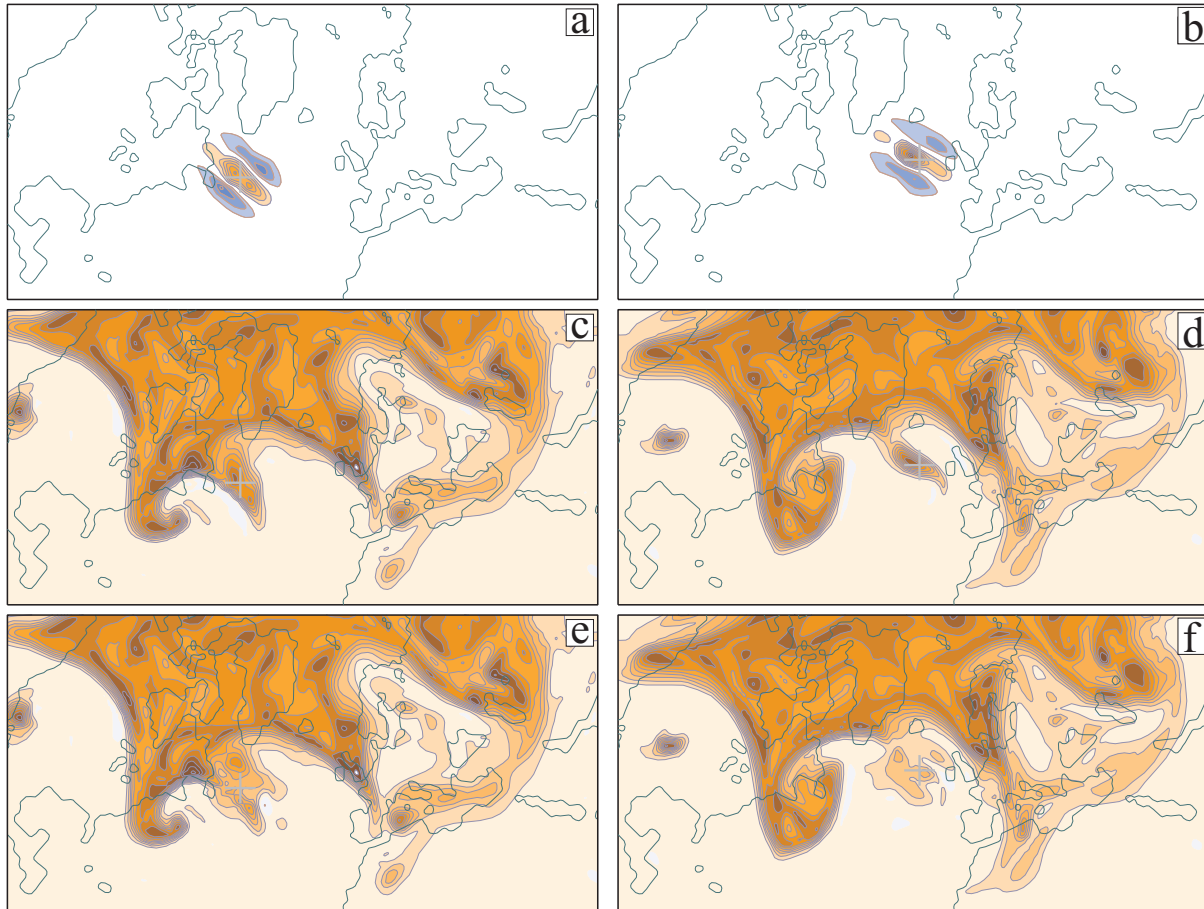


FIG. 3.14 – Idem Fig. 3.13. Figurines de gauche : 04/01, 18UTC ; de droite : 05/01, 12UTC. Extraction à l'échelle 3.

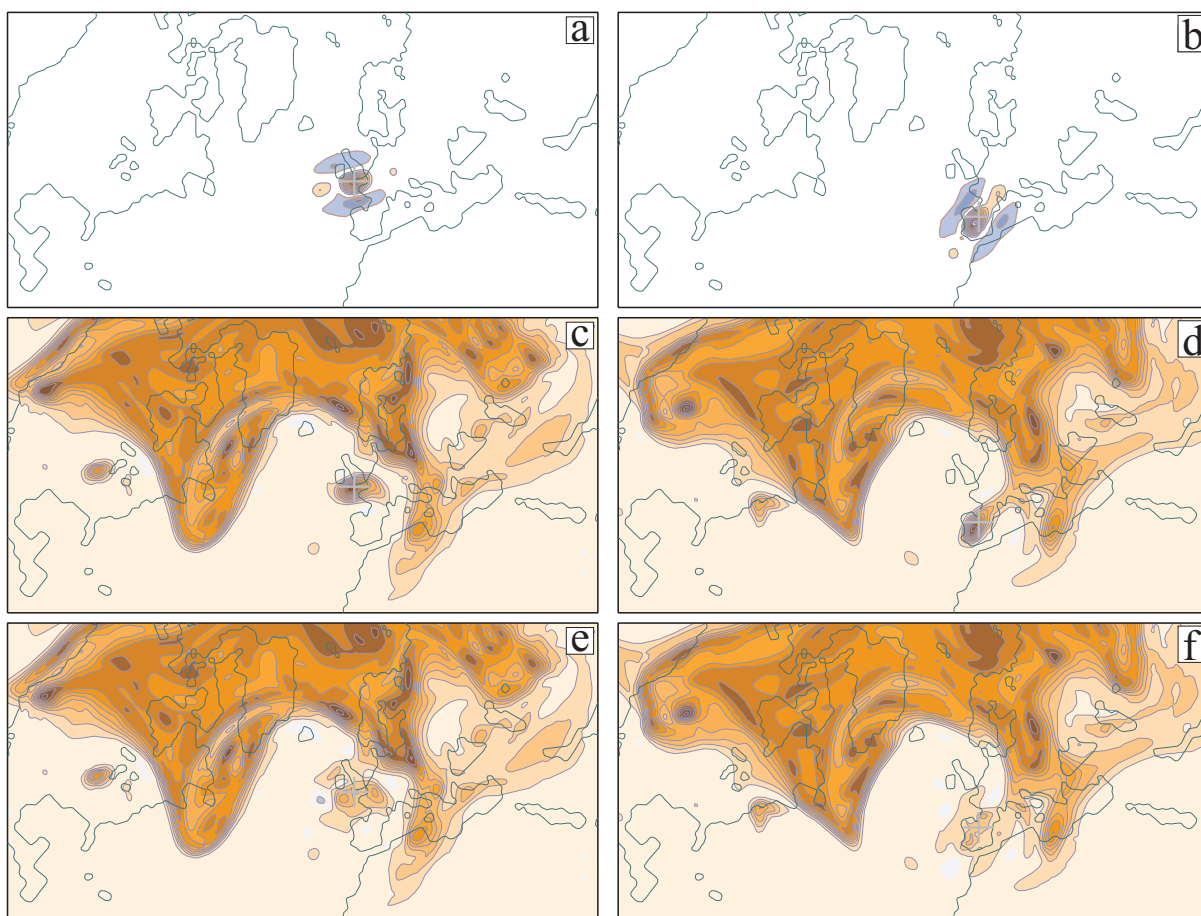


FIG. 3.15 – Idem Fig. 3.13. Figurines de gauche : 06/01, 06UTC ; de droite : 07/01, 00UTC. Extraction à l'échelle 3.

3.7 Discussion

Ce chapitre a exposé la construction d'un algorithme en mesure de tirer, à partir de séries de champs d'échelle synoptique, des jeux de structures cohérentes, en un sens temporel – grâce à l'algorithme de suivi – et spatial, par extraction en ondelettes. On montrera au chapitre suivant qu'il peut être employé de manière totalement automatique sur de longues séries de données.

Le comportement de l'algorithme complet a été illustré sur deux exemples, l'un idéalisé et l'autre réel. Un certain nombre de caractéristiques ont pu être mises en avant, qui pourront faire l'objet de développements futurs. Par exemple, le formalisme utilisé repose sur une sélection nécessairement discrète des échelles. L'étude du cas réel de la section précédente a montré que la qualité de l'extraction de structures d'échelle manifestement intermédiaire pouvait en être affectée.

Par ailleurs, d'un point de vue plus général, l'algorithme d'extraction spatiale repose sur la notion de coupure d'échelle : tout le signal au-delà d'une certaine échelle appartient de manière définitive à l'environnement et ne peut constituer une partie de la structure. Par exemple, la figure 3.15 montre que cette hypothèse est dans certains cas vraisemblablement prise en défaut voire inadaptée au problème que l'on cherche à résoudre.

En effet, prenons l'exemple d'une structure, issue du réservoir stratosphérique et donc associée à de fortes valeurs de tourbillon potentiel, qui se déplace sur une grande distance vers le sud, et forme – par des mécanismes irréversibles – un cut-off dans une région A où règne de très faibles valeurs de PV. Au sens de l'auteur, l'idée intuitive de l'environnement "local" de cette structure ne contient en particulier pas la moyenne de la structure. Cependant, par l'extraction telle que mise en œuvre jusqu'à présent, la modification de tourbillon potentiel est locale et la moyenne de la structure est entièrement contenue dans l'environnement dans la région A . En conservant l'idée d'une extraction sur une image instantanée et dans l'état actuel de l'avancée des outils numériques, on tente donc par le biais de calculs mathématiques d'extraire une structure, dont on peut raisonnablement justifier la nullité de sa moyenne, mais pouvant néanmoins se projeter fortement sur des composantes de très grande échelle dans le cas où elle est isolée, comme l'illustre la figure 3.15. Mettre en œuvre une simple projection conduit à une incapacité de rendre compte des cas très divers rencontrés, allant de structures au sein d'environnements de forte amplitude, ou au contraire isolées comme évoqué au paragraphe précédent, sans oublier le cas de structures très voisines les unes des autres. Dans cet esprit, l'extraction consisterait alors à tenir compte de l'histoire de la structure pour maintenir de faibles valeurs dans la composante environnementale au sein de la région A et à modifier par conséquent le champ de PV dans une région plus lointaine, probablement située dans le réservoir stratosphérique. Une telle séparation, qui n'a à la connaissance de l'auteur jamais été tentée, pourrait être mise en œuvre en utilisant un modèle de prévision, voire un système d'assimilation-prévision.

Une approche alternative a été tentée durant cette thèse, non présentée dans ce manuscrit par souci de cohérence et de concision, pour traiter au moins partiellement cette question. Une décomposition par des processus faiblement non linéaires, reposant en partie sur la séparation en échelle utilisée ici, a été écrite. Plus précisément, par itérations successives et partant de la décomposition en échelle d'ondelette entre la composante "structures" S et l'environnement E , une partie des modes de grande échelle faisant partie de E est transférée vers la composante S . L'estimation de ces modes de grande échelle se fait par filtrage passe-bas du champ de petite échelle passé à une puissance, 3 par exemple. Diverses solutions sont possibles pour converger progressivement vers une solution satisfaisante. Plusieurs ont été testées et certaines ont montré de bons résultats sur des champs composés de structures à moyenne largement positive, comme l'humidité spécifique sur une surface isobare. La question de l'attribution de ces modes de grande échelle à chacune des structures n'a cependant pas été abordée. En conclusion, cette méthode conduit à des structures dont les composantes de plus grande échelle sont non nécessairement nulles, y compris leur moyenne. De futurs développements pourront être menés dans cette voie, vraisemblablement longue mais prometteuse.

Chapitre 4

Réalisation de la climatologie de structures de tourbillon potentiel à 315 K et de tourbillon relatif à 850 hPa

L'algorithme présenté au chapitre précédent a été mis en œuvre de manière totalement automatique sur des périodes d'un an, comprises entre le 1er août et le 31 juillet de l'année suivante, entre l'été 1989 et l'été 2005, soit 16 années. Les champs analysés sont le tourbillon relatif à 850 hPa et le tourbillon potentiel sur la surface isentrope 315 K. À des fins de commodité, on désignera ces champs par TR850 et PV315 respectivement.

4.1 Statistiques sur le comportement de l'algorithme

4.1.1 Construction des trajectoires

Cette section est consacrée à l'examen du déroulement de diverses étapes de l'algorithme d'hybridation. Quelques statistiques s'y rapportant sont présentées par le tableau 4.1.

Dans un premier temps et à titre indicatif, le nombre de maxima détectés sur un champ passe-bas de TR850 (resp. PV315) est en moyenne de 14,8 (resp. 11,9). Comme on peut s'y attendre, le champ TR850 est plutôt d'échelle inférieure au champ PV315; le rapport entre le nombre de maxima dépassant le seuil choisi aux échelles 3 et 4 est de 2,9 pour TR850 contre 2,2 pour PV315. On peut noter que le nombre de maxima d'échelle 3 est sensiblement équivalent pour les deux champs à celui du nombre de détections dans le champ passe-bas. Ceci conforte notre choix de ne pas examiner d'échelles inférieures.

Concernant le nombre de trajectoires mono-échelles de TR850, le ratio entre les échelles 3 et 4 est proche du ratio du nombre de maxima détectés : l'association temporelle fonctionne aussi bien pour l'une ou l'autre des deux échelles. Plus précisément, le fait que les trajectoires d'échelle 4 soient en moyenne plus longues (2,9 jours) que celles d'échelle 3 (2,2 jours) n'influe pas sur leur nombre. Concernant le champ de PV315, on note en revanche un déficit de trajectoires d'échelle 4 relativement au nombre de maxima détectés. En effet, bien que le ratio inter-échelle du nombre de

points impliqués dans une trajectoire soit identique à celui des maxima détectés, les trajectoires d'échelle 4 sont, comme pour TR850, beaucoup plus longues : en moyenne 2,9 jours à l'échelle 4 contre 2,1 jours à l'échelle 3. Elles sont donc moins nombreuses. Par ailleurs, on peut comparer la capacité du système à suivre les maxima entre les champs PV315 et TR850. Le nombre de trajectoires mono-échelles rapporté à celui de maxima détectés est globalement identique pour les deux champs.

Examinons maintenant l'étape d'hybridation. Il s'avère qu'elle est beaucoup plus sélective pour PV315 que pour TR850 : le nombre de trajectoires hybrides est inférieur à la moitié (47%) du nombre de trajectoires initiales mono-échelles de PV315, contre 62% pour TR850. Ceci est vraisemblablement à relier au fait que l'hybridation accentue la prédominance des petites échelles pour TR850. En effet, seules 32% des trajectoires d'échelle 4 ont un point apparaissant dans une trajectoire hybride, contre 80% à l'échelle 3. Ce ratio est beaucoup plus équilibré pour PV315, respectivement 55% et 46%. Ceci est confirmé par le fait que seulement 8% des trajectoires d'échelle 4 restent intactes pour TR850 contre 22% pour PV315. Ces valeurs passent respectivement à 72% et 48% à l'échelle 3. Concernant PV315, les échelles 3 et 4 sont ainsi réellement concurrentes alors que pour TR850, les trajectoires d'échelle 3 – de loin les plus nombreuses – sont rarement exclues au profit de celles d'échelle 4. En définitive, ces éléments montrent la nécessité d'une sélection d'échelle. En effet, le seul seuillage des maxima effectue une première sélection : à une échelle donnée, les maxima qui sont la signature d'une structure d'échelle nettement différente peuvent être éliminés mais un nombre conséquent subsistent. L'hybridation permet un tri systématique qui doit conduire à ne retenir que les échelles caractéristiques des structures présentes dans le champ.

Concernant les transitions d'échelle, le fait que peu de trajectoires d'échelle 4 soient utilisées pour la construction des hybrides de TR850 induit un faible nombre relatif d'hybrides d'échelle mixte : 9,2%, contre 12,3% pour PV315. Enfin, on peut noter qu'un hybride subissant plus de deux transitions d'échelle est un élément rare (1 hybride sur 200 pour PV315, 1 sur 500 pour TR850). Ceci est rassurant : on peut en effet considérer comme peu probable le fait qu'une structure cohérente change un grand nombre de fois d'échelle et l'examen individuel des cas de changements multiples d'échelle montre qu'ils correspondent en fait généralement à une succession de fusions et de séparations de structures. Dans ce cas, le caractère cohérent de la structure est discutable.

Enfin, la variabilité inter-annuelle de quelques effectifs caractéristiques est documentée par la figure 4.1. Concernant PV315, celle-ci est faible ; un rapport de 1,2 existe par exemple entre les deux années les plus et moins fournies en trajectoires. Les années 1993 et 1994 ont été explorées de sorte à vérifier si la contiguïté des deux années aux effectifs les plus faibles révélait un dysfonctionnement de l'algorithme. Il semble bien qu'il s'agisse d'un hasard, dans la mesure où le nombre de trajectoires mensuelles de ces deux années n'est jamais anormal : le faible effectif provient de plusieurs mois déficitaires disséminés au sein de chacune des deux années. Concernant TR850, le nombre de maxima détecté est également relativement stable, bien qu'une tendance faiblement positive semble se dégager à l'échelle 3, qui n'est pas retrouvée pour chacun des autres paramètres examinés. Le nombre de trajectoires est relativement stable ; l'écart entre les années extrêmes 2000 et 2002 est de 12%.

	PV315	TR850
nombre de maxima dans le champ passe-bas	17432	21546
nombre de maxima détectés à l'échelle 3	15914	21200
nombre de maxima détectés à l'échelle 4	6666	7394
nombre de trajectoires mono-échelles d'échelle 3	1489.0	1764.0
nombre de trajectoires mono-échelles d'échelle 4	489.0	564.0
nombre de maxima faisant partie d'une trajectoire d'échelle 3	12600	15831
nombre de maxima faisant partie d'une trajectoire d'échelle 4	5640	6577
nombre de trajectoires hybrides	936.0	1451.2
nombre de maxima faisant partie d'une trajectoire hybride	9460	14439
ratio points hybrides sur le nombre de maxima détectés (%)	54.3	67.0
nombre de trajectoires hybrides étant au moins une fois d'échelle 3	825.6	1407.9
nombre de trajectoires hybrides étant au moins une fois d'échelle 4	225.7	180.4
nombre de trajectoires hybrides uniquement d'échelle 3	710.3	1270.8
nombre de trajectoires hybrides uniquement d'échelle 4	110.4	43.3
nombre d'hybrides connaissant au moins une transition d'échelle 3 vers 4	68.3	95.8
nombre d'hybrides connaissant au moins une transition d'échelle 4 vers 3	77.0	93.2
nombre de trajectoires hybrides subissant au moins 1 transition	115.3	137.0
nombre de trajectoires hybrides subissant exactement 1 transition	85.3	85.2
nombre de trajectoires hybrides subissant exactement 2 transitions	24.9	48.9
nombre de trajectoires hybrides subissant exactement 3 transitions	3.7	1.8
nombre de trajectoires hybrides subissant exactement 4 transitions	1.1	1.0
nombre de trajectoires hybrides subissant exactement 5 transitions	0.25	0.07

TAB. 4.1 – Statistiques annuelles.

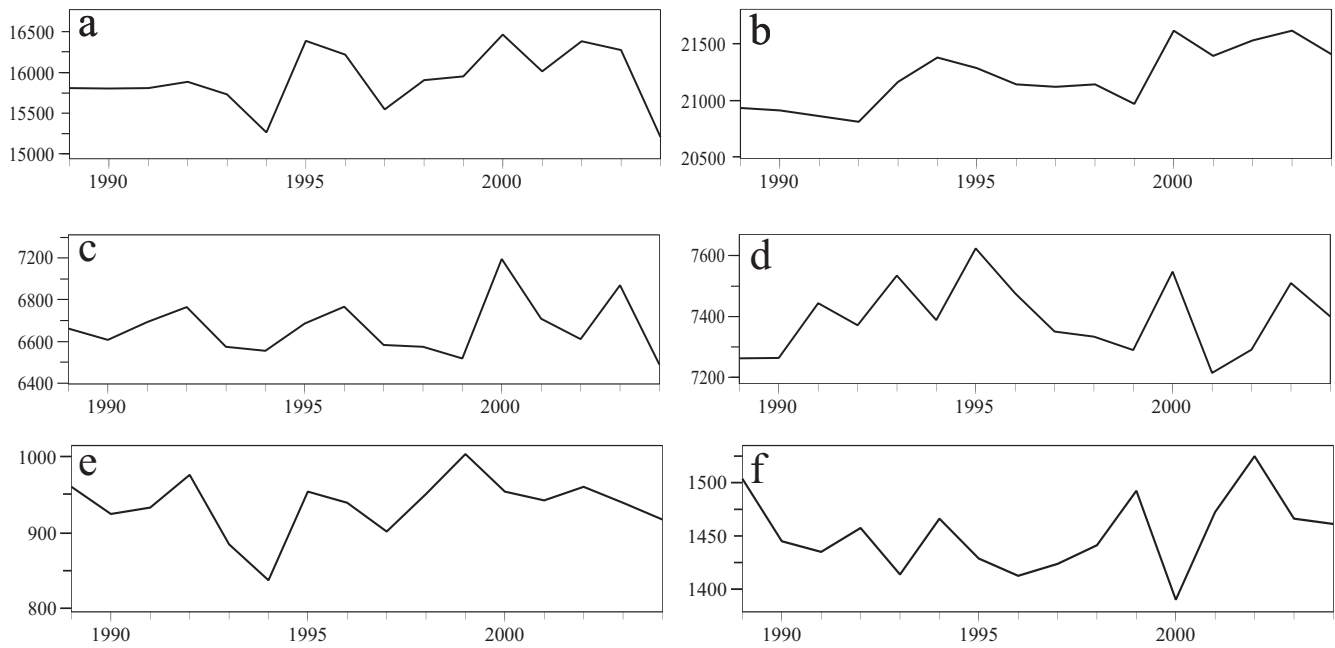


FIG. 4.1 – Variabilité interannuelle sur les champs de tourbillon potentiel à 315K (colonne de gauche) et de tourbillon relatif à 850 hPa (colonne de droite). (a–d) : nombre de maxima détectés sur les 1460 (ou 1464) dates de chaque période comprise entre le 1er août et le 31 juillet de l'année suivante. (a), (b) : échelle 3 ; (c), (d) : échelle 4. (e), (f) : nombre de trajectoires hybrides finalement obtenues, sur les mêmes périodes.

4.2 Statistiques génériques

Travailler sur un domaine limité (figure 2.4) fait qu'un certain nombre de structures ne peuvent être suivies durant toute leur existence. De sorte à ne considérer que celles dont la trajectoire est circonscrite au domaine d'étude, celles dont l'apparition ou la disparition se fait dans une zone de quelques centaines de kilomètres autour des limites latérales du domaine sont exclues des statistiques présentées dans cette section. L'examen des densités d'occurrence d'apparition et de disparition a conduit à définir une bande de trois points de grille (correspondant à environ 350 km) à l'intérieur des limites du domaine de travail. On passe ainsi d'un jeu de 14 976 à 6 012 (soit 40,1%) trajectoires pour PV315 et de 23 219 à 10 686 éléments (soit 46,0%) pour TR850. Il est intéressant de noter que cette sélection écarte principalement des trajectoires de TR850 débutant sur les bords nord (à l'ouest du Groenland) et ouest (sur les Rocheuses) ainsi que celles finissant sur la limite nord située à l'est du Groenland. Cette localisation des trajectoires incomplètes est également valable pour le champ de PV315, en ajoutant un grand nombre de trajectoires sortant du domaine par le bord est. On peut noter que le ratio de trajectoires complètes est similaire à celui obtenu par Ayrault (1998) sur un domaine assez proche.

4.2.1 Durée de vie des structures suivies

La figure 4.2 présente la répartition de la durée de vie des trajectoires complètes de PV315 et de TR850. La durée moyenne des trajectoires de PV315 est de 42h (avec une médiane à 24 heures). En ajoutant celles qui naissent ou disparaissent sur les bords du domaine, la moyenne monte à 55 h (médiane : 30 heures). Enfin, de sorte à se comparer à d'autres climatologies, la moyenne du jeu de trajectoires complètes dont la durée de vie est d'au moins 24h (3492 trajectoires) est de 63h (médiane : 42 h). Les valeurs obtenues sont donc très sensibles à la manière de sélectionner les trajectoires. Sur un domaine différent – légèrement plus petit – et sur 14 saisons froides (d'octobre à avril) d'ERA-15, les trajectoires complètes de tourbillon relatif à 300 hPa de plus de 24 h obtenues par Ayrault (1998) durent en moyenne 56 h (médiane : 42 h). Ce sont des valeurs très comparables aux 63 h (42 h) obtenues ici. Par ailleurs, les trajectoires issues de la climatologie de thalwegs d'altitude de Lefevre et Nielsen-Gammon (1995), réalisée sur tout l'hémisphère nord, ont une durée de vie moyenne de 127 h (médiane : 96 h). En limitant les trajectoires à celles durant au moins deux jours conformément à la référence citée, la moyenne est toujours assez nettement inférieure – 100 h (médiane : 78 h). Il est difficile de comparer quantitativement leurs résultats à ceux présentés ici, par la différence des niveaux et des variables utilisés et plus fondamentalement par la nature des objets analysés. On peut néanmoins légitimement penser que les statistiques obtenues ici sont assez largement sous-estimées par l'utilisation d'un domaine limité, qui induit une incapacité à prendre en compte l'ensemble du cycle de vie d'une anomalie d'altitude à très longue durée de vie ; Lefevre et Nielsen-Gammon (1995) citent même le cas de thalwegs faisant le tour du globe.

Concernant les trajectoires de tourbillon relatif à 850 hPa, la durée moyenne est de 47 h (médiane : 36 heures). Contrairement au PV315, le fait d'ajouter les trajectoires non complètes fait peu varier cette durée : 54 h (médiane : 36 heures). Enfin, en se limitant aux trajectoires complètes de plus

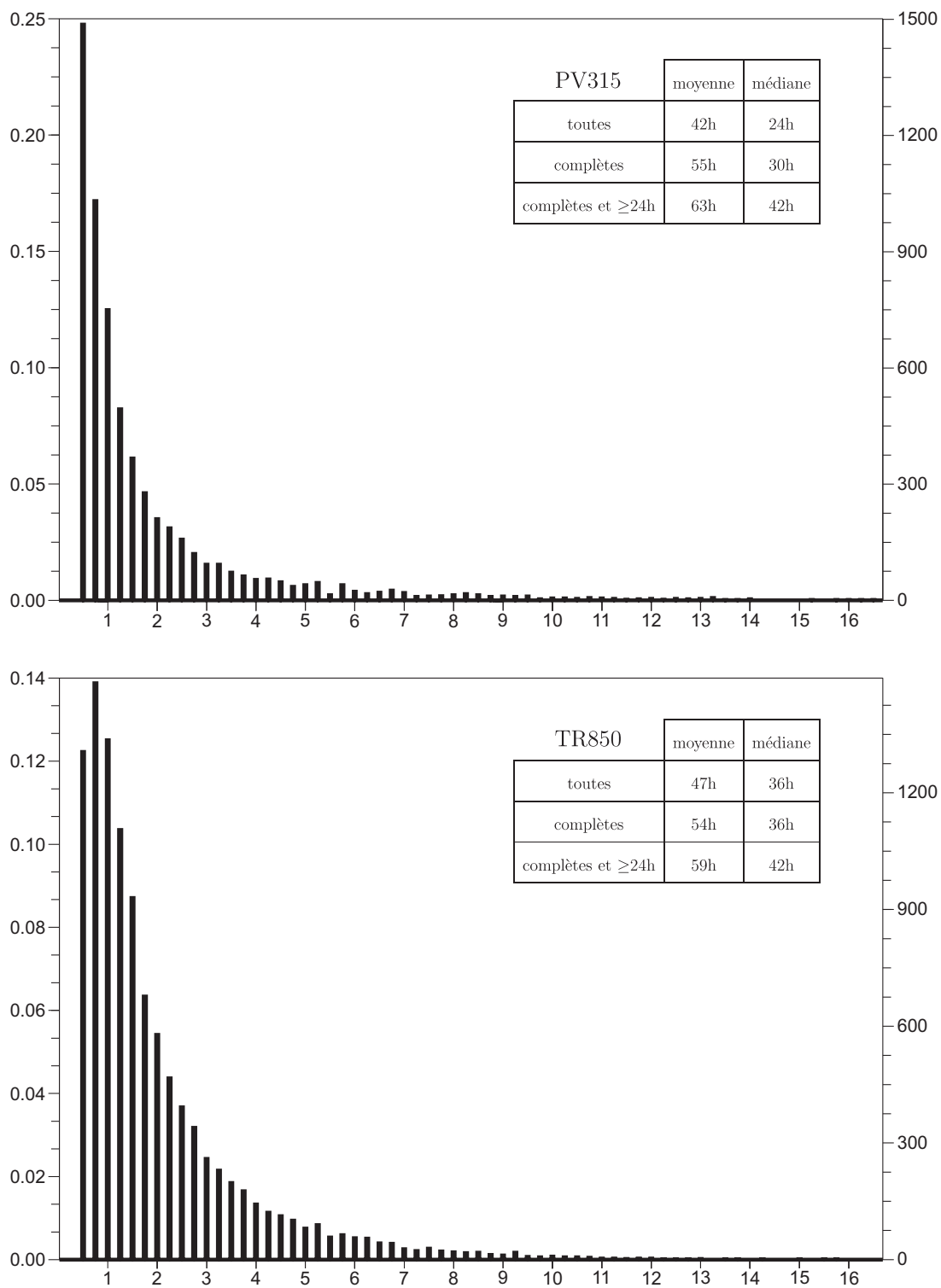


FIG. 4.2 – Histogrammes de durée de vie des trajectoires complètes de tourbillon potentiel à 315 K (en haut) et de tourbillon relatif à 850 hPa (en bas). En abscisse, durée de vie (en jours) ; en ordonnée, fréquence d'occurrence (à gauche) et nombre de trajectoires concernées sur les 16 années (à droite).

de 24 h (7 897 trajectoires), la moyenne monte à 59 h (médiane : 42 h). Dans les mêmes conditions mais sur un domaine différent et sur les saisons froides, Ayrault (1998) obtient une moyenne de 43 h (médiane : 36 heures). On peut mettre cette différence sur le compte du moindre nombre de tourbillons qui sont suivis dans la présente étude. En effet, Ayrault (1998) construit une climatologie contenant en moyenne 6,6 naissances de trajectoires par jour, contre 1,9 ici. Comme analysé dans les sections suivantes, cela est lié à la différence de traitement de la population de trajectoires de faible intensité (inférieure à $0,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$), qui est majoritaire dans la climatologie d'Ayrault (1998) et relativement peu représentée dans la présente étude. La section 4.2.4 montrera enfin le lien assez fort entre amplitude et durée de vie.

En conclusion, ces premiers résultats sur la durée de vie des trajectoires montrent que l'ensemble de trajectoires obtenu est relativement conforme aux études précédemment réalisées. On peut néanmoins noter que le fait d'avoir mené l'étude sur un domaine réduit limite l'interprétation que l'on peut faire des statistiques.

4.2.2 Cycle de vie

Comme le souligne Ayrault (1998), les limitations évoquées précédemment font qu'il est plus intéressant d'analyser la durée des différentes phases d'évolution d'une structure plutôt que sa durée de vie. La figure 4.3 montre le moment d'occurrence du maximum d'amplitude (définie par la valeur maximale de la structure extraite) et du maximum de croissance en fonction de la durée de la trajectoire. Ce dernier est calculé par différence finie sur 12 heures.

Concernant PV315, on peut remarquer une nette prédominance pour un maximum d'amplitude lors de la seconde moitié de la vie d'une anomalie (57%). Ceci est vrai pour toutes les gammes de durée (Fig. 4.3a). L'occurrence du maximum de croissance (Fig. 4.3b) est en revanche plus contrasté. Pour les trajectoires dont la durée de vie est inférieure à six jours, deux moments privilégiés ressortent : le moment d'apparition de la structure (assez largement majoritaire) ainsi qu'une période autour du milieu de vie, légèrement antérieure à la période privilégiée de maximum d'amplitude. Pour celles dont la durée de vie est plus longue, le maximum de croissance se répartit relativement uniformément. La figure 4.4 propose une manière alternative de retrouver ces quelques constatations. Elle montre l'occurrence de maximum de croissance relativement au moment de maximum d'amplitude. On peut remarquer une distribution très piquée pour les structures durant moins de six jours : la croissance maximale apparaît de manière privilégiée dans les 6 à 12 heures précédant l'apogée. Au-delà de six jours, les quelques échéances précédant le maximum d'amplitude restent un moment privilégié mais beaucoup moins net.

Les choses sont légèrement différentes pour TR850. Dans ce cas, le maximum d'amplitude intervient de manière nettement privilégiée au milieu de la vie de la trajectoire – en moyenne au bout de 52 heures en ramenant la durée de vie de toutes les trajectoires à 100 heures (Fig. 4.3c). Cette constatation est bien vérifiée pour les structures dont la durée de vie n'excède pas huit jours. Au-delà, la densité d'occurrence est assez disparate. En ce qui concerne l'occurrence du maximum de croissance (Fig. 4.3d), elle se fait majoritairement dans le second quart (47%) de la vie des trajectoires inférieures à 8 jours. La figurine 4.4b indique que les 12 heures précédant le maximum

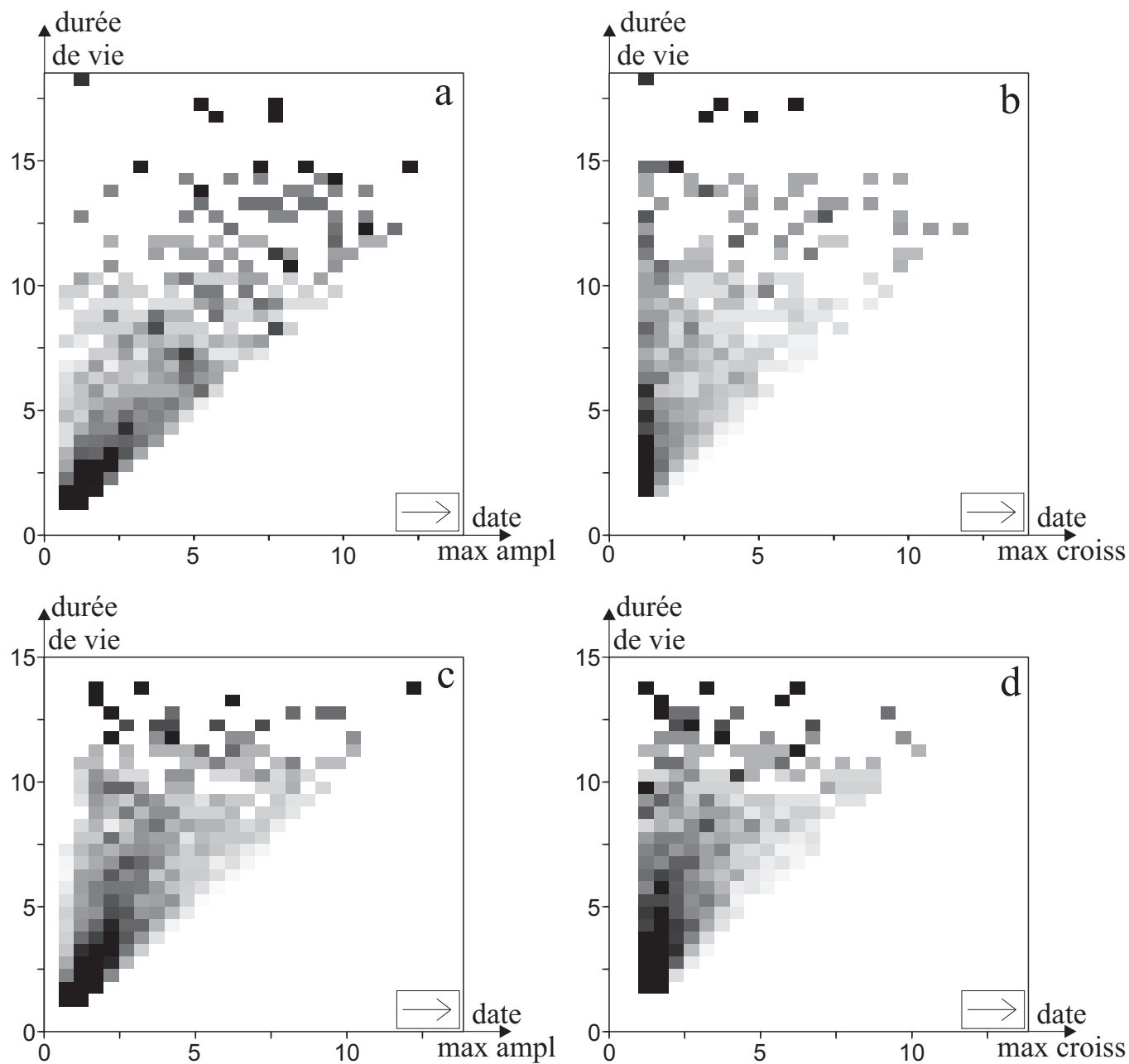


FIG. 4.3 – (a), (c) : statistiques croisées du moment du maximum d’amplitude (en abscisse) et de la durée d’une trajectoire (en ordonnée). Graduations en jours. (b), (d) : idem pour le maximum de croissance (en abscisse). (a), (b) : tourbillon potentiel à 315 K; (c), (d) : tourbillon relatif à 850 hPa. Chacune des lignes est normalisée par l’effectif total de la ligne.

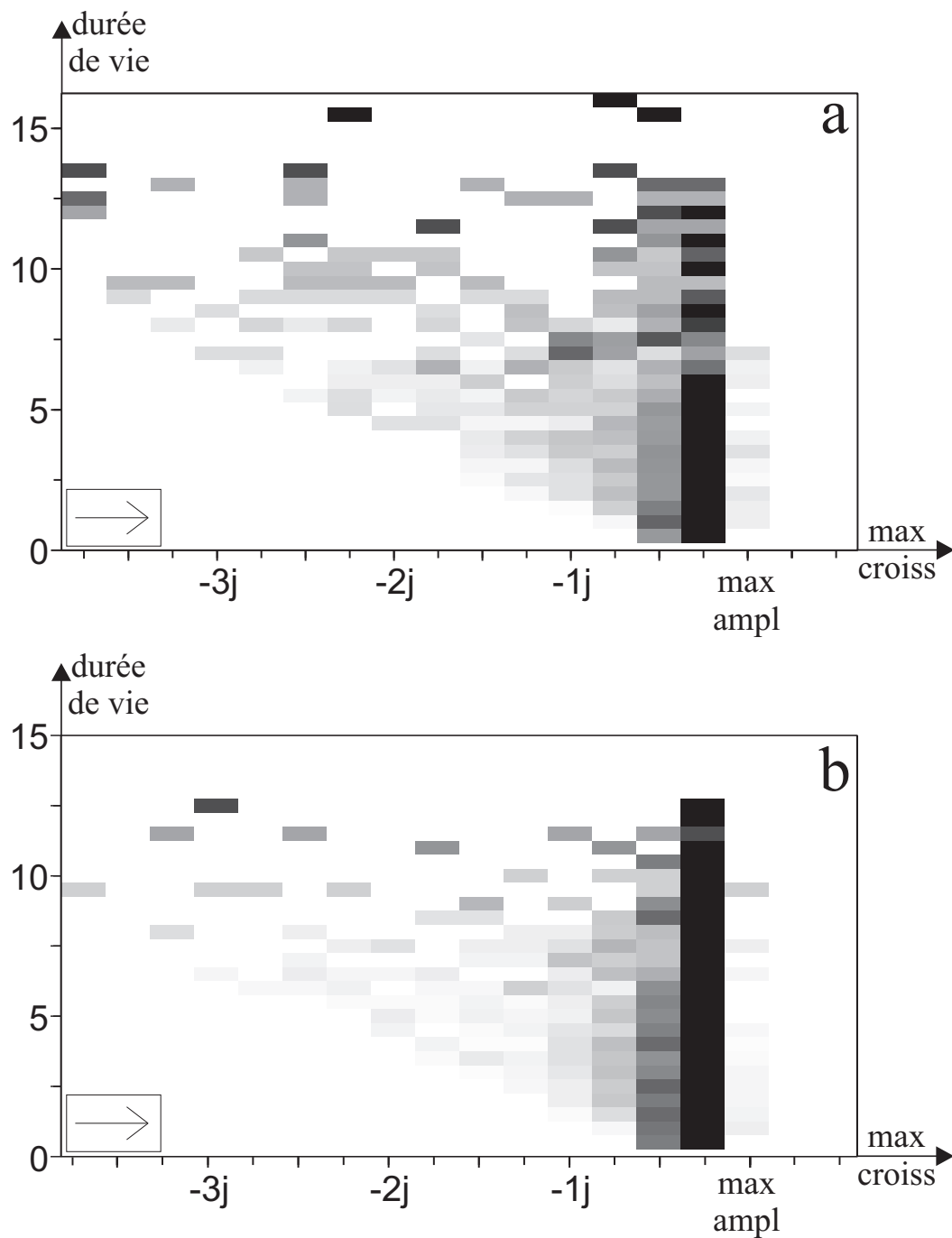


FIG. 4.4 – Statistiques croisées de la durée s’écoulant entre le maximum de croissance et le maximum d’amplitude (signée négativement, en abscisse) et de la durée d’une trajectoire (en ordonnée). Données restreintes à celles pour lesquelles le maximum de croissance a lieu avant le maximum d’amplitude. Abscisse et ordonnée en jours. (a) : tourbillon potentiel à 315 K; (b) : tourbillon relatif à 850 hPa. Chacune des lignes est normalisée par l’effectif total de la ligne.

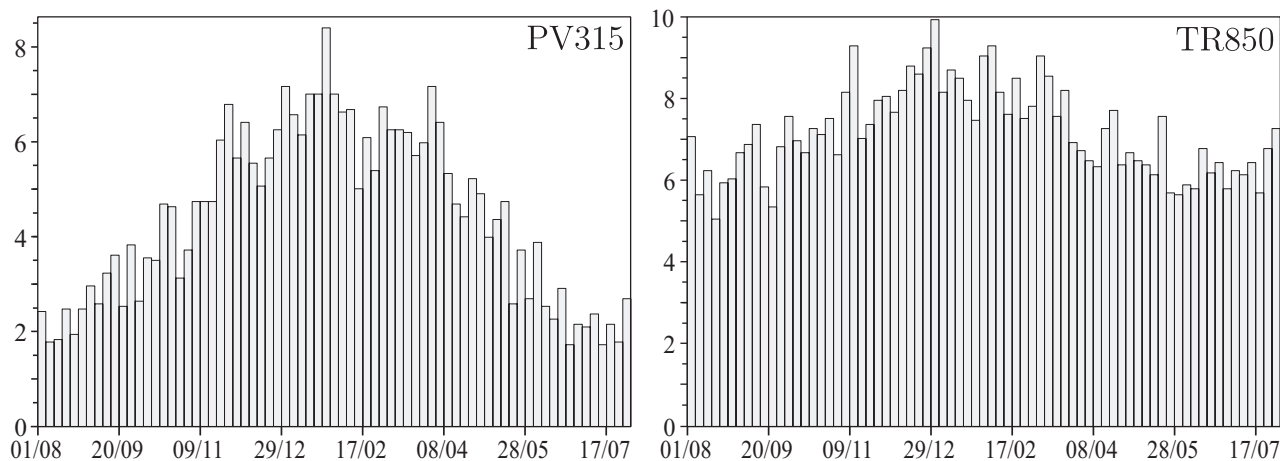


FIG. 4.5 – Nombre de trajectoires en fonction de leur date moyenne, comptées par intervalle de 6 heures.

d'amplitude est un moment très largement privilégié pour le maximum de croissance, plus qu'il ne l'est pour PV315. À ce constat, deux causes sont envisageables. La première est technique. En effet, l'amplitude des structures de PV315 est plus difficile à estimer que TR850, du fait de la présence d'un environnement très fort. Il est ainsi possible que l'amplitude connaisse des croissances et décroissances d'un instant à l'autre, indépendamment de l'évolution réelle de l'intensité de la structure. L'autre explication, physique cette fois, réside dans le fait que, conformément aux résultats obtenus par Ayrault (1998) entre autres, au cours d'une interaction barocline, une anomalie de surface se creuse beaucoup plus que celle d'altitude. Il s'en suit un maximum de croissance marquée, suivi d'un maximum d'amplitude. En revanche, l'amplification en altitude est modeste et bien que la structure atteigne un maximum d'amplitude, la croissance peut être inférieure à celle connue lors de la première détection, vraisemblablement surestimée par ailleurs.

Ces résultats concernant le cycle de vie des structures tourbillonnaires sont proches de ceux d'Ayrault (1998). Il montre que l'intervalle moyen entre les instants de maximum de croissance et de maturité est de 12 heures à 300 hPa et 14 heures à 850 hPa. Par ailleurs, la bimodalité de la distribution des âges des tourbillons à 850 hPa au moment de leur maximum de croissance qu'il obtient (voir sa figure 20) est ici retrouvée (non illustré). On peut au passage noter que cette bimodalité est très liée à la manière de sélectionner les trajectoires. En effet, en restreignant le jeu de trajectoires à celles dont le maximum d'amplitude intervient plus de n heures après leur naissance comme cette référence, on trouve d'abord une distribution avec un unique pic pour n petit (une seule phase de cyclogénèse possible au vu du faible laps de temps), puis pour des valeurs de n entre 18 et 36 heures des distributions bimodales – Ayrault (1998) prend $n = 24$ – et enfin une distribution beaucoup plus plate avec un unique maximum au-delà, la phase de maximum de croissance pouvant intervenir à divers instants, de manière privilégiée cependant peu avant le maximum d'amplitude. Ceci ne vient en rien remettre en cause le schéma du cycle d'évolution qu'il en déduit, et que nos résultats viennent confirmer : les phases d'initiation et de maturation,

conduisant au maximum d'amplitude, sont en général bien distinctes – séparées d'un intervalle de temps variable, qui est en moyenne d'au moins 24 heures.

4.2.3 Saisonnalité

La figure 4.5 présente l'évolution saisonnière du nombre de trajectoires. Concernant PV315, on peut remarquer une saisonnalité marquée. Un rapport d'environ 3 existe entre le maximum d'occurrence en hiver et le minimum estival. Ceci est essentiellement lié au fait que la surface choisie – l'isentrope 315 K – est bien adaptée à la saison hivernale, durant laquelle cette surface coupe en moyenne la tropopause vers 55°N. En été, l'intersection se fait plutôt vers 65 à 70°N et beaucoup moins de structures sont susceptibles d'être détectées. On peut néanmoins souligner le fait que d'étudier une surface sous la position climatologique de la tropopause sur une majeure partie du domaine – ce qui est le cas l'été – implique que l'on peut suivre nettement plus facilement les intrusions stratosphériques, vues alors comme des bulles de fort tourbillon potentiel au sein d'environnements de très faibles valeurs. Il en résulte une moyenne de durée de vie nettement supérieure – de quasiment 70% – l'été par rapport à l'hiver. Enfin, la saisonnalité des trajectoires de TR850 est relativement faible, avec un ratio d'environ 1,4 entre l'hiver et l'été.

4.2.4 Amplitude

Un dernier diagnostic concerne la valeur de l'amplitude maximale atteinte au cours d'une trajectoire complète. La figure 4.6 montre que, pour PV315, la distribution est centrée sur des valeurs entre 1,5 et 3,5 PVU (mode à environ 2,3 PVU, médiane à 3 PVU et moyenne de 3,3 PVU). La queue de distribution est assez lourde : le quantile 0,9 correspond à la valeur 5,4 PVU et le maximum atteint 12,5 PVU. On peut noter que le fait de retirer les trajectoires incomplètes a un impact significatif sur la moyenne, qui s'en trouve réduite d'environ 10%.

Concernant TR850, l'intensité maximale est centrée sur l'intervalle entre $0,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et 10^{-4} s^{-1} : le mode se situe vers $0,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, la médiane à $0,77 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et la moyenne est de $0,94 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. La distribution a une queue plus légère que pour PV315 : le quantile 0,9 est atteint à la valeur $1,7 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ et le "record" est de $4,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Comme évoqué à la section 4.2.1, le jeu de trajectoires d'Ayrault (1998) contient beaucoup plus de dépressions d'amplitude faible : en moyenne, une trajectoire de sa climatologie n'atteint que $0,62 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. Dans une approche très similaire, Hodges et al. (2003) examinent l'histogramme des valeurs moyennes le long d'une trajectoire. Celui-ci a une forme très proche de celui obtenu dans la présente étude. Il est cependant difficile de faire une comparaison quantitative.

Enfin, la figure 4.7 montre les occurrences croisées entre la valeur de l'amplitude maximale des trajectoires et leur durée. Dans les grandes lignes, plus la durée de la trajectoire est longue et plus l'intensité atteinte est grande. Ceci semble vérifié pour toutes les gammes de durées pour TR850 (Fig. 4.7c). En revanche, une saturation à des valeurs entre 5 et 8 PVU est atteinte dès que les trajectoires de PV315 durent plus de 8 à 10 jours (Fig. 4.7c). De manière alternative (Fig. 4.7b,d), à une intensité maximale atteinte correspond une gamme de durées possibles : pour PV315, plus

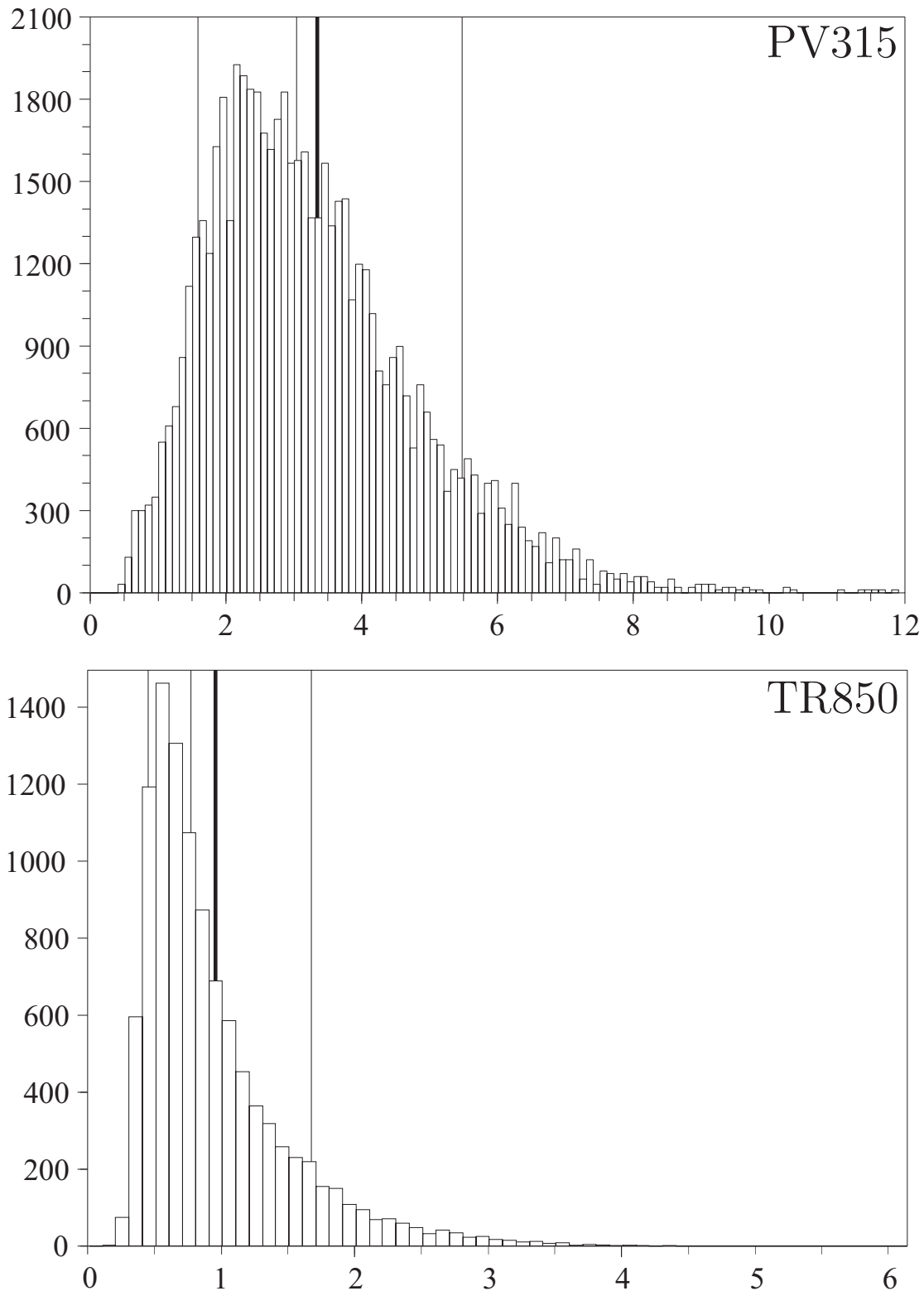


FIG. 4.6 – Répartition des amplitudes maximales (en abscisse) atteintes au cours d’une trajectoire complète. En haut : PV315 (en PVU^{-1}); en bas : TR850 (en 10^5s). Les centiles q_{10} , q_{50} et q_{90} apparaissent en trait vertical fin, la moyenne en trait épais.

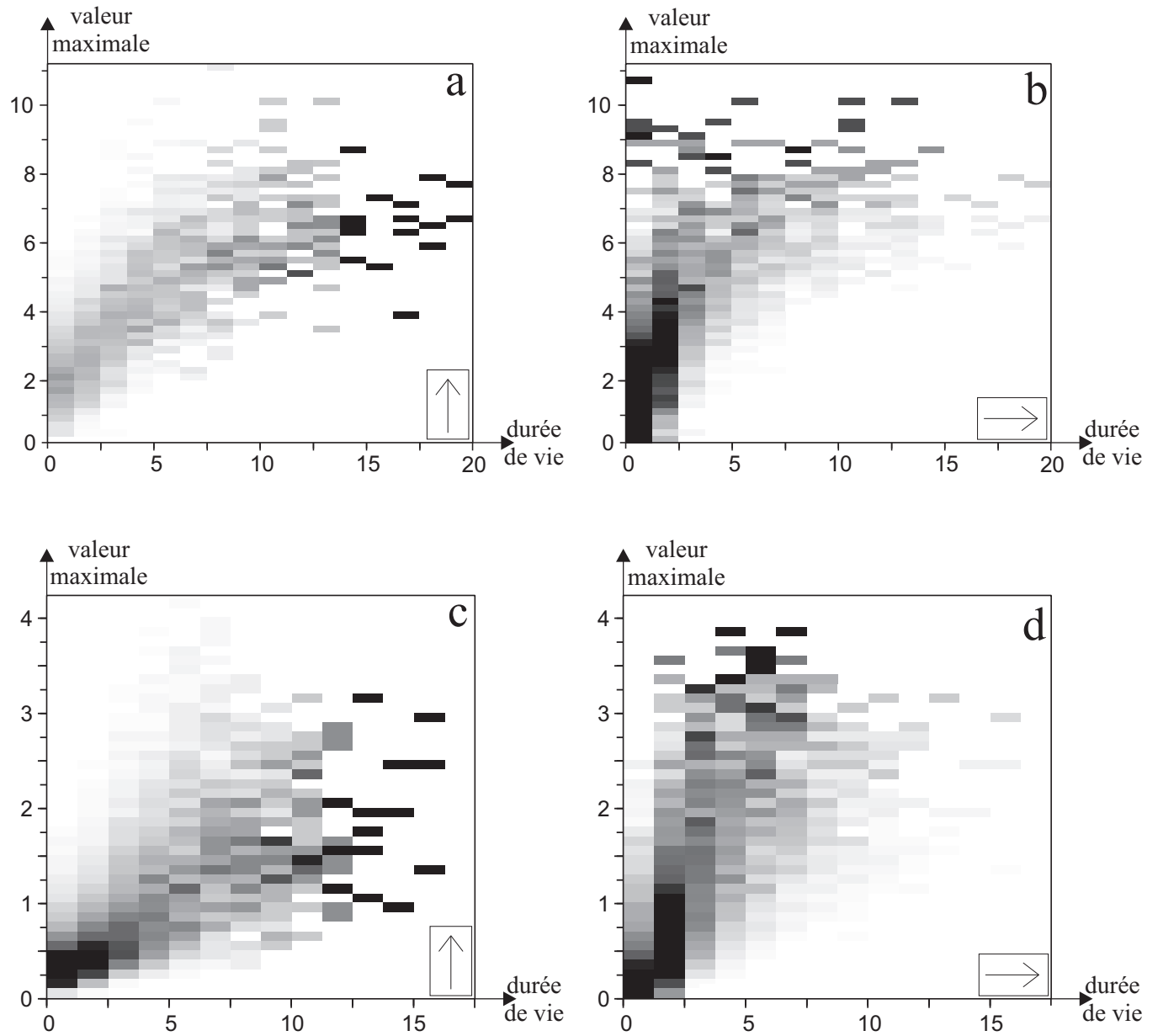


FIG. 4.7 – Statistiques croisées de l’amplitude maximale atteinte au cours d’une trajectoire complète (en ordonnée) et de la durée de cette trajectoire (en abscisse, en jours). (a), (b) : tourbillon potentiel à 315K (en PVU); (c), (d) : tourbillon relatif à 850 hPa (en 10^{-4}s^{-1}). Chacune des lignes (resp. des colonnes) des figurines a et c (resp. b et d) est normalisée par le nombre total de trajectoires comptabilisées sur cette ligne (resp. colonne).

l'intensité est forte et plus les durées sont diverses. En ce qui concerne TR850, une intensité forte correspond même à un intervalle de durées : les tourbillons les plus intenses ne durent jamais moins de deux jours. Réciproquement, une structure dont l'intensité n'atteint pas $0,5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ n'est jamais suivie plus de trois jours.

Ces résultats permettent de prendre conscience des liens qui existent entre les différents paramètres d'une trajectoire et des biais que l'on peut introduire selon les sélections que l'on effectue : il est loin d'être anodin d'éliminer d'un jeu de trajectoires celles dont la durée est inférieure à un seuil par exemple. On peut enfin noter que ces statistiques croisées sont vraisemblablement influencées par le fait qu'il est techniquement plus difficile de suivre longtemps une structure dont l'intensité est faible, en particulier dans un environnement fort, comme c'est le cas pour le tourbillon potentiel à 315 K.

4.3 Statistiques spatiales

En suivant Sinclair (1994), la position géographique des trajectoires est analysée par le biais de la construction de cartes de densité. Elle consiste à compter en chaque point de grille du domaine, une fois et une seule, une trajectoire passant en au moins un instant à une distance inférieure à un seuil (ici fixé à 380 km). Cette carte est une alternative au calcul de la densité instantanée des tourbillons, ou "feature density" (Hoskins et Hodges, 2002), qui met l'accent de manière quelque peu artificielle sur les trajectoires stationnaires. Dans cette partie, l'examen est fait sur le jeu complet de trajectoires, complètes ou incomplètes.

En premier lieu, les cartes de densité de trajectoires de PV315 (Fig. 4.8) rendent compte de la saisonnalité – tant par le nombre de trajectoires que par le déplacement méridien – de l'intersection entre la tropopause et la surface isentrope 315 K. Par ailleurs, la carte concernant l'hiver montre une large zone de maximum de densité très étendue zonalement, le long du 50^e parallèle Nord sur le continent américain puis dirigé vers le pôle sur l'Atlantique, pour atteindre 60°N au-dessus de la Scandinavie. Ces densités sont assez proches de celles obtenues par Ayrault (1998) sur le tourbillon relatif à 300 hPa. La vitesse d'advection des structures est maximale en hiver – de l'ordre de 40 nœuds sur le Canada et 25 à 30 nœuds sur le Nord de l'Europe – et minimale l'été, entre 15 et 20 nœuds. En hiver, un maximum secondaire est obtenu entre mers Noire et Caspienne. Hodges et al. (2003) obtiennent une zone de maximum assez proche – située cependant plus au nord – sur chacune des quatre bases de données qu'ils utilisent. Il n'est par ailleurs pas exclu que la proximité des bords du domaine puisse expliquer la position voire la présence-même du maximum obtenu ici.

Les cartes de densité des trajectoires de TR850 (Fig. 4.9) vont être désormais décrites, et comparées à des études passées : Ayrault (1998), Hoskins et Hodges (2002), Hodges et al. (2003), Wernli et Schwierz (2006) qui ne mettent pas en œuvre d'algorithme de suivi et donc montrent des densités instantanées de tourbillons, Raible et al. (2008) qui fournissent des cartes de densité non pas de trajectoires complètes mais résumées à leur instant intermédiaire et enfin Dacre et Gray (2009). Pour leur partie Méditerranéenne, les résultats seront comparés à la climatologie de Trigo et al. (1999). Des détails sur les méthodes de détection et de suivi, ainsi que la sélection

des trajectoires obtenues (selon leur durée ou la distance parcourue notamment) pourront bien évidemment être trouvés dans ces références.

À partir des résultats présentés par la figure 4.9, trois zones de forte occurrence peuvent être mises en avant :

- une large zone sur l’Atlantique Est au nord de 55°N, qui se prolonge à l’ouest jusqu’au large du Québec (vers 45 à 50°N) et à l’est jusqu’en Ukraine. Les valeurs maximales sont observées en aval du Groenland et au sud-est de l’Islande, notamment durant la saison froide. Hoskins et Hodges (2002) et Hodges et al. (2003) retrouvent ces mêmes zones, plus localisées, avec un maximum au large du Québec vers 45 à 50°N plus marqué et assez séparé de celui situé entre le Groenland et l’Islande. Wernli et Schwierz (2006) obtiennent également un maximum localisé entre le Groenland et l’Islande, qui se prolonge entre décembre et mai à l’ouest jusqu’au Québec vers 45°N, et à l’est pratiquement en toute saison largement vers le nord, avec un maximum en Mer de Barents. Le domaine utilisé ici ne permet pas d’obtenir de positions aussi septentrionales. Raible et al. (2008) et Dacre et Gray (2009) obtiennent des résultats qui vont dans le même sens sur l’Atlantique. Par ailleurs, un maximum secondaire apparaît ici sur la Mer du Nord en toutes saisons. Ce maximum secondaire est également obtenu par Ayrault (1998). Enfin, la vitesse d’advection est de l’ordre de 25 à 35 nœuds en moyenne en hiver et 15 à 25 nœuds l’été dans une direction nord-ouest, la composante septentrionale étant plus marquée l’hiver que l’été. On pourra remarquer que ces vitesses ne sont que légèrement inférieures à celles des structures d’altitude.
- un maximum en Méditerranée, qui se décompose en une structure principale en Méditerranée occidentale (Golfe de Gênes) et deux secondaires, l’un au sud de la Turquie et l’autre en Mer Ionienne. Une structure très similaire est obtenue par Hoskins et Hodges (2002) et Hodges et al. (2003). Wernli et Schwierz (2006) et Raible et al. (2008) montrent des résultats semblables avec une localisation très proche, mis à part en été. Ces trois maxima (Golfe de Gênes, sud de la Turquie et Mer Ionienne) apparaissent enfin clairement dans la climatologie de Trigo et al. (1999). La saisonnalité est cependant un peu différente, sans doute liée au fait qu’ils analysent toutes les dépressions, même de très courte durée de vie. En saison froide, ils mettent par ailleurs en avant un maximum en Mer Égée qui n’est pas retrouvé ici.
- un maximum en aval des Rocheuses. Parmi les références citées, seuls Hoskins et Hodges (2002) et Hodges et al. (2003) montrent un maximum situé sur le continent Américain, mais plutôt centré sur la région des Grands Lacs. La proximité des bords du domaine est peut-être une explication à la présence de ce maximum dans nos résultats. Notons que celui-ci n’est pas présent sur la carte de densité des trajectoires complètes.

En définitive, en ayant à l’esprit les limitations imposées par le domaine, les densités obtenues sont en relativement bonne adéquation avec les climatologies les plus récentes et pourront être utilisées à des fins d’études dynamiques, dont la section 4.5 est un exemple.

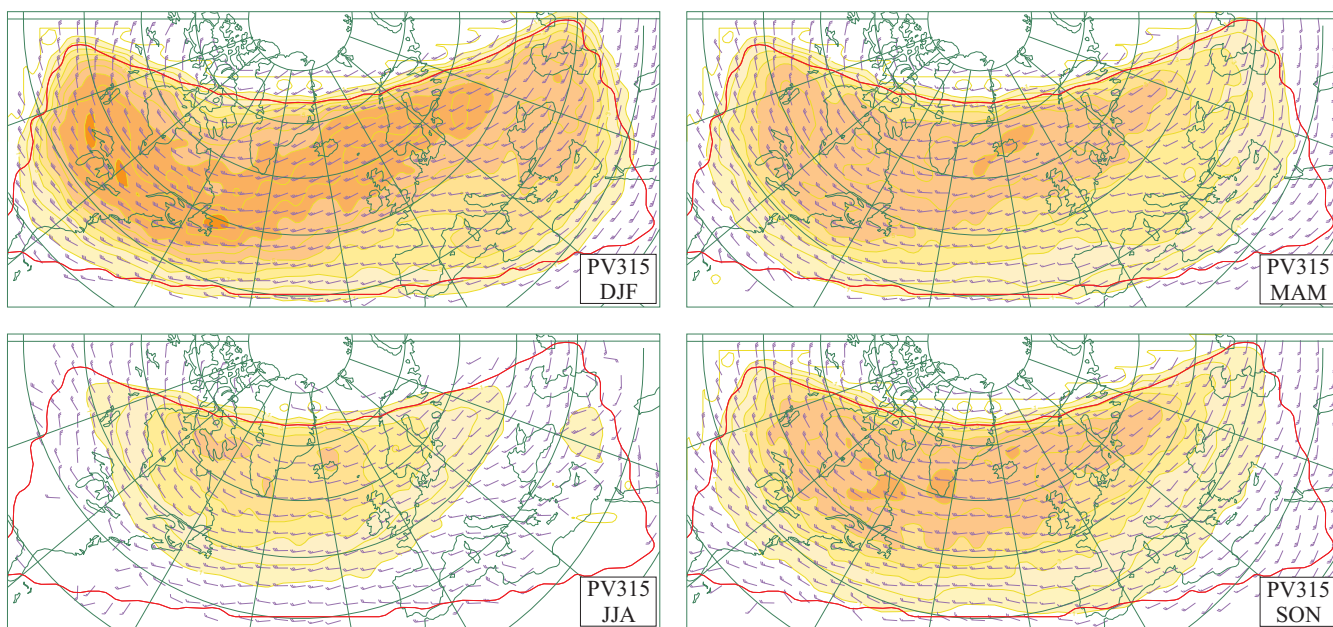


FIG. 4.8 – Densité des trajectoires de structures de tourbillon potentiel à 315 K par saison. Intervalle : une structure passant par mois dans un rayon de 380 km. La vitesse moyenne de déplacement des structures est indiquée en chaque point. Les hampes pointent dans la direction où vont les structures, les barbules renseignent la valeur de la vitesse : une grande barbule vaut 10 nœuds, une petite 5 nœuds.

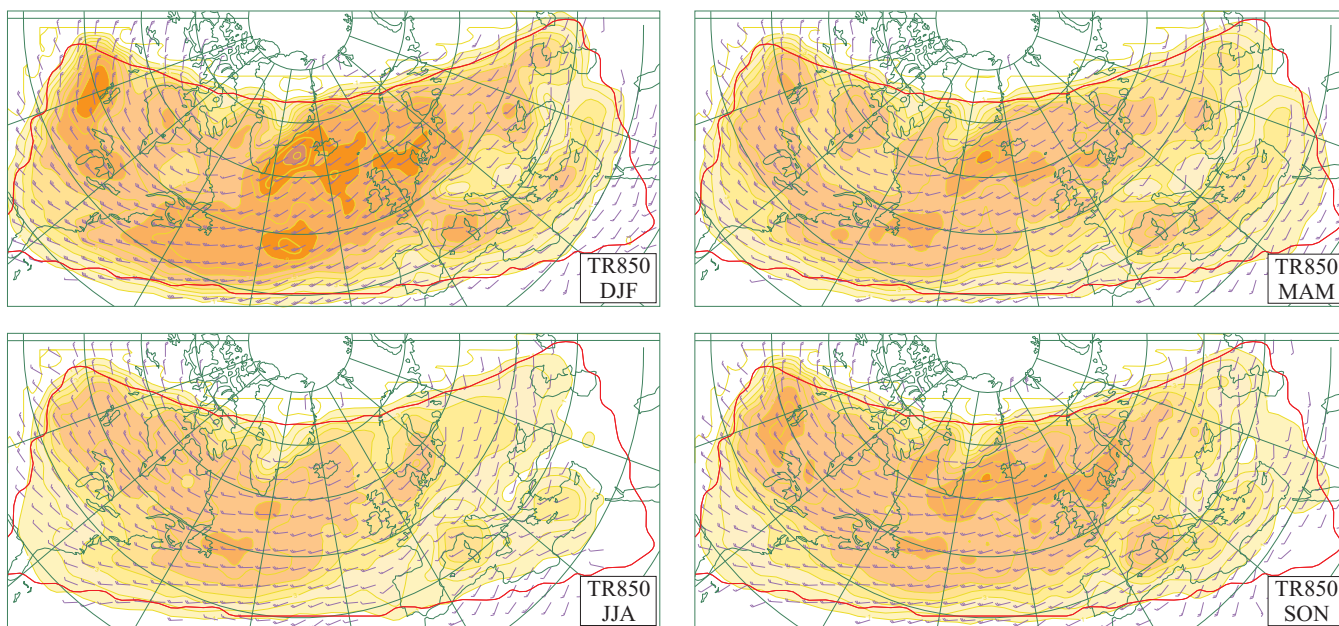


FIG. 4.9 – Densité des trajectoires de structures de tourbillon relatif à 850 hPa par saison. Intervalle : une structures passant par mois dans un rayon de 380 km.

4.4 Première sélection des trajectoires

Dans le paragraphe suivant et au cours du chapitre 5, une attention particulière va être portée aux phases de maximum d'intensité des structures tourbillonnaires à 850 hPa. Dans cette optique, une sélection des trajectoires durant suffisamment longtemps pour permettre un examen dans un intervalle de temps de 30 heures avant le maximum d'intensité et 18 heures après est faite. On désignera par $t_{M_x-5}, \dots, t_{M_x+3}$ ces 9 instants séparés d'un intervalle de 6 heures. L'accent étant porté dans cette étude sur la phase de cyclogénèse, cet intervalle est dissymétrique par rapport au maximum d'amplitude.

Sur les 14 976 trajectoires, 4 592 (soit 30,6%) vérifient ce critère. Le sous-ensemble obtenu a naturellement une durée de vie nettement plus longue que l'ensemble des trajectoires examinées (116 heures contre 47 heures). Par ailleurs, l'amplitude est de manière générale très nettement supérieure. En effet, comme l'illustrera la section 5.3.1, la médiane des amplitudes atteintes est de quasiment $2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, ce qui est plus de deux fois la médiane de l'ensemble complet.

4.5 Statistiques croisées : *The occurrence density of tracked tropopause coherent structures around intensifying mid-latitude surface cyclones*

L'article qui suit, cosigné par J.-B. Gilet, M. Plu, A. Joly et P. Arbogast, a été soumis pour publication dans le *Journal of the Atmospheric Sciences*.

Sans faire appel à d'autres notions physiques que celle de structure cohérente, il tente d'apporter des éléments quant à la fréquence d'occurrence de structures d'altitude dans la phase de cyclogénèse de dépressions de basses couches des moyennes latitudes. Dans un premier temps, l'article présente de manière synthétique la séquence algorithmique de détection et de suivi. La seconde partie de l'article propose une utilisation des deux climatologies de structures tourbillonnaires à 315 K et 850 hPa qui sont présentées de manière plus succincte que dans les sections précédentes. Plus précisément, on vise à construire des cartes d'occurrence de structures d'altitude au voisinage d'une dépression de basses couches et dans le référentiel lié à son maximum d'amplitude, de 30 heures avant à 18 heures après, conformément à la sélection présentée à la section 4.4. Ces cartes sont construites sur un domaine centré sur la structure à 850 hPa et sont orientées selon la baroclinie de grande échelle, donnée par le gradient de la moyenne des deux champs de température potentielle à 850 et 500 hPa filtrés par le filtre SWT passe-bas avec une échelle de coupure de 5.

En croisant directement les climatologies complètes, la carte ainsi obtenue (figure 9) est riche en information. Néanmoins, celle-ci est en partie masquée par un signal climatologique ainsi que par du bruit lié au fait que la climatologie est construite sur un laps de temps fini. Une estimation du signal climatologique indépendant de la dynamique locale entre tropopause et basses couches ainsi que du bruit est faite. Pour cela, les mêmes cartes sont construites après décalage d'un nombre entier d'années de la climatologie de PV315 relativement à celle de TR850. Enfin, en chaque point,

un test statistique est mis en place pour tester la significativité de la différence entre la carte brute et l'estimation du signal climatologique sans dynamique.

Trois zones sont identifiées comme possédant un signal ayant un lien dynamique avec la cyclogénèse de basses couches (figure 14). Deux d'entre elles sont la signature d'une sur-population tandis que la troisième signale de faibles densités, à cause de la dynamique. La principale région de densités significativement augmentées est située en amont et plutôt du côté froid de la structure de basses couches durant sa phase de cyclogénèse puis se décale vers le côté chaud et vers l'aval. Durant la phase de cyclogénèse, le tilt vertical est d'environ 600 km. Enfin, ces mêmes cartes sont construites en se restreignant aux creusements les plus rapides d'une part et les plus lents d'autre part. Les différences sont faibles. On peut néanmoins noter une plus grande proportion (68%) de cas parmi les croissances rapides possédant une structure d'altitude en amont, en comparaison aux 50% pour les croissances lentes.

The occurrence density of tracked tropopause coherent structures around intensifying mid-latitude surface cyclones

JEAN-BAPTISTE GILET ¹ *

MATTHIEU PLU ²

ALAIN JOLY ¹

PHILIPPE ARBOGAST ¹

1: GAME/CNRM (MÉTÉO-FRANCE, CNRS), TOULOUSE, FRANCE

2: LACY, UNITÉ MIXTE CNRS – MÉTÉO-FRANCE –

UNIVERSITÉ DE LA RÉUNION, SAINT-DENIS-DE-LA-RUNION, FRANCE

SUBMITTED TO THE JOURNAL OF THE ATMOSPHERIC SCIENCES

* *Corresponding author address:* Météo-France, CNRM/GMAP/RECYF, 42 avenue G. Coriolis, 31057
Toulouse Cedex, France.

E-mail: jean-baptiste.gilet@meteo.fr

ABSTRACT

The presence of tropopause synoptic-scale coherent structures in the vicinity of mid-latitude 850 hPa cyclones that reach their amplitude maximum is assessed with the help of an innovative algorithm applied on 16 years of ERA-Interim re-analysis. Detection is performed through a wavelet analysis on a large domain centered on the North Atlantic Ocean. Only scales that are linked with synoptic events are kept. Then, a tracking algorithm is used to build single-scale trajectories, which are lastly merged through an iterative process that construct multi-scale trajectories.

315K isentropic potential vorticity structures density charts are built in a domain centered on the low-level vortex and oriented by the thermal wind. In order to extract the part of the signal linked with inter-level dynamics, a comparison between actual density fields and climatological occurrences is made. These are obtained with integer-year-lagged density fields. A statistical test is constructed to assess the robustness of the differences obtained.

Three regions of significant dynamical signal are identified. Two are such that inter-level dynamics induces a higher density and one, situated on the downstream side and extending to the south and south-west of the vortex, contains lower densities than usual. The main positive region is situated on the immediate upstream side of the 850 hPa vortex during its cyclogenesis phase and it shifts afterwards towards its warm and downstream side. A mean vertical tilt of about 600 km is found during the cyclogenesis phase.

1. Introduction

There are many theoretical and observational evidence that some form of baroclinic interaction between a low-level structure and upper-levels is a key component of any significant mid-latitude cyclogenesis. However, there is more diversity in the way this interaction takes place than it is generally thought. For a long time, the scene has been dominated by two paradigms: the upper-level vortex exists before the low-level one, which it may create (Sutcliffe 1939; Petterssen 1955); the upper- and low-level vortices become at some stage, locked in phase (Hoskins et al. 1985). However, there are now other possibilities that either have been accounted for observationally or are theoretically possible in realistic frameworks such as when large-scale jet-stream substructures are considered, especially its non-zonal inhomogeneity. For example, Arbogast (2004) examined a case of creation of an incipient storm at low-level through an interaction involving a low-level precursor. Rivière and Joly (2006a,b) introduced a new parameter, effective deformation, and showed the existence of two large-scale jet exit configurations that lead to enhancing baroclinic interaction, depending on the effective deformation. There are cases, possibly very strong ones, where the upper-level component may be induced by the interaction of the low-level vortex with the upper-level baroclinic flow (Rivière et al. 2009). In this perspective involving a much larger palette of growth scenarios, statistically sound observational evidence of where upper-level coherent structures evolve relative to low-level ones (or vice-versa), including relative appearance or disappearance, would be extremely valuable. The present study is a first step towards objectively documenting such features based on a recent reanalysis and the concept of coherent structure.

The importance of upper anomalies has been quantified through climatological studies. Baehr et al. (1999) showed that, over 25 life cycles of depressions observed during the FASTEX campaign (Joly et al. 1999), no systematic phase locking between tropopause and surface vortices is obtained. They even underline the fact that a common feature of a life cycle include the temporary closeness of two or three upper-level structures to a given low-level depression.

The analysis of several case studies (Sanders 1986) and composite fields (Manobianco 1989) for intense cyclones indeed show that the most rapidly intensifying cyclones are associated with a significant mean upper-level structure. These studies relied however on a limited number of cases and on low-resolution operational analysis. More recently, Ayrault and Joly (2000) obtained more significant results after using an objective tracking algorithm on 850 hPa North-Atlantic cyclones from the ERA-15 ECMWF reanalysis. The classification of the intensification stages of the tracks led to 7 classes, with different scenarios of evolution. The composites of 300 hPa relative vorticity field for each class showed that the existence of an upper-level vortex discriminates the highest intensification rates of low-level cyclones (more than 10 hPa per 24 hours).

Such composite approaches are able to show the importance of upper-level structures on cyclogenesis. However, they may have some limitations as for characterizing the interactions further. For instance, a composite field averages the information about the intensity and the position of the coherent structures so that the description of their size and shape is impossible.

In order to refine the climatology of upper-level structures and of their links with surface cyclones, a bolt to unlock is to be able to compute upper-level tracks independently from

low-level cyclones. Although techniques for surface and low-level cyclones have been flourishing recently, there is still a lack in tracking coherent structures in the upper-levels. Based on image segmentation algorithms (Hodges 1994), on maxima detection (Ayrault and Joly 2000) or on contour detection (Wernli and Schwierz 2006), temporal tracking of localized features has been promising to objectively identify mid-latitude cyclones near the surface. These algorithms are applied to the relative vorticity field or to mean-sea level pressure, where a cyclone emerges from its environment quite obviously. In the upper-troposphere coherent structures described by a vorticity field – relative or potential – are embedded in environments with strong gradients. Tracking features in the upper-level fields with algorithms designed for the low levels meet their limits; the relevant upper-level structures may be swamped by the large-amplitude environment, associated for instance with tropopause jets. Nevertheless, Ayrault (1998) succeeded in building a climatology of both 850 hPa and 300 hPa relative vorticity structures. He drew a conceptual scheme of the strongest cyclogenesis that include an upper-level anomaly nearing the surface depression from the north-west and wrapping around it during its maturing phase.

More recently, some developments have been dedicated to objective identification of upper-level structures. Wernli and Sprenger (2007) search for cut-offs and streamers in the upper-level field of potential vorticity. However, this technique relies on parameters inherited from the LC1/LC2 conceptual model of Rossby-wave breaking (Thorncroft et al. 1993). Detection from such a conceptual model has two flaws: the structures are identified by *ad hoc* parameters and it does not guarantee the detection of all kind of structures, since it focuses in particular on large scales. The only satisfying method to detect upper-level structures of vorticity would thus be to extract the structures from their environment, before tracking

them in time.

A promising technique (Plu et al. 2008) relies on an adaptive spatial filtering that enables to take into account the location and the scale of individual structures. More precisely, the orthogonal wavelet transform and its translation-invariant counterpart, the stationary wavelet transform, may be applied to potential-vorticity fields on an isentropic level. Plu et al. (2008) showed the possibility to detect and extract a tropopause precursor from the North-Atlantic upper-level jet of December 1999, which potential vorticity signature was extraordinarily intense. However, in order to get climatological information from several fields, the wavelet structure detection must be improved and linked to a tracking algorithm. This algorithmic work will be shown in the present article.

After a brief recall of the wavelet detection method, Section 2 presents the addition of temporal tracking and then the construction and the assessment of upper-level and low-level vorticity tracks. Section 3 shows how co-occurrence maps between cyclone intensification at low levels and existence of upper-level structure are built. Finally, the presentation and the interpretation of these maps constitute Section 4.

2. Detecting and tracking tropopause and low-level vortices

This section introduces the numerical tools that are used to build climatologies of upper- and low-level coherent structures independently.

a. The data

The 6-hourly data for the 16 year-period from the 1st of August 1989 to the 31st of July 2005 of the ERA-Interim dataset (Simmons et al. 2007) are used in this study. ERA-Interim data have a spectral resolution of T255. The reanalysis is based on the IFS 12 hour 4D-Var assimilation system.

The field of 315K potential vorticity (hereafter denoted by PV315) is chosen to provide the tropopause potential vorticity structures and the near-surface ones will be detected on the 850 hPa relative vorticity field (ξ_{850}). These choices are quite classical ones : potential vorticity on isentropic surfaces is widely examined (Hoskins et al. 1985) and ξ_{850} is often used to describe low-level dynamics (Ayrault and Joly 2000; Rivière and Joly 2006a). It has to be noted that PV315 is well adapted to detect all mid-latitude stratospheric intrusions in the cold season but a bias towards the most deeper ones can be noticed during summer because the 315K isentropic surface and the tropopause intersect climatologically at higher latitudes than in winter.

b. Detecting isolated vortices

1) WAVELET DECOMPOSITION

No orthogonal wavelet basis on the sphere is known to date. The ERA-Interim fields are therefore projected onto a rectangular two-dimensional domain (Fig. 1). To this end, a conformal Lambert projection centred over the Atlantic Ocean is used. Its average resolution is 120 km and the deviation of the map factor from 1 is small in most of the domain. Following

Plu et al. (2008), a wavelet analysis is computed on this domain. The wavelet used is the Coiflet with four vanishing moments, which generates an orthogonal basis and is a good compromise between its spatial extension and the number of vanishing moments (Daubechies 1988). The generating two-dimensional wavelets are obtained by tensorial products of the wavelet function and the mother function (Meyer 1989). The discrete wavelet transform (DWT) is quite dependent from the position of the initial field relatively to the basis location. This led Coifman and Donoho (1995) to introduce a transform which is translation-invariant: the stationary wavelet transform (SWT). It consists in applying the DWT to the field after every possible translation.

This formalism enables the construction of band pass filters. In order to get a separate information for each scale $i = k_1, \dots, k_n$ of interest, the SWT is computed and then for $i = k_1, \dots, k_n$ all coefficients in the wavelet space associated to all other scales than i are set to 0. Calculating the inverse transform leads to a field, denoted BP_i , that is characteristic of the scale i . By construction, it does not depend on the fortuitous position of the analyzed signal. Fig. 2 illustrates such a scale decomposition. For the sake of simplicity, the domain is supposed to be periodic which leads to spurious boundary effects that can be noticed in Figs. 2b and d.

2) MAXIMA DETECTION

The fields filtered by the band pass filter associated with every scale of interest are then scoured for their local maxima. These are considered as the signature of coherent structures which are located in the vicinity of these maxima in the SWT-filtered field. The choice

of scales has been reduced to only two possibilities: 3 and 4, which are associated with a characteristic wavelength of about 1300 km and 2600 km respectively. It has turned out that smaller scales were useless to take into account in the detection process because it seldom led to trajectories longer than two or three time steps.

Furthermore, scales from 5 and higher are associated with physical objects that are much larger than the ones that are aimed at in the present study. In fact, in these large scale structures are generally embedded several smaller structures, the nature of which is precisely in accordance with this paper's goal. The methodology developed here is nevertheless totally adapted to a wider range of scales.

Moreover, in order to make a first selection and provide a set of maxima that are significant and are likely to be associated with other maxima in the close past and future, a thresholding is performed: maxima of the SWT-filtered ξ_{850} (resp PV315) which value is greater than 10^{-5} s^{-1} (resp 0.25 PVU) are kept. Lastly, because of the supposedly periodic boundary conditions, the search for maxima is reduced to a subdomain (Fig 1).

c. Building trajectories

1) TRACKING

A tracking algorithm (Ayrault and Joly 2000) is then applied independently to every set of maxima of scales 3 and 4 and for both ξ_{850} and PV315. This automated tool has been developed to build large climatologies of tropopause and near-surface relative vorticity anomalies and is based on the resolution of the association problem. Two maxima detected at two successive time steps are considered to be the signature of the same event if they

maximize a likelihood score based on two criteria: the first one measures the distance between the position of a candidate maximum and a forecast based on a simple advection of a previous maxima by the average between local and 700 hPa winds which are considered as steering-level winds. The other one quantifies the likelihood of the amplitude rate of change: a variation greater than 40% in 6 hours is considered as unrealistic. The algorithm has been used previously by Baehr et al. (1999) and Pouponneau et al. (1999) among others and has provided robust and satisfying results when compared to subjective tracking. Eventually, only trajectories that last more than 12 hours are kept. No additional selection is made.

2) SCALE SELECTION

For every field, the output of the tracking algorithm is a set of trajectories for each scale. Nevertheless, a structure may be linked with maxima in several scales and thus appear in several trajectories. For instance, the structure spotted by a cross in Fig. 2 is clearly linked with maxima in both BP_3 and BP_4 fields. It follows that it is necessary to carry out a scale selection to eliminate redundancy between the sets of different scales. This selection will be called hybridization.

For every trajectories couple (t_1, t_2) , a proximity score p is calculated, based on the geographic distance between t_1 and t_2 at every instant when they both exist:

$$p(t_1, t_2) = \sum_{k \in \{l(t_1) \cap l(t_2)\}} \max \left(1 - \frac{d(t_1(k), t_2(k))}{sd(\max(sca(t_1), sca(t_2)))}, 0 \right),$$

where $l(t)$ is the set of time steps during which a trajectory t exists, $d(x_1, x_2)$ is the orthodromic distance between two points x_1 and x_2 , $sca(t)$ is the scale of a trajectory t and

sd is a threshold that depends on the maximum of the two scales, which is set to 1300 km for scale 4.

A strictly positive score is considered as the sign of a redundancy between two trajectories t_1 and t_2 and they cannot be kept as they are. The hybridization step consists in determining the most likely trajectory that can be built from t_1 and t_2 and which maximizes a criterion that is defined below. That hybrid can be unmodified t_1 or t_2 or a composite trajectory that starts with t_1 and finishes with t_2 or vice versa.

More precisely, as long as at least one couple of trajectories has a strictly positive proximity score, the more redundant couple – in the sense of p – is hybridized as follows:

- For $i \in \{1, 2\}$, the amplitude score of the unmodified trajectory t_i , denoted as $s_i(0)$, is defined as:

$$s_i(0) = 2 \frac{\sum_{k \in l(t_i)} BP_{sca(t_i)}(t_i(k))}{\left[\sum_{k \in l(t_i)} BP_{sca(t_i)}(t_i(k)) \right] + \left[\sum_{k \in l(t_j)} BP_{sca(t_j)}(t_j(k)) \right]},$$

where $j = 3 - i$ and BP_l is the result of the scale l band-pass filtering of the total field.

One of these two amplitude scores is necessarily greater or equal to 1.

- For every instant k that t_1 and t_2 have in common – setting aside the last one of every interval – and for $i \in \{1, 2\}$, the hybrid trajectory starting with t_j , jumping at t_i between time steps k and $k + 1$ is considered, where $j = 3 - i$. Its score is the sum of two terms. The first one is defined the same way as for unmodified trajectories. The other one is included between 0 and -1 and quantifies the distance between t_1 and t_2 at instants k and $k + 1$:

$$s_i(k) = 2 \frac{\left[\sum_{l \in I(t_j) \cap [1, k]} BP_{sca(t_j)}(t_j(l)) \right] + \left[\sum_{l \in I(t_i) \cap [k+1, +\infty[} BP_{sca(t_i)}(t_i(l)) \right]}{\left[\sum_{l \in I(t_i)} BP_{sca(t_i)}(t_i(l)) \right] + \left[\sum_{l \in I(t_j)} BP_{sca(t_j)}(t_j(l)) \right]} - \frac{d(t_1(k), t_2(k)) + d(t_1(k+1), t_2(k+1))}{2 \, sd(\max(sca(t_1), sca(t_2)))}.$$

- Lastly, the trajectory, the score of which is maximum among the set composed by t_1 , t_2 and every new hybrids composed of parts of these trajectories, is chosen as the one that will represent both t_1 and t_2 . The latter are temporarily neutralized and the new trajectory is included in the whole set. Its proximity scores with all the other trajectories are computed.

Figure 3 illustrates this process. Two idealized trajectories which are close to one another during five time steps in row are at stake. Figs. 3b and c show the calculation of the unmodified trajectories amplitude scores. Figs. 3d and e show the two possible trajectories that can be obtained with a jump at the third time step. For simplicity reasons, only this time step will be considered for hybridization. The new trajectory, denoted as t_h , that starts with t_1 (Fig. 3d) has a strong amplitude during most of its lifetime and lasts much longer than the other hybrid (Fig. 3e). Under the assumption that the weight of the jump is small, t_1 and t_2 will be temporarily excluded and t_h will be introduced in the trajectories set.

After each hybridization, a correcting step, called emancipation, is performed. Indeed, as and when the hybridizations reduce the number of trajectories, some hybrids are the result of a large number of hybridizations. Some trajectories that have been excluded during these hybridizations can have nothing to do with the hybrid. The emancipation step aims at

recovering these trajectories. Figure 4 illustrates such a case. By two successive hybridization steps, t_1 is discarded in aid to t_2 , which is itself excluded later during its hybridization with t_3 . It turns out that t_1 and t_3 never get close to each other and t_1 can thus be reinserted in the set of trajectories. In the end, the exclusion of t_2 is sufficient to eliminate the redundancy between the three considered trajectories.

This whole process has been performed on 16 one-year series of PV315 and ξ_{850} , from the 1st of August 1989 to the 31st of July 2005. Figure 5 shows the convergence to a set of trajectories in which every proximity is equal to zero. As and when the proximity maximum gets close to zero because of the successive hybridizations, the frequency of emancipations increases and large proximity values can from time to time be released and curb the convergence speed. Due to numerical matters, a test on the value of the proximity maximum had to be performed on two among the 32 computations of the hybridization-emancipation process to stop it prematurely: a threshold equal to 0.1, which corresponds to a single instant at which the distance between the two trajectories is greater than 1170 km, is sufficient.

d. Overview of the trajectories

Over the 16 years, 23216 ξ_{850} and 14976 PV315 trajectories are built. In order to always get the absolute amplitude maximum of a trajectory, only those that appear and die at a distance greater than 350 km from the domain boundaries are considered. It results in a reduction of 54% and 60% of the number of ξ_{850} and PV315 trajectories respectively. Figure 6 shows the distribution of the maximum amplitude reached during the lifetime of a vortex. The mean amplitude of relative vorticity structures at 850 hPa is equal to $0.94 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. The

distribution shown in Fig. 6a compares quite well with other climatologies (Ayrault 1998; Hodges et al. 2003). PV315 trajectories (Fig. 6b) have a mean amplitude is 3.3PVU.

Figure 7 illustrates the distribution of the lifespan of trajectories. The mean ξ_{850} coherent structures duration is 47 hours. Ayrault (1998) restricted his trajectories set to those lasting longer than 24 hours and found a mean lifespan of 43h. With the same selection, the mean duration reaches 59 hours here. Modest amplitude structures have statistically shorter lifetimes and the overall difference is attributable to a larger proportion of structures which amplitude is greater than 5.10^{-5} s^{-1} when compared to the climatology of Ayrault (1998). PV315 anomalies last 42 hours on average. This value is very sensitive to the size of the domain used because a large number of the structures (60%) cannot be tracked during their whole life. Nevertheless, the distribution of the lifespans compares quite well with previous studies (Lefevre and Nielsen-Gammon 1995; Ayrault 1998).

The track density charts are provided by Fig. 8. The PV315 density (Fig. 8b) includes a large region of maximum values extending from the western boundary of the domain over Canada to the Baltic Sea. As for the ξ_{850} tracks (Fig. 8a), high densities are obtained over North-Atlantic between 45° and 50° N on its western side and between 55° and 70° N at the east of 40° W. The largest densities are found at the south of the Denmark Strait. Another region of large vortices occurrence can be found in the Gulf of Genoa and at the south of Turkey. Generally speaking, Hodges et al. (2003); Wernli and Schwierz (2006); Raible et al. (2008); Dacre and Gray (2009) get similar results. The limited-area search for maxima can be pointed as the cause of the main differences between our results and the mentioned previous studies, especially over the Rocky Mountains and Scandinavia. Over the Mediterranean region, the pattern of maxima, including an additional cold-season maxima

over the Ionian Sea (not shown), are very similar to the climatology by Trigo et al. (1999).

Even if the individual PV315 and ξ_{850} tracking climatologies are not the main goal of this study, they compare well with the general outlines of previous studies and can thus be used for the study of co-occurrence of the two-level anomalies, which is described in the next two sections.

3. Constructing a co-occurrence map

a. Raw map

One objective of the present study is to derive, from the climatology presented in the previous section, various statistical evidence of the presence of coherent structures at one level relative to given trajectories at another one, without introducing any dynamical pre-conception in the existence of such possible links. To this purpose, the co-occurrence of potential vorticity tropopause structures and low-level vortices is assessed at the spatial and temporal vicinity of the maximum amplitude of the ξ_{850} structure. For every ξ_{850} trajectory, the instant at which its amplitude reaches its maximum, thereafter denoted as t_{M_x} , is sought. Then, the set of PV315 trajectories is scoured at t_{M_x} . For all ξ_{850} and PV315 trajectories couples, the distance on the sphere and the azimuth at which the ξ_{850} vortex “sees” the PV315 structure are computed.

In order to be able to get pieces of information on actual occurrences of baroclinic interactions, the large-scale baroclinicity vector is computed at every ξ_{850} maximum location. Following Ayrault (1998), it is defined with the help of the 2-layer average gradient of the

temperature fields at 850 hPa and 500 hPa, which are filtered by the low-pass SWT-filter with a cut-off scale of 5. The position of every PV315 structure is finally defined by both its distance to the ξ_{850} maximum and the angle with which it is “seen” from the near-surface anomaly with respect to the local large-scale baroclinicity. The charts will be oriented by the vector of baroclinicity (Ox) and by the opposite of the horizontal gradient of temperature (Oy).

Fig. 9 shows the PV315 structures occurrence map built as previously explained. First, the fact that the detection of PV315 structures is performed on a limited domain induces a decay of the density of PV315 structures at large distance. A decay by a factor 2 is obtained approximately every 1000 km in the Oy direction. The shape of the domain of detection, which is longer in the zonal than in the latitudinal direction, induces a quicker decay along an axis near that of Oy, slightly inclined towards the cold and downstream side in the sense of the thermal wind. In accordance with the fact that PV315 climatological location is more northern than that of ξ_{850} vortices (Fig. 8), the large-scale density pattern is centred at about 600 km along Oy on the cold side of the low-level structure. Setting aside this smooth pattern, the most remarkable feature is a whirl around the position of the ξ_{850} cyclone, with very large values at the immediate north-west of the low-level structure and a high-density band extending from the north to the east at a distance of about 1500 km. Lastly, a region of relatively small values is situated downstream.

b. Assessing climatological and limited-area-linked biases

The aim of the study is to identify the pattern introduced by the interaction between features at different levels in the potential vorticity structures occurrence in the vicinity of near-surface vortices at their amplitude maximum. To isolate this signal from the systematic one linked with the use of a limited-area domain and the one due to the respective climatological locations of both PV315 and ξ_{850} structures populations, the same map has been computed with a one-year lag between upper and low-level structures time series. To this end, the first year-long trajectories set (08/1989-07/1990) is considered as the successor of the last one (08/2004-07/2005). It leads to the density field that is illustrated by Fig. 10. It shows that part of the signal is common with the unlagged chart. It turns out that the decay due to the boundaries of the domain is obtained, which orientation is identical to the one in Fig. 9. The over-populated whirl and the low densities downstream of the cyclone are not found and can thus be attributed to the inter-level dynamics linked with the low-level cyclone.

A simple difference between the two charts provides some elements about the statistical signal attributable to dynamics. Nevertheless, at a reasonable resolution (200 km or 400 km), the fields are quite noisy which hampers the subsequent physical interpretation. In order to reduce the noise and to assess the robustness of the signal, a density fields ensemble of $n = 9$ members is built with lags of 1 to n years. The two-dimensional density fields obtained with a i -year lag will be denoted as L_i ($i \in [1, n]$) and the unlagged field U . Two additional fields are derived:

$$M = \frac{1}{n} \sum_{i \in [1, n]} L_i \text{ and } E = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i \in [1, n]} (L_i - M)^2},$$

where the matrix product is point-wise.

M is an estimation of the density one can expect without any direct dynamical link with the ξ_{850} vortex and E is an estimation of the variability due to the finite span during which the search is led. Assuming that these mean and standard deviation fields have smooth horizontal variations, a spatial gaussian filter (with a value of e^{-1} at 1300 km) is applied. As Raynaud et al. (2008) point out, spatial averaging is an efficient way to reach estimates of equal accuracy than greater ensembles with a reasonable computational cost.

Figs. 11 and 12 show these two fields. M reproduces the pattern already observed in Fig. 10. As expected, nearly all small scale variations have been removed. E has a very similar structure to M but with a weaker spatial variation; in fact, M is approximately proportional to E^2 . E is more sensitive to noise than M and a larger number of members should enable to build a smoother and more realistic estimation. Next section is dedicated to the way M and E will be used to extract statistical robust information from U .

4. Results

a. Map at the amplitude maximum

The knowledge of the unlagged density field U and of the statistical fields M and E enables to determine what part of the signal contained in U is due to the fortuitous presence of PV315 structures and what part is linked with inter-level dynamics. Figure 13 illustrates

the field $U' = \frac{U-M}{E}$. As expected, the low values of U' far from the low-level structure indicates that no influence at long distance can be found. Appendix 1 shows the statistical test that has been implemented in order to assess U' robustness. With a confidence of 95%, statistical significance is thus guaranteed for absolute values above a threshold that is equal to 2.431. The statistically robust signal can be divided in three regions:

- a nearly elliptic region A of very large positive values (up to 35 standard deviations) is situated on the immediate upstream side of the 850 hPa vortex. It means that a larger number of structures are found in this region in comparison to what could be expected from random. The westward tilt with height is coherent with the classical baroclinic scheme. The mean horizontal distance between ξ_{850} and PV315 structures situated in that region is about 350 km. 31.2% of the structures found in this area are of scale 4, which is a bit higher than the overall proportion (28%). It leads to a mean e^{-1} radius of about 400 km.
- another region B of positive values lay at the north-east of the near-surface vortex at a distance between 800 and 2000 km. Scale 4 represents 25.5% of this population.
- lastly, statistically robust negative values (down to -6 standard deviations) are found on the immediate downstream side of the vortex. This low-density area C extends to the south and south-west up to a distance of about 2000 km. This suggests that developing low-level storms do not go along with upper-level cyclonic vortices located to their east and south with respect to baroclinicity.

A quick comparison of the three different populations is also made through amplitude and shape characteristics. First, region A has the strongest structures : 3.5 PVU on average

versus 3.4 and 3.2 for B and C respectively. As for the aspect ratio of the structures, an insignificant bias towards more elongated structures in B can be found: 1.77 on average versus 1.76 everywhere else.

To sum up, two main points may be retained: first, a westward tilt with height is statistically favoured with a large upstream – slightly shifted towards the cold side – overpopulation and a statistical lack of upper structures downstream. The other key feature is a concentration of structures in an elongated band at the north-east, at about 1400 km.

b. Time evolution

In order to assess the time evolution of the co-occurrence of surface and tropopause vortices around the moment when the ξ_{850} reaches its amplitude maximum, only those that reach their maximum at least 30 hours (5 time steps) after their appearance and live more than 18 hours (3 time steps) after t_{M_x} are kept. This constraint on the trajectories substitutes for the restriction previously performed about the first and last detection location and leads to a set of 4592 low-level trajectories. For every time step in $\{t_{M_x-5}, \dots, t_{M_x}, \dots, t_{M_x+3}\}$, the same methodology as previously explained is performed: the local mean number and standard deviation associated with it are estimated from a 9-member ensemble.

Fig. 14 shows the time evolution of the statistical occurrence anomaly of tropopause structures in the vicinity of surface cyclones, between t_{M_x-5} and t_{M_x+3} . First, large positive values area A is always visible, with an amplitude increase before t_{M_x} (from 20 to 34 standard deviations) and a quick decrease afterwards (down to 25). During its cyclogenesis phase, it slowly shifts from the northwest to the west-southwest, and gets closer to the center of the

cyclone, starting from about 800 km on average at t_{M_x-5} . After t_{M_x} , it is located mostly above the ξ_{850} maximum. The other two statistically robust regions B and C , of positive and negative values respectively, mostly share the same evolution: they remain roughly unchanged before t_{M_x} and then their amplitude quickly decreases; B even totally disappears at t_{M_x+3} .

c. Discussion

Additional statistics are obtained by examining joint occurrence linked with the ξ_{850} vortices chosen according to their amplitude growth between t_{M_x-2} and t_{M_x} . Among the 4592 trajectories, the occurrence map of the PV315 structures that lay in the vicinity of the 1000 ξ_{850} vortices that have the largest (above $2.0 \cdot 10^{-9}\text{s}^{-2}$; Fig. 15) or the smallest (below $5.3 \cdot 10^{-10}\text{s}^{-2}$; Fig. 16) growth in the twelve hours before their amplitude maximum is computed. In both cases, the same patterns as those from the whole set are obtained, with a lesser robustness which is likely due to the smaller number of events considered. The locations are also very similar. A comparison between the two subsets shows that the one comprising the quickest growth is linked with larger statistical overpopulation in A (up to 22 standard deviations at t_{M_x}) than the slowly-growing ones (15 stdv). A distinction of the trajectories has also been performed according to their geographical locations. It turns out that the subset only containing those that reach their maximum over the Atlantic lead to very similar patterns as those obtained with the whole set (not shown).

The vertical tilt obtained during the day before amplitude maximum between region A structures and the surface depression is about 600 km on average. This value is not far from

the classical results in the Eady (1949) model, which include a 1000 km horizontal distance between top and bottom geopotential extrema. In the semi-geostrophic model, Emanuel et al. (1987) even showed evidence that moist dynamics reduced the length scale of the most unstable modes by a factor of about 0.6. The composite field of 300 hPa relative vorticity of the fastest-growing ξ_{850} vortices of the Ayrault (1998) climatology shows indication that, on average, upper structures shift from the northwest to the southwest relatively to the growing surface depression and with respect to baroclinicity, from a distance of about 700 km at t_{M_x-4} . This evolution is very consistent with the results obtained here with a different methodology.

Lastly, indications about the generality of inter-level mechanisms at the origin of surface depressions growth are provided by the ratio of the ξ_{850} vortices that have a PV315 structure in region A. Without any distinction, this ratio is equal to 58%. This value raises up to 68% for the subset of quick-growing vortices, while only 50% of the slowly-growing structures have an upper-level structure.

5. Conclusion

An innovative methodology leading to the construction of 315K potential vorticity and 850 hPa relative vorticity climatologies has been presented. It is based on wavelet filtering that enables correct detection of structures even in the presence of large-amplitude environments. The use of a tracking algorithm on each scale is complemented by a post-processing that eliminates redundancies between scales. The latter step has shown robust on one-year series of reanalysis fields. This algorithmic sequence has been applied to 16 years of the most

recent reanalysis, ERA-Interim. The climatologies of 315K potential vorticity and 850 hPa relative vorticity structures are separately very comparable to previous ones. Based on these climatologies, the paper gave insight into the statistics about the presence of tropopause structures around surface cyclones that reach their amplitude maximum. The use of a lagged ensemble proved to be efficient to extract from the raw results those that are linked with the low-level vortex cyclogenesis. It has been shown that three statistically robust regions were obtained. The main one is situated upstream and on the cold side of the low-level vortex 30 hours before its amplitude maximum, gets close to it during the cyclogenesis phase and is at last located straight above it at the beginning of its cyclolysis phase. These patterns are slightly starker for the largest cyclogenesis events. This upstream tilt with height, which is observed in 60% of the cases, is coherent with the classical baroclinic interaction scheme and the climatological tilt is not far from values from previous theoretical and observational studies.

The maps obtained should be useful in order to isolate several types of cyclogenesis events, the subset of low-level depressions that have a tropopause structure in an identified region may be more homogeneous than the whole set and share distinguishing features. Reversely, the use of the methodology developed here may be useful in the examination of cyclogenesis scenarios defined through other means, for instance according to their location relatively to a tropopause jet. In particular, Gilet et al. (2009) show some evidence that the crossing of an upper-level jet is responsible for deep structural modifications, and especially a change in the relative position between upper- and low-level structures, which need to be documented on large time series.

APPENDIX

1. Statistical test

Let M_0 and E_0 be the mean and standard deviation of the lagged occurrence of PV315 structures, which $M = n^{-1} \sum_i L_i$ and $E = \sqrt{(n-1)^{-1} \sum_i (L_i - M)^2}$ are estimators.

For all squares where more than about 30 structures are found, $\{L_i\}_{i \in [1, n]}$ can be considered as following a normal law. It induces that: $M \sim \mathcal{N}(M_0, n^{-1/2} E_0)$ and E is such that $E/E_0 \sim \chi^2(n-1)$.

The fact that no bias is introduced by the coincidence of the upper and lower climatologies is tested. If dynamics do not influence statistically the density occurrence of PV315 structures, then $U \sim \mathcal{N}(M_0, E_0)$.

If the hypothesis is true, the additivity of the normal law leads to: $(U - M) \sim \mathcal{N}(0, E_0 \sqrt{1 + 1/n})$, and thus $\sqrt{\frac{n}{n+1}}(U - M)/E$ follows a Student law with $(n - 1)$ degrees of freedom.

At last, with a 95% confidence interval and $n = 9$, $|\frac{U-M}{E}| \leq \alpha_n^{0.95} \sqrt{\frac{n+1}{n}} = 2.431$.

This value provides the contour interval of Figs. 13-16.

REFERENCES

- Arbogast, P., 2004: Frontal wave development by interaction between a front and a cyclone: application to the FASTEX IOP 17. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **130**, 1675–1696.
- Ayrault, F., 1998: Environnement, structure et évolution des dépressions météorologiques: réalité climatologique et modèles types. Ph.D. thesis, Doctorat de Université P. Sabatier, Toulouse, 328pp.
- Ayrault, F. and A. Joly, 2000: Une nouvelle typologie des dépressions météorologiques: classification des phases de maturation. *Compte-Rendus à l'Académie des Sciences, Sciences de la Terre et des planètes*, **330**, 167–172.
- Baehr, C., B. Pouponneau, F. Ayrault, and A. Joly, 1999: Dynamical characterization and summary of the FASTEX cyclogenesis cases. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 3469–3494.
- Coifman, R. and D. Donoho, 1995: *Translation-invariant denoising*, Vol. Wavelets and Statistics, 125–150. Springer-Verlag.
- Dacre, H. and S. Gray, 2009: The spatial distribution and evolution characteristics of North Atlantic cyclones. *Mon. Wea. Rev.*, **137**, 99–115.
- Daubechies, I., 1988: Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Commun. on Pure and Appl. Math.*, **41**, 909–996.
- Eady, E., 1949: Long-waves and cyclone waves. *Tellus*, **1 (3)**, 33–52.

- Emanuel, K. A., M. Fantini, and A. J. Thorpe, 1987: Baroclinic instability in an environment of small stability to slantwise moist convection. Part I: two-dimensional models. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 1559–1573.
- Gilet, J.-B., M. Plu, and G. Rivière, 2009: Nonlinear baroclinic dynamics of surface cyclones crossing a zonal jet. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 3021–3041.
- Hodges, K., 1994: A general method for tracking analysis and its application to meteorological data. *Mon. Wea. Rev.*, **122** (11), 2573–2586.
- Hodges, K., B. Hoskins, J. Boyle, and C. Thorncroft, 2003: A comparison of recent reanalysis datasets using objective feature tracking : storm tracks and tropical easterly waves. *Mon. Wea. Rev.*, 2012–2037.
- Hoskins, B. J., M. E. M. Intyre, and R. W. Robertson, 1985: On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **111**, 877–946.
- Joly, A., et al., 1999: Overview of the field phase of the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment (FASTEX) project. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 3131–3164.
- Lefevre, R. and J. Nielsen-Gammon, 1995: An objective climatology of mobile troughs in the northern hemisphere. *Tellus*, **47A**, 638–655.
- Manobianco, J., 1989: Explosive East-Coast cyclogenesis over the west-central North Atlantic ocean: a composite study derived from ECMWF operational analyses. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 2365–2383.

- Meyer, Y., 1989: *Ondelettes et opérateurs I*. Hermann, éditeur des sciences et des arts, 215 pp.
- Petterssen, S., 1955: A general survey of factors influencing development at sea level. *J. Meteor.*, **12**, 36–42.
- Plu, M., P. Arbogast, and A. Joly, 2008: A wavelet representation of synoptic-scale coherent structures. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 3116–3138.
- Pouponneau, B., F. Ayrault, T. Bergot, and A. Joly, 1999: The impact of aircraft data on an Atlantic cyclone analysed in terms of sensitivities and trajectories. *Weather and Forecasting*, **14** (1), 67–83.
- Raible, C., P. Della-Marta, C. Schwierz, H. Wernli, and R. Blender, 2008: Northern hemisphere extratropical cyclones: a comparison of detection and tracking methods and different reanalyses. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 880–897.
- Raynaud, L., L. Berre, and G. Desroziers, 2008: Spatial averaging of ensemble-based background-error variances. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **134**, 1003–1014.
- Rivière, G., P. Arbogast, K. Maynard, and A. Joly, 2009: The essential ingredients leading to the explosive growth stage of the european wind storm “lothar” of christmas 1999. submitted.
- Rivière, G. and A. Joly, 2006a: Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part I: barotropic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63** (8), 1965–1981.

- Rivière, G. and A. Joly, 2006b: Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part II: baroclinic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63** (8), 1982–1995.
- Sanders, F., 1986: Explosive cyclogenesis over the west-central North Atlantic ocean, 1981–1984. Part I: composite structure and mean behaviour. *Mon. Wea. Rev.*, **114**, 1781–1794.
- Simmons, A., S. Uppala, D. Dee, and S. Kobayashi, 2007: ERA-Interim: new ECMWF reanalysis products from 1989 onwards. *ECMWF Newsletter*, **Winter 2006/07** (110), 25–35.
- Sutcliffe, R. C., 1939: Cyclonic and anticyclonic development. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **65**, 518–524.
- Thorncroft, C. D., B. J. Hoskins, and M. McIntyre, 1993: Two paradigms of baroclinic-wave life-cycle behaviour. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 17–55.
- Trigo, I., T. Davies, and G. Bigg, 1999: Objective climatology of cyclones in the Mediterranean region. *Journal of Climate*, 1685–1696.
- Wernli, H. and C. Schwierz, 2006: Surface cyclones in the ERA40 dataset (1958–2001). Part I: novel identification method and global climatology. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 2486–2507.
- Wernli, H. and T. Sprenger, 2007: Identification and ERA-15 climatology of potential vorticity streamers and cutoffs near the extratropical tropopause. *J. Atmos. Sci.*, **64**, 1569–1586.

List of Figures

1	Two-dimensional domain (128×64 grid points) on which the domain is computed. Curved black lines: scale factor (contour interval: 0.1). The subdomain on which the maxima detection is led is shown in solid black. From Plu et al. (2008).	31
2	Wavelet analysis of PV315 field, 01/03/1989, 06UTC. (a): total field. (b): low-pass SWT-filtered field, with a cut-off scale of 5. (c-d): band-pass SWT-filtered field, at scale 3 (c) and 4 (d). The white cross points a large-amplitude coherent structure. Contour interval (CI): (a,b): 0.8 PVU; (c,d): 0.4 PVU. Values above (a) [resp. (b-d)] 4 PVU (resp. 0) in orange, in blue otherwise.	32
3	Schematic view of the hybridization process. Two trajectories t_1 and t_2 which have a positive proximity (a) will give birth to a single trajectory. (b,c): calculating both unmodified trajectories scores. (d,e): building the two possible hybrids with a jump at the 3rd instant in common. Comparing the scores of every hybrid with those of t_1 and t_2 enables the selection of the trajectory that will represent t_1 and t_2 . In the end, the trajectory shown in (d) is considered as the hybrid and will be denoted as t_h	33

- 4 Schematic view of the emancipation process. Three trajectories t_1 , t_2 and t_3 have successively given birth to a single trajectory during two hybridization steps. Emancipation enables to verify that all trajectories that have contributed to the building of the hybrid have a strictly positive proximity score with it. Here, t_1 and the hybrid (which is in fact equal to t_3) have a zero proximity. t_1 can thus be reinserted in the set of trajectories without adding any redundancy. 34
- 5 Evolution of the maximum proximity value in the set of trajectories (y-axis), respectively to the hybridization and emancipation progress (x-axis). Computation on a one-year PV315 series from the 1st of August 1989 to the 31st of July 1990. 35
- 6 Histograms of maximum amplitude of (a) ξ_{850} and (b) PV315 structures in (a) 10^{-4} s^{-1} and (b) PVU. Values in (a) 10^5s ; (b) PVU^{-1} 36
- 7 Histograms of (a) ξ_{850} and (b) PV315 structures lifespan, for every 6h categories (in days). 37
- 8 ξ_{850} (a) and PV315 (b) annual track densities. CI: number of structures getting nearer than 380 km every month. 38
- 9 U field. PV315 structures density relatively to ξ_{850} cyclones at their amplitude maximum. (Ox) direction is given by the baroclinicity vector orientation and (Oy) is along the temperature horizontal gradient (see text for further details). Graduations in 10^6 m 39
- 10 L_1 field. PV315 structures density relatively to ξ_{850} cyclones at their amplitude maximum with a 1-year lag. Graduations in 10^6 m 40

11	<i>M</i> field. Estimation of the mean number of structures detected in a 400 km×400 km square. A gaussian filter is applied to smooth the field. Graduations in 10 ⁶ m.	41
12	<i>E</i> field. Estimation of the standard deviation of the number of structures detected in a 400 km×400 km square. A gaussian filter is applied to smooth the field. Graduations in 10 ⁶ m.	42
13	(<i>U</i> – <i>M</i>) / <i>E</i> . Deviation from the estimated mean, normalized by the estimated standard deviation. Occurrence from the whole set of trajectories. CI: 2.431. Solid lines: positive values; dashed lines: negative values. Graduations in 10 ⁶ m.	43
14	Map of normalized deviation for the whole set of ξ_{850} structures. (a-i): from 30 hours before to 18 hours after the ξ_{850} amplitude maximum. CI: 2.431. Solid lines: positive values; dashed lines: negative values. Graduations in 10 ⁶ m.	44
15	Id. Fig. 14 but for the quick-growing subset.	45
16	Id. Fig. 14 but for the slowly-growing subset.	46

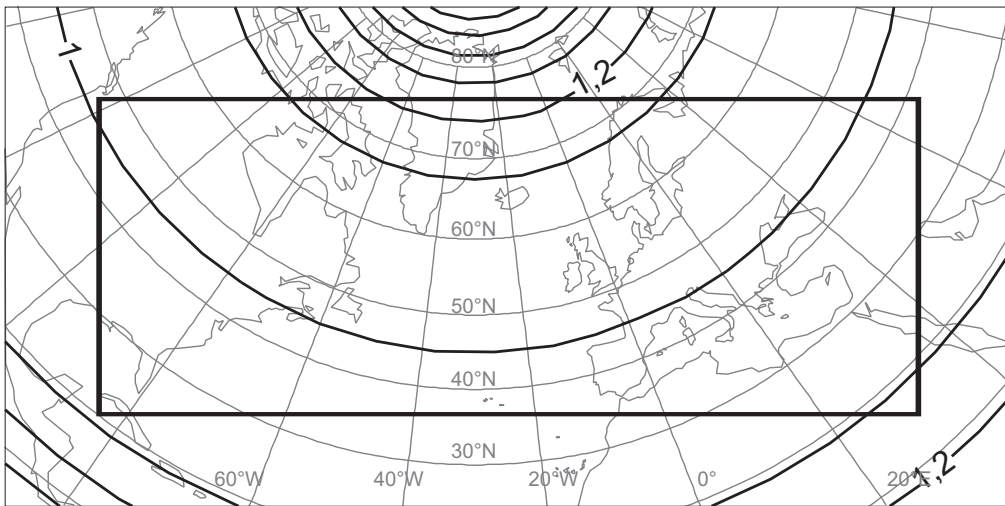


FIG. 1. Two-dimensional domain (128×64 grid points) on which the domain is computed. Curved black lines: scale factor (contour interval: 0.1). The subdomain on which the maxima detection is led is shown in solid black. From Plu et al. (2008).

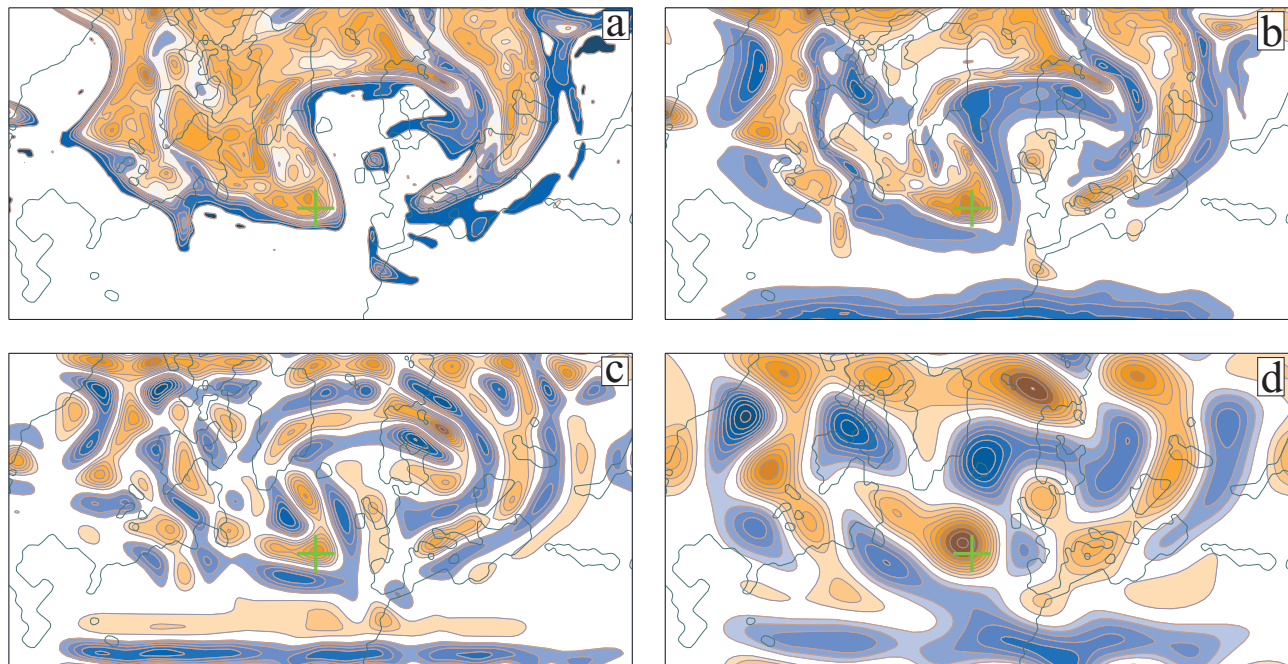


FIG. 2. Wavelet analysis of PV315 field, 01/03/1989, 06UTC. (a): total field. (b): low-pass SWT-filtered field, with a cut-off scale of 5. (c-d): band-pass SWT-filtered field, at scale 3 (c) and 4 (d). The white cross points a large-amplitude coherent structure. Contour interval (CI): (a,b): 0.8 PVU; (c,d): 0.4 PVU. Values above (a) [resp. (b-d)] 4 PVU (resp. 0) in orange, in blue otherwise.

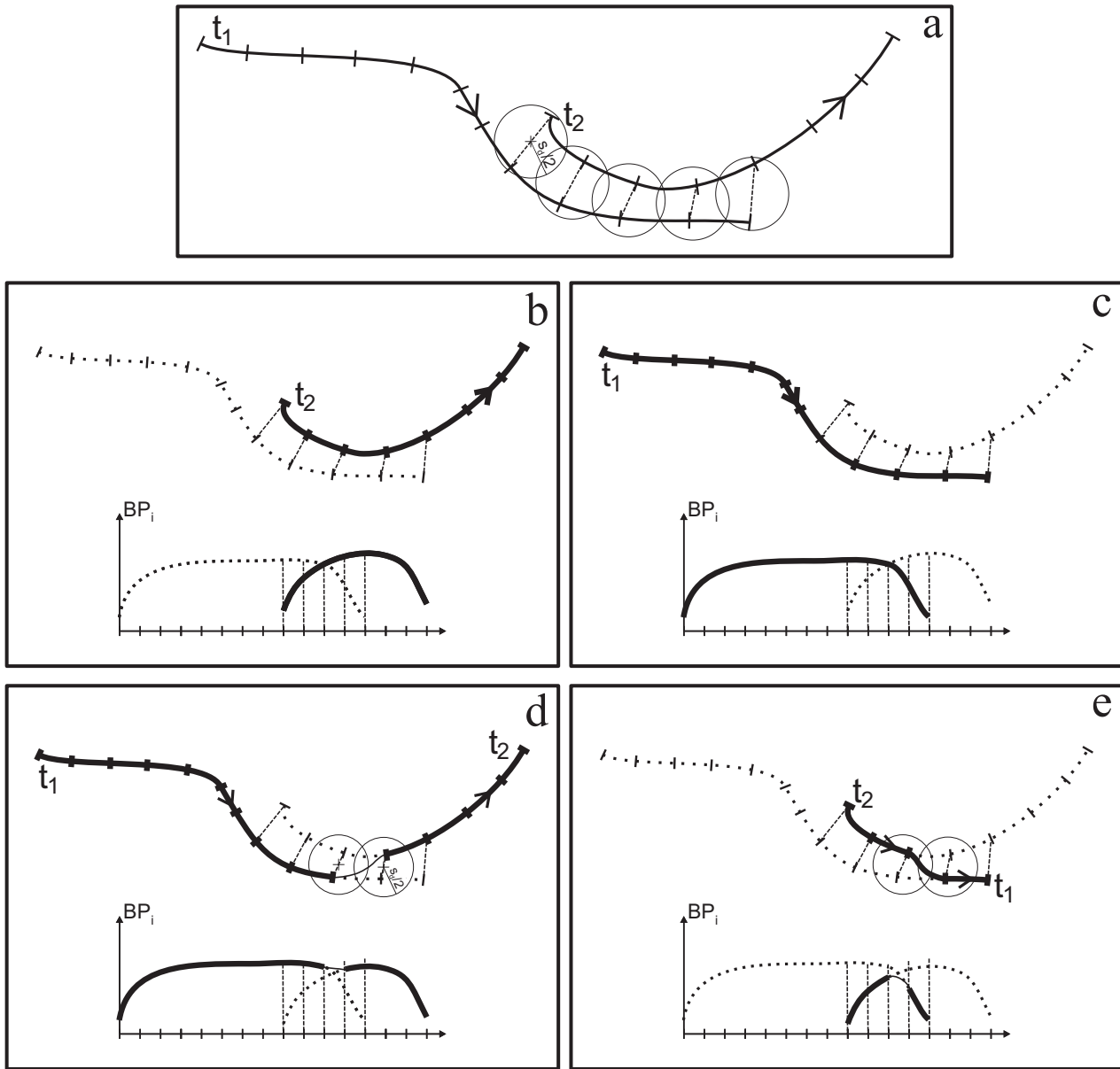


FIG. 3. Schematic view of the hybridization process. Two trajectories t_1 and t_2 which have a positive proximity (a) will give birth to a single trajectory. (b,c): calculating both unmodified trajectories scores. (d,e): building the two possible hybrids with a jump at the 3rd instant in common. Comparing the scores of every hybrid with those of t_1 and t_2 enables the selection of the trajectory that will represent t_1 and t_2 . In the end, the trajectory shown in (d) is considered as the hybrid and will be denoted as t_h .

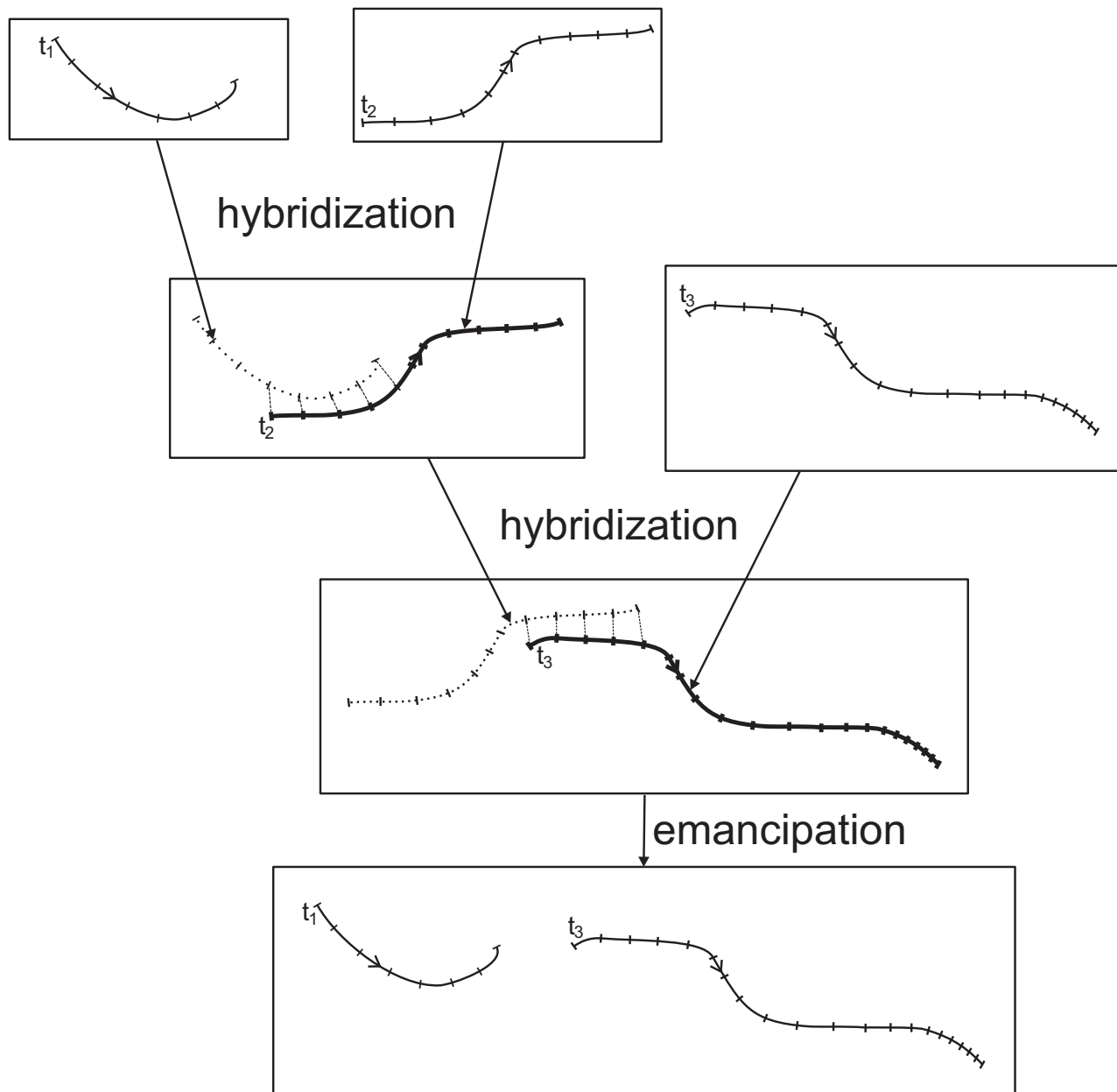


FIG. 4. Schematic view of the emancipation process. Three trajectories t_1 , t_2 and t_3 have successively given birth to a single trajectory during two hybridization steps. Emancipation enables to verify that all trajectories that have contributed to the building of the hybrid have a strictly positive proximity score with it. Here, t_1 and the hybrid (which is in fact equal to t_3) have a zero proximity. t_1 can thus be reinserted in the set of trajectories without adding any redundancy.

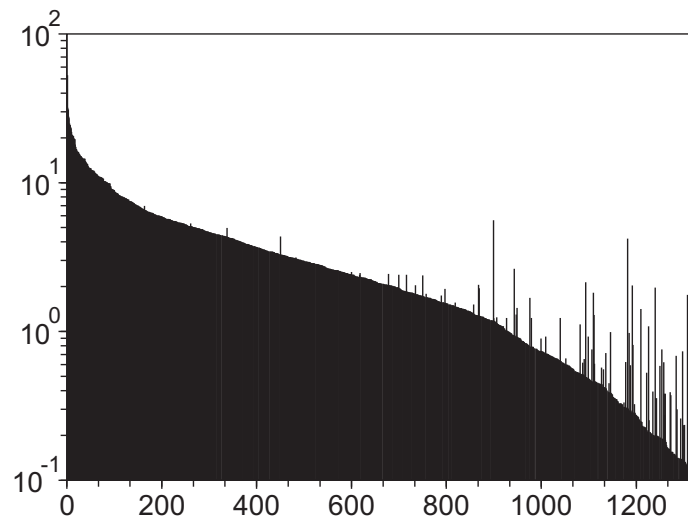


FIG. 5. Evolution of the maximum proximity value in the set of trajectories (y-axis), respectively to the hybridization and emancipation progress (x-axis). Computation on a one-year PV315 series from the 1st of August 1989 to the 31st of July 1990.

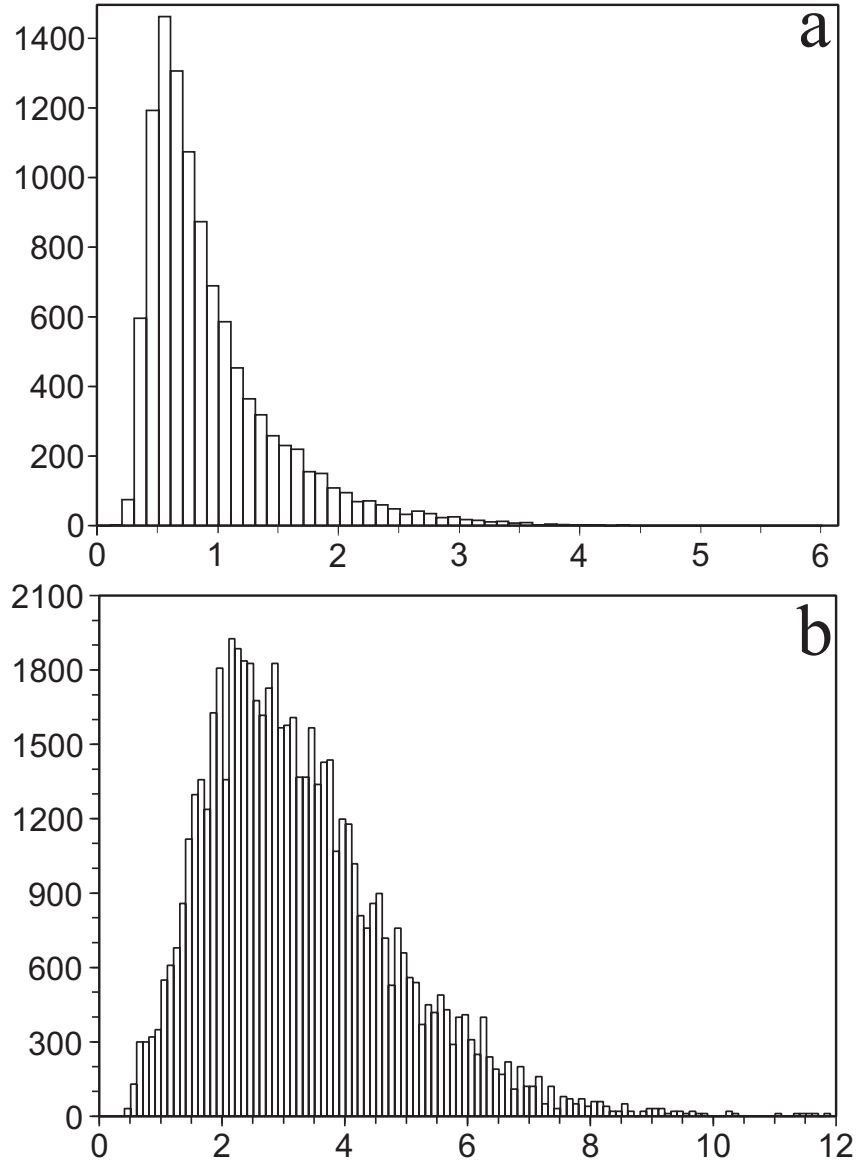


FIG. 6. Histograms of maximum amplitude of (a) ξ_{850} and (b) PV315 structures in (a) 10^{-4} s^{-1} and (b) PVU. Values in (a) 10^5 s ; (b) PVU^{-1} .

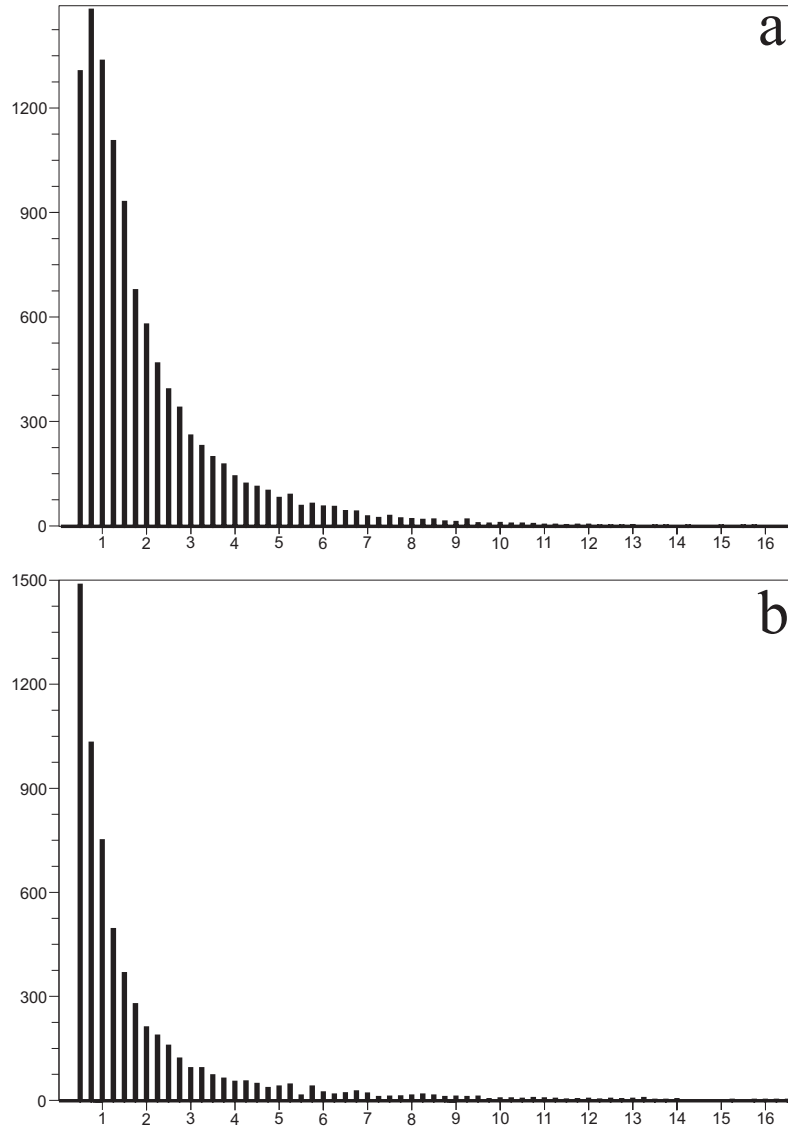


FIG. 7. Histograms of (a) ξ_{850} and (b) PV315 structures lifespan, for every 6h categories (in days).

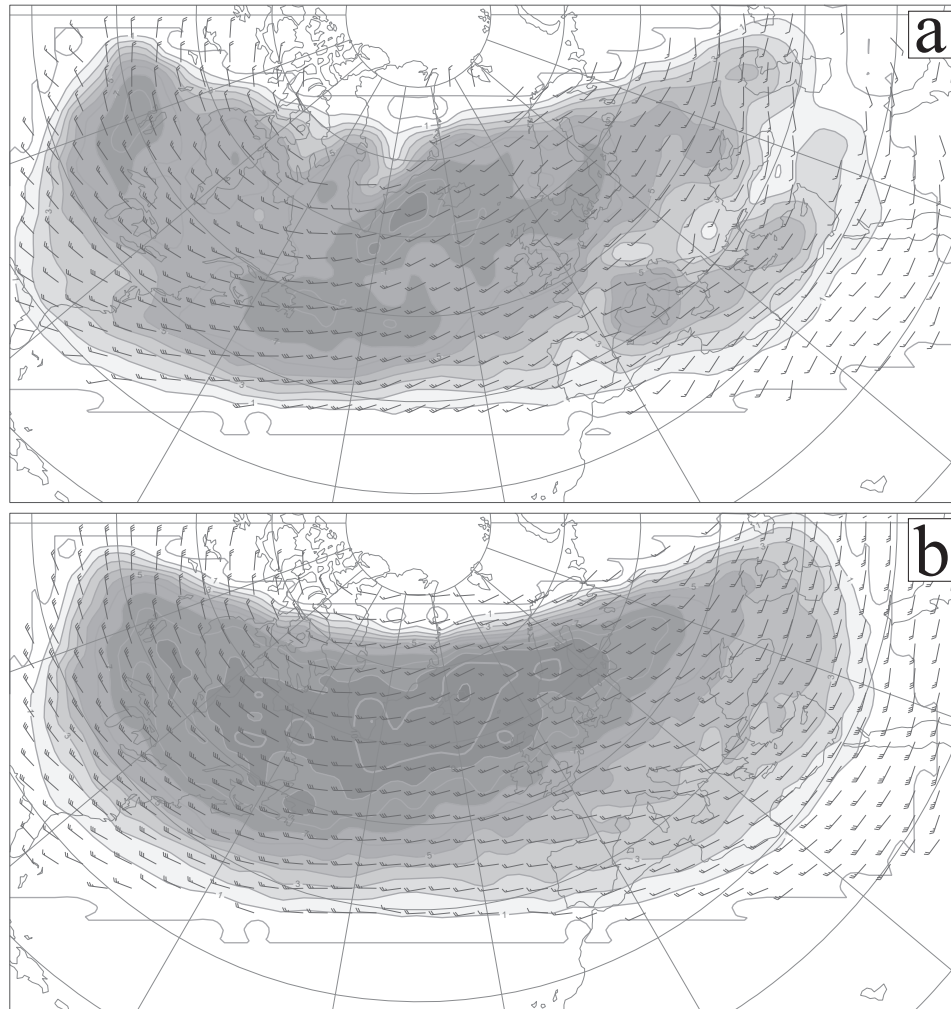


FIG. 8. ξ_{850} (a) and PV315 (b) annual track densities. CI: number of structures getting nearer than 380 km every month.

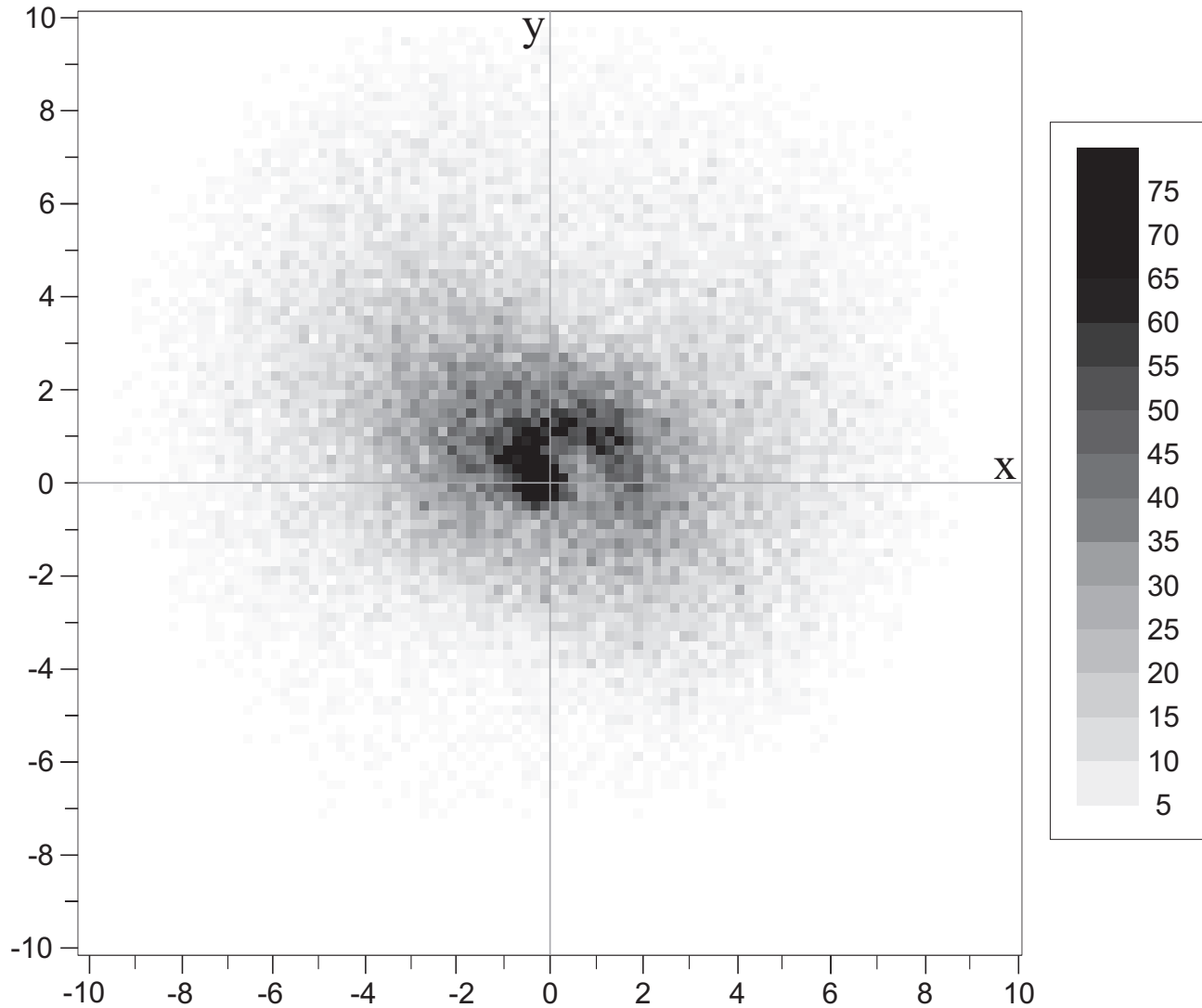


FIG. 9. U field. PV315 structures density relatively to ξ_{850} cyclones at their amplitude maximum. (Ox) direction is given by the baroclinicity vector orientation and (Oy) is along the temperature horizontal gradient (see text for further details). Graduations in 10^6 m.

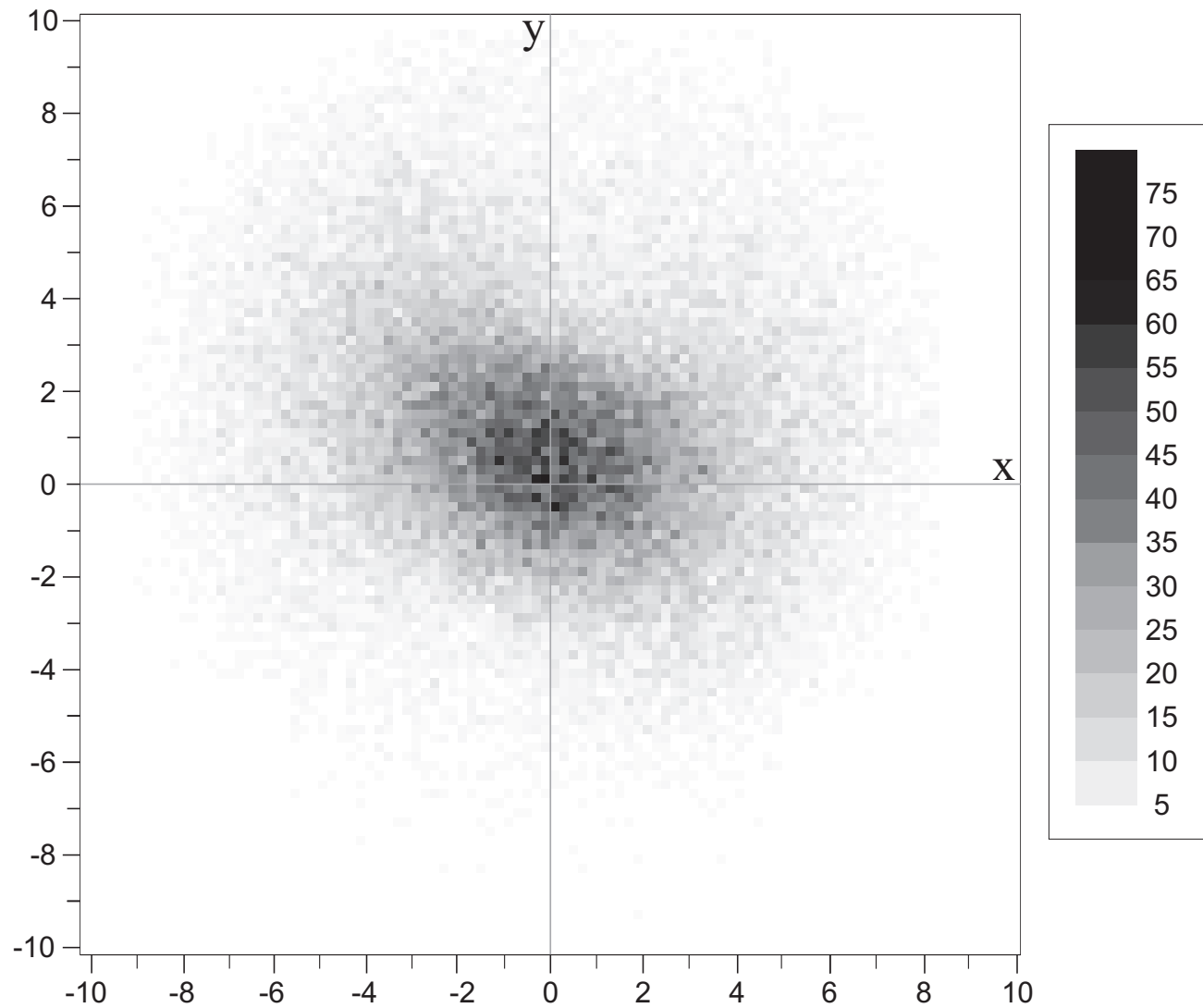


FIG. 10. L_1 field. PV315 structures density relatively to ξ_{850} cyclones at their amplitude maximum with a 1-year lag. Graduations in 10^6 m.

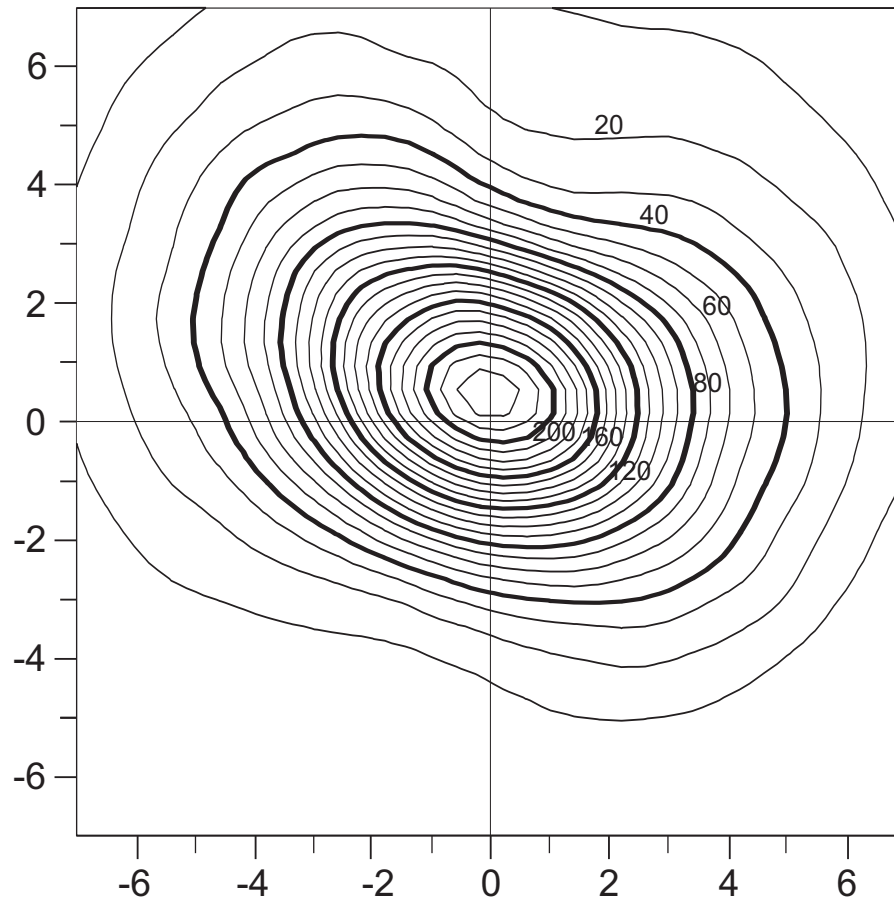


FIG. 11. M field. Estimation of the mean number of structures detected in a $400 \text{ km} \times 400 \text{ km}$ square. A gaussian filter is applied to smooth the field. Graduations in 10^6 m .

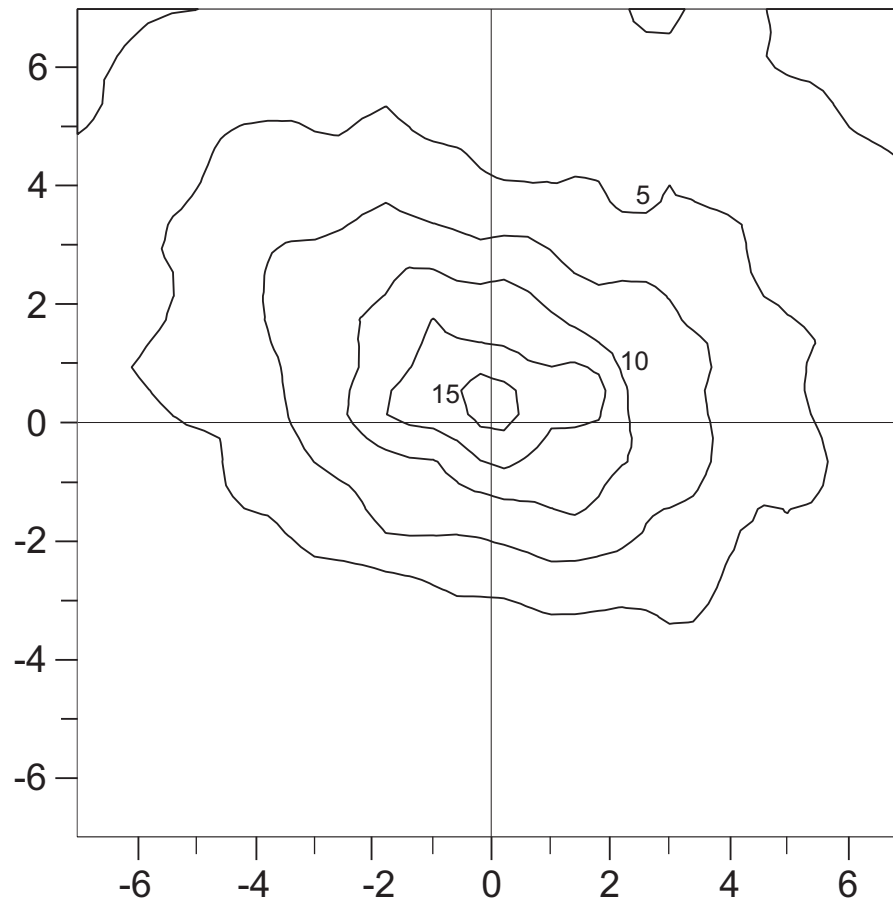


FIG. 12. E field. Estimation of the standard deviation of the number of structures detected in a $400 \text{ km} \times 400 \text{ km}$ square. A gaussian filter is applied to smooth the field. Graduations in 10^6 m .

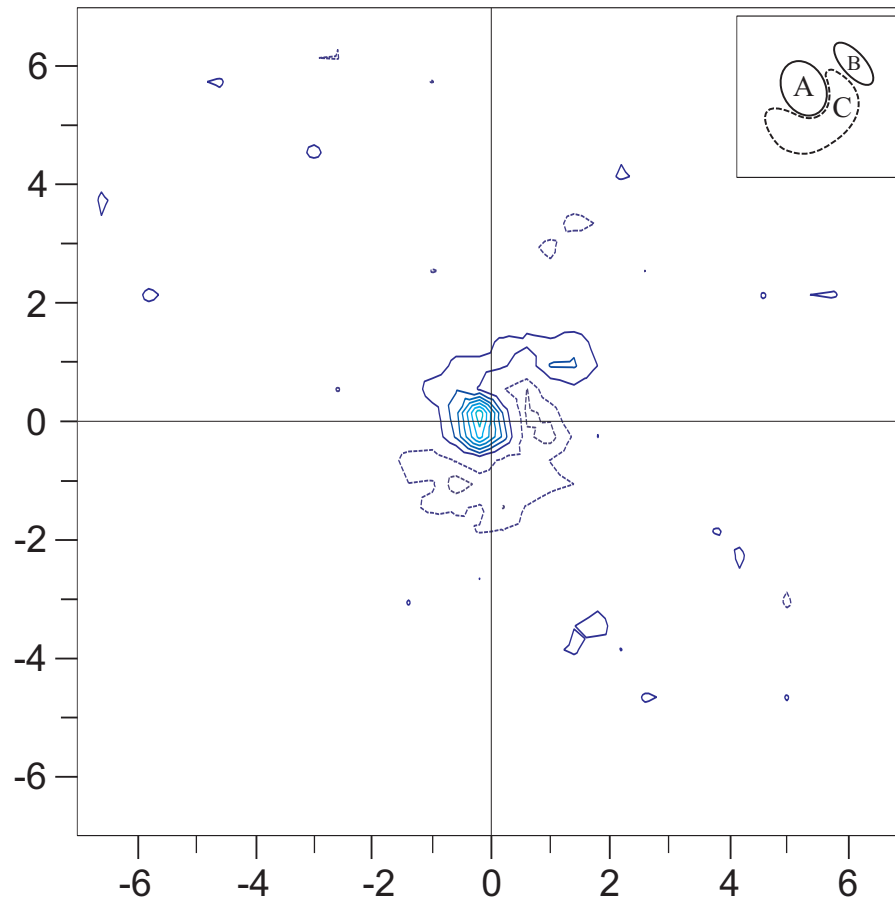


FIG. 13. $(U - M) / E$. Deviation from the estimated mean, normalized by the estimated standard deviation. Occurrence from the whole set of trajectories. CI: 2.431. Solid lines: positive values; dashed lines: negative values. Graduations in 10^6 m.

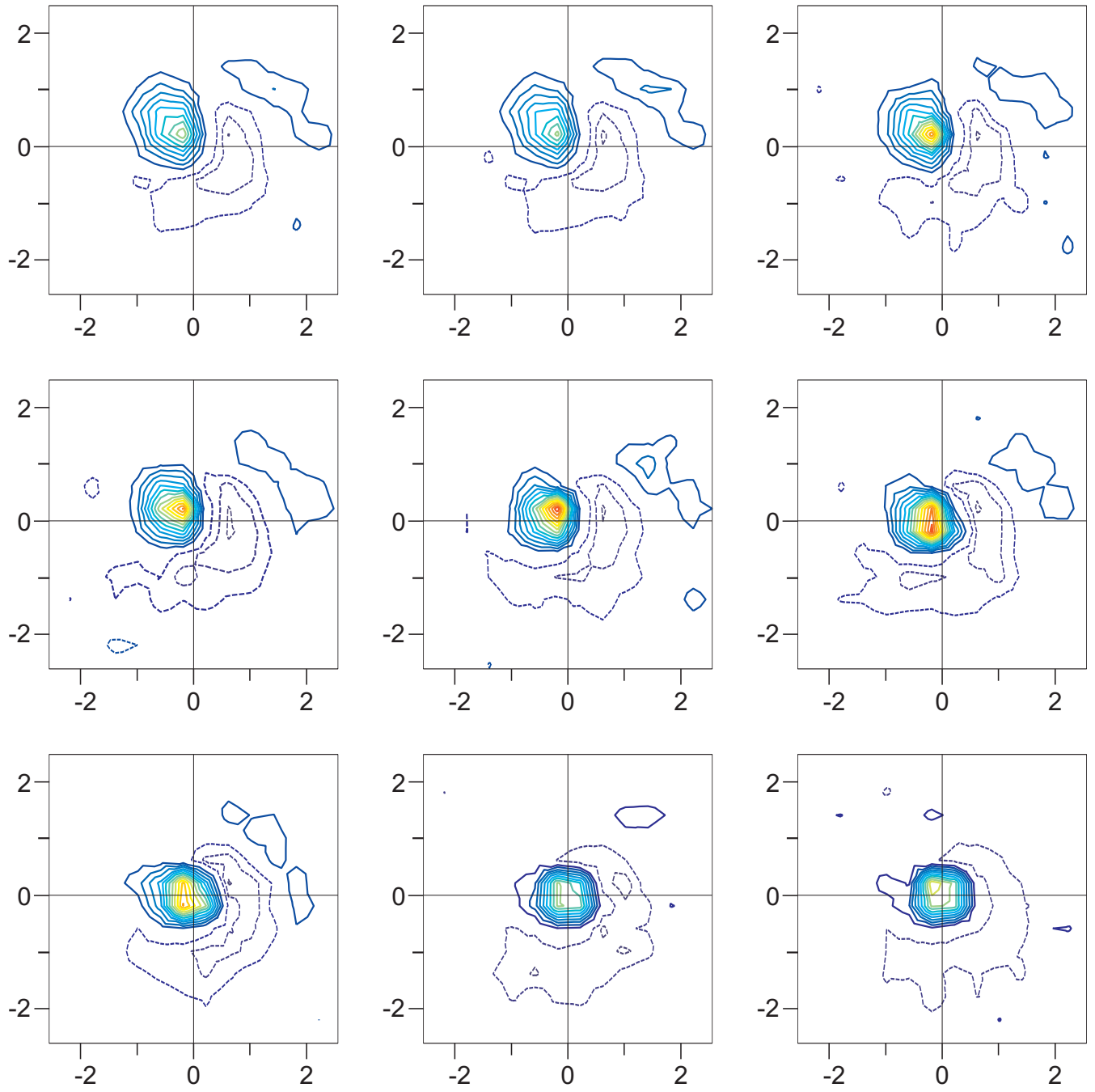


FIG. 14. Map of normalized deviation for the whole set of ξ_{850} structures. (a-i): from 30 hours before to 18 hours after the ξ_{850} amplitude maximum. CI: 2.431. Solid lines: positive values; dashed lines: negative values. Graduations in 10^6 m.

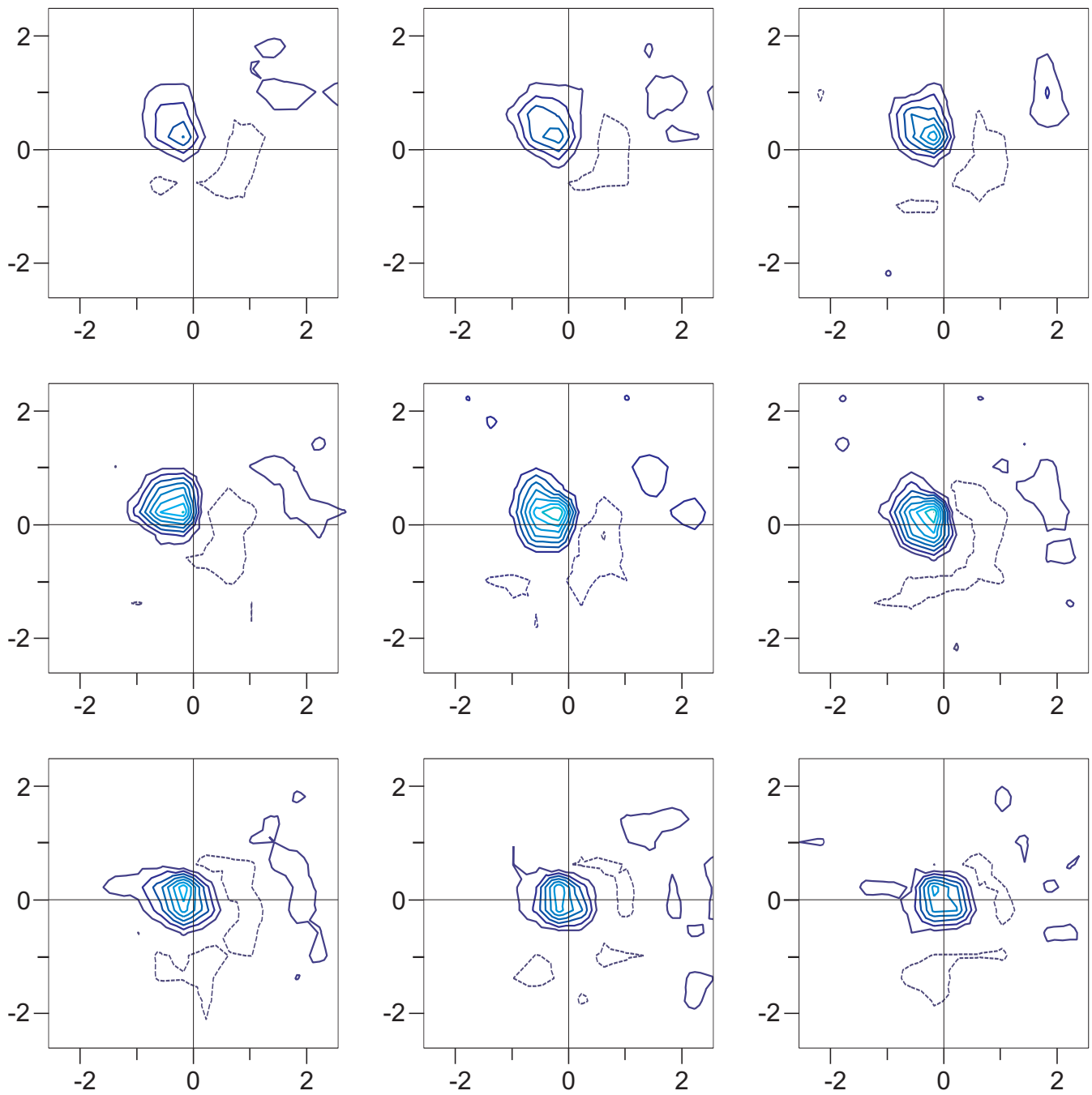


FIG. 15. Id. Fig. 14 but for the quick-growing subset.

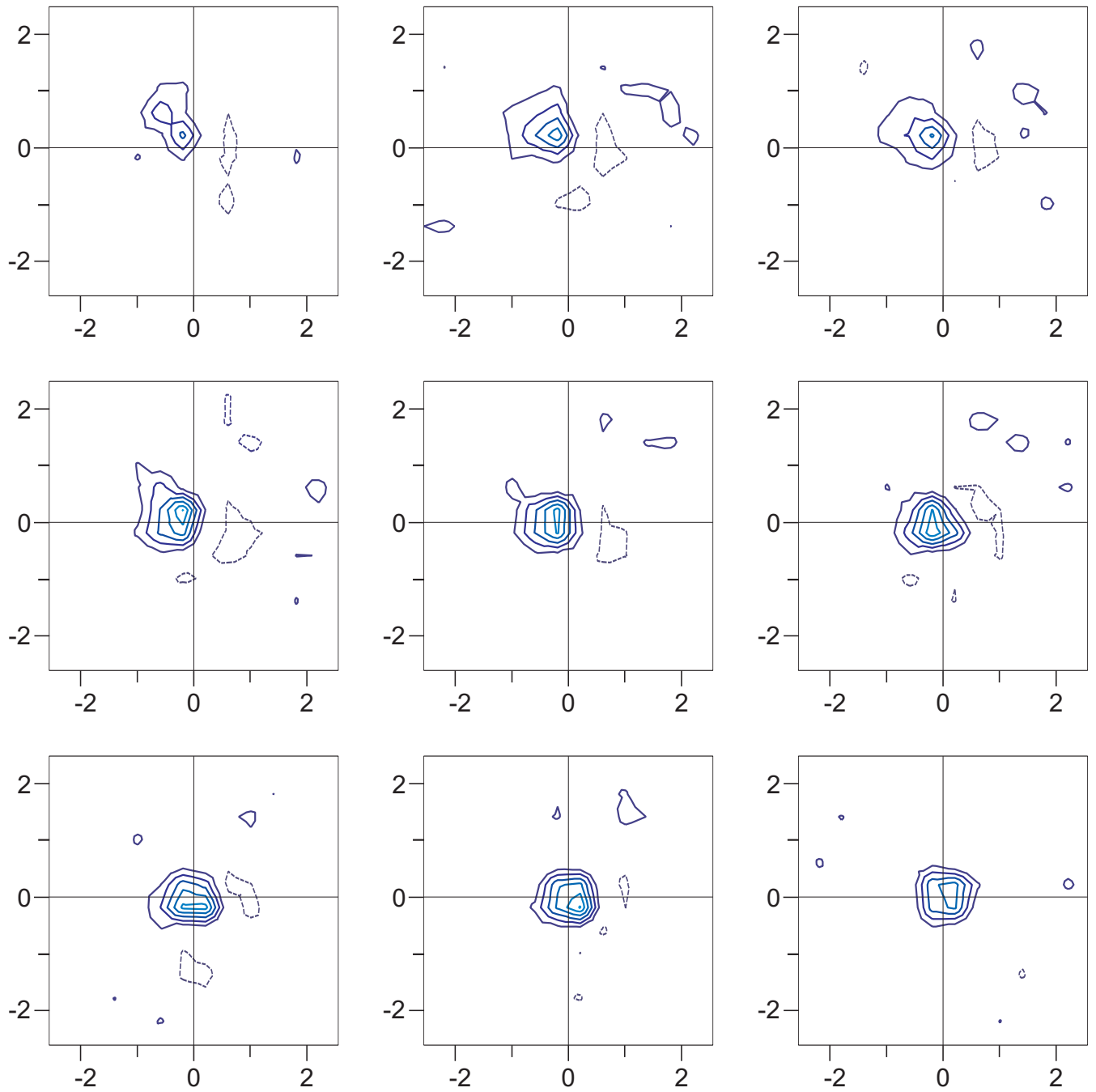


FIG. 16. Id. Fig. 14 but for the slowly-growing subset.

Chapitre 5

Application à l'étude du creusement des dépressions lors du croisement d'un courant-jet

Dans ce chapitre, la climatologie de structures de tourbillon relatif à 850 hPa et de tourbillon potentiel à 315 K est mise à profit (parties 5.3 à 5.5) pour identifier et caractériser des événements correspondant à un cycle d'évolution de dépressions identifié par le biais d'une étude idéalisée (parties 5.1 et 5.2).

5.1 Une étude idéalisée : *Nonlinear baroclinic dynamics of surface cyclones crossing a zonal jet*

L'article qui suit, cosigné par J.-B. Gilet, M. Plu et G. Rivière, a été publié dans le *Journal of the Atmospheric Sciences*.

Dans la section 4.5, le lien statistique entre la présence de structures tourbillonnaires d'altitude et l'occurrence d'un maximum d'amplitude d'une dépression de basse couche a été mis en avant. Cependant, comme présenté au premier chapitre, un autre élément fondamental est une zone de vent fort localisée méridionalement, le courant-jet. À l'aide d'un modèle idéalisé (quasi-géostrophique à deux couches), cet article est dédié à l'examen de mécanismes simples liés à la présence d'un courant-jet et agissant sur les structures d'altitude et de basses couches.

Premièrement, il est montré qu'avec des paramètres cohérents avec la dynamique des moyennes latitudes, une dissymétrie a lieu concernant l'étirement horizontal d'une structure tourbillonnaire selon sa position relativement à un courant-jet suffisamment confiné méridionalement : située du côté chaud – anticyclonique – les termes linéaire et non-linéaire d'advection se compensent et l'étirement d'une structure devient important selon une orientation qui évolue lentement. Au contraire, du côté froid – cyclonique – ces deux effets s'ajoutent et l'étirement du tourbillon demeure durablement faible. D'un point de vue énergétique, ce premier mécanisme défavorise les structures situées au sud du courant-jet, qui s'étirent fortement selon des axes proches des axes de dilatation

du champ de vent. Cependant, il est montré que le cisaillement horizontal lié au courant-jet permet le maintien d'une inclinaison verticale favorable à l'interaction barocline dans le cas anticyclonique, contrairement au côté cyclonique. Au final, en supposant dans un premier temps aucun changement de position relativement au courant-jet, ces résultats suggèrent qu'une structure initialement située du côté chaud évoluera lentement, avec un étirement horizontal marqué et une interaction barocline durable. En revanche, une structure située du côté froid tendra rapidement vers un retour à l'isotropie et ne pourra interagir que de manière transitoire avec une structure d'altitude.

Un deuxième mécanisme, connu dans d'autres domaines tels que la dynamique des cyclones tropicaux et des tourbillons océaniques, est identifié comme pilotant le déplacement méridien de structures synoptiques au voisinage d'un courant-jet ; il s'agit du " β -drift", ou dérive de Rossby. En effet, une zone méridionalement confinée de vent d'ouest est associée à un gradient méridien de tourbillon potentiel dirigé vers le nord, qui est donc la source d'un effet β . Dans le cas où la structure tourbillonnaire s'étend sur toute la troposphère, elle "ressent" l'effet du gradient méridien intégré sur la verticale et subit un mouvement vers l'ouest (mécanisme linéaire) et vers le nord (action non-linéaire). Ce mécanisme, qui vient s'ajouter à l'effet β dû à la variation méridienne planétaire du paramètre de Coriolis f , peut donc être responsable de la traversée du courant-jet par une structure initialement située du côté anticyclonique de celui-ci.

Une expérience réalisant la synthèse de ces effets, tous deux non-linéaires, conclut l'article. Elle montre qu'une structure d'amplitude finie inclinée vers l'ouest avec l'altitude et située au sud d'un courant-jet zonal le traverse si elle est d'amplitude suffisante et d'autant plus rapidement que la composante barotrope du jet est forte, toutes choses égales par ailleurs. Conformément aux résultats pré-cités, cette croisée du jet s'accompagne d'un changement de forme – horizontale (retour vers l'isotropie) et verticale (perte de l'inclinaison vers l'ouest avec l'altitude). Il est également montré qu'une dynamique linéaire ne rend pas compte de la croisée du jet et donc de tout ce qui en découle. Enfin, un bilan énergétique dans le cas non-linéaire indique qu'à la faveur de ces modifications de configuration tridimensionnelle, une phase de croissance transitoire peut intervenir lors de la traversée du courant-jet par un déphasage entre le terme de croissance d'énergie cinétique lié aux mécanismes baroclines et celui lié à la redistribution verticale d'énergie. En définitive, un certain nombre de caractéristiques de cycles d'évolution réels sont reproduits par le biais d'une dynamique très simplifiée et avec une définition minimaliste des structures et de l'état de base. Certains points ne sont pas retrouvés, comme une évolution sensible de la conversion barotrope, qui a joué un rôle central dans l'énergétique de la dépression observée lors de la POI 17 de la campagne FASTEX (Rivière et Joly, 2006a).

Nonlinear Baroclinic Dynamics of Surface Cyclones Crossing a Zonal Jet

JEAN-BAPTISTE GILET

GAME/CNRM, Météo-France, CNRS, Toulouse, France

MATTHIEU PLU

*GAME/CNRM, Météo-France, CNRS, Toulouse, and LACY, Unité Mixte
CNRS–Météo-France–Université de La Réunion, Saint-Denis de la Réunion, France*

GWENDAL RIVIÈRE

GAME/CNRM, Météo-France, CNRS, Toulouse, France

(Manuscript received 28 January 2009, in final form 27 April 2009)

ABSTRACT

Mechanisms leading a synoptic surface cyclone to cross an upper-level zonal jet and its subsequent deepening are investigated using a two-layer model on a β plane. The baroclinic interaction of a low-level circular cyclonic perturbation with an upper-level one is first studied in vertical and horizontal cyclonic or anticyclonic uniform shears. A first nonlinear effect acting on the shape and energetics of the perturbations is analyzed. If the background shear is anticyclonic, the perturbations are stretched horizontally; they lose energy barotropically but gain it baroclinically by a well-maintained westward tilt with height. Conversely, if the shear is cyclonic, perturbations remain quite isotropic, but they do not keep a favorable vertical tilt with time and the baroclinic interaction is thus only transient. The latitudinal motion of the perturbations also results from a nonlinear effect. It is found to depend strongly on the background potential vorticity (PV) gradient. This effect is a baroclinic equivalent of the so-called nonlinear barotropic “ β drift” and combines the nonlinear advection and vertical stretching terms.

These results are confirmed when the anomalies are initially located south of a confined westerly jet. The poleward shift of the lower cyclonic anomaly occurs faster when the vertically averaged PV gradient is strongly positive, which happens when the jet has a large barotropic component. The lower anomaly crosses the jet from the warm to the cold side and deepens afterward. After a detailed description of this regeneration process with the help of an energy budget, it is shown that linear dynamics are not able to reproduce such behavior.

1. Introduction

Intense storms in the northeastern Atlantic Basin evolve following a variety of complex life cycles. An often observed cycle consists of an appearance in the southern part of an upper-level large-scale jet, eastward translation without significant amplification on this anticyclonic side, and then sudden and intense growth while the depression crosses the jet axis. The Christmas 1999 Lothar storm over Europe is one example (Rivière and Joly 2006b). Similar but less spectacular cyclone growth during jet crossing from the warm to the cold

side was found fairly systematically during the Fronts and Atlantic Storm Track Experiment (FASTEX) campaign (Baehr et al. 1999). A detailed energy budget was drawn up for the case of intensive observing period (IOP) 17 by Rivière and Joly (2006a), from which it was found that both the barotropic and baroclinic interactions were decisive in the cyclone deepening. More precisely, during the crossing, the barotropic sink was temporarily stopped by a transient contraction of the cyclone horizontal structure and a new phase of baroclinic interaction occurred. The purpose of the present paper is to reproduce and analyze such a jet-crossing transition by a surface cyclone in very idealized numerical simulations.

As far as these evolutions are concerned, there is a clear lack of systematic idealized studies. Davies et al. (1991) made a detailed examination of the influence of a

Corresponding author address: Jean-Baptiste Gilet, Météo-France, CNRM/GMAP/RECYF, 42 Avenue G. Coriolis, 31057 Toulouse CEDEX, France.
E-mail: jean-baptiste.gilet@meteo.fr

horizontal shear on the structure of cyclones embedded in a zonal jet in a semigeostrophic model but did not explore the energy interactions or the dynamic mechanisms leading to the jet crossing. Sudden growth during the jet crossing is usually put down to the mechanism proposed by Uccellini (1990), which highlights the central role of the diffluent cold side exit region for cyclogenesis revival. As the present study tackles the crossing of purely zonal flows, the latter effect is discarded. More precisely, this paper aims to provide some insight into the shape variation, deepening, and trajectory of midlatitude cyclones embedded in jets that have both baroclinic and barotropic components on an f and a β plane. It also concentrates on finite-amplitude perturbations, so the genesis of depressions is beyond the scope of the present paper. In particular, we investigate which mechanisms lead to the jet crossing, how the observed sudden perturbation growth during the crossing can be explained, and what the respective roles of linear and nonlinear mechanisms are.

The stretching and change of orientation of idealized (circular or elliptical) structures by background shears is quite a standard result in the barotropic framework. Kida (1981) provided the rate of change of the isotropy and orientation of constant vorticity elliptical cyclones that evolve nonlinearly in basic flows having both strain and vorticity parts. Legras and Dritschel (1993) and Marcus et al. (2000) showed the differences induced by a change of sign of the ratio between environmental and vortex vorticity: whereas same-signed vortices hold up, opposite-signed ones fragment. Dritschel (1998) demonstrated that the initial profile of the cyclone is of prime importance both for the self-advection of a cyclone and especially for its orientation. In the present work, results on the shape evolution will be revisited and extended to a baroclinic two-layer atmosphere.

In the field of geophysical dynamics, the trajectories of tropical cyclones and oceanic lenses have been studied extensively, through idealized and more realistic numerical simulations and through observations. However, few investigations have given prominence to the factors influencing the trajectories of midlatitude cyclones in a baroclinic atmosphere.

As far as tropical cyclones are concerned, since the pioneering theoretical works of Rossby (1948) and Adem (1956), numerical experiments (Madala and Piacsek 1975; Holland 1983; Willoughby 1988; Smith and Ulrich 1990; Shapiro 1992, among many others) have shown that one of the basic motion components is the so-called β drift. Because of the existence of the planetary vorticity gradient due to the earth's roundness, a west-east vorticity dipole centered on the vortex is created, causing a westward propagation (this argument is linear and is therefore

also true for anticyclones) and gives rise to poleward nonlinear advection of the parent cyclone. Moreover, when the cyclone's environment is not at rest, it has been noted that a tropical cyclone tends to move to the left and faster than the flow in which it evolves (Anthes 1982). Holland (1983) pointed out that this phenomenon was strongly influenced by the basic flow asymmetries. Shapiro (1992) refined these results by finding that in a three-layer baroclinic model with physical parameterization, the cyclone trajectory, the vorticity of which is mostly located in the lowest levels, is mainly controlled by the meridional isentropic gradient of background potential vorticity (PV) in the midlayer, through the same nonlinear mechanism as the classical β -drift scheme.

In the field of oceanic vortices, McWilliams and Flierl (1979) found evidence that the background PV gradient associated with both β and the basic flow is a key parameter in the analysis of the zonal and meridional components of the trajectory of finite-amplitude isolated vortices. Morel and McWilliams (1997) and Sutyrin and Morel (1997) showed that a change in the vortex vertical structure could lead to a large diversity of evolutions and thus different trajectories, through nonlinear interaction between upper and lower parts of the vortex and through the nonlinear action of the basic flow PV gradient. In summary, both tropical cyclones and oceanic vortices' trajectories have been proven to be controlled, if only partially, by background PV gradient, the effect of which is modulated by the structural details of the vortices.

In the field of synoptic midlatitude dynamical meteorology, it has long been observed that the trajectories of strong cyclones have a cross-jet component, pointing to the left of the jet in the Northern Hemisphere [see Wallace et al. (1988) and the subsequent comment by Alpert (1989)]. The nonlinear integrations of idealized quasigeostrophic (QG), semigeostrophic (SG), and primitive equation (PE) simulations on f planes, initialized with favorably vertically tilted vortices (Simmons and Hoskins 1978; Hoskins and West 1979; Schär and Wernli 1993; Takayabu 1991; Plu and Arbogast 2005) exhibit a quasi-systematic poleward (equatorward) shift of surface cyclones (anticyclones). Takayabu (1991) stressed the fact that the interaction with an upper disturbance is predominant in the mechanisms leading to the poleward displacement. It should be noted that Rivière (2008) studied the effects of jet crossing by synoptic-scale eddies in a barotropic framework and underlined the key role played by nonlinear dynamics.

There is therefore a clear need to revisit and explore more or less well-known results on geophysical fluids in the context of midlatitude depressions. Through highly idealized experiments, this paper aims to shed some light on the mechanisms leading to the evolution of the

energetics and trajectories of midlatitude synoptic disturbances. Section 2 reviews the models used and the methodology employed to isolate the mechanisms involved. In section 3, the evolution of the shape and intensity of vortices in uniform barotropic and mixed barotropic–baroclinic cyclonic and anticyclonic shears is studied. Section 4 emphasizes the effect of the basic-state PV gradient on the trajectories of cyclonic vortices. Section 5 synthesizes the mechanisms highlighted in the two preceding sections, with the help of a simulation of the evolution on an f plane of a vortex initially situated on the anticyclonic side of a confined jet.

2. Experimental framework

a. Model

The quasigeostrophic baroclinic two-layer model (Phillips 1951) was used. The horizontal domain is a two-dimensional biperiodic plane (x, y) , oriented by the basis (\mathbf{i}, \mathbf{j}) such that \mathbf{i} points to the east and \mathbf{j} to the north. The domain is taken to be in the Northern Hemisphere, but the transposition of the results to the Southern Hemisphere is straightforward. The total flow is divided into a zonal and thus stationary basic state (denoted with an overbar) and a perturbation (denoted with primes) without any assumption about their amplitudes and the linearity of their evolutions. The model is spectral, the nonlinear terms are computed on a regular grid, and the temporal scheme is a leapfrog one.

The Phillips (1951) two-layer model is one of the simplest baroclinic models. It consists of the advection of potential vorticity q :

$$q_u = \Delta\psi_u + (f_0 + \beta y) - \lambda^{-2}(\psi_u - \psi_l), \quad (1)$$

$$q_l = \Delta\psi_l + (f_0 + \beta y) + \lambda^{-2}(\psi_u - \psi_l), \quad \text{and} \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_k}{\partial t} + \mathbf{u}_k \cdot \nabla q_k = 0, \quad (3)$$

$$\text{for } k \in \{u, l\}, \quad \frac{\partial \zeta'_k}{\partial t} = -(\mathbf{u}'_k \cdot \nabla \bar{\zeta}_k + \bar{\mathbf{u}}_k \cdot \nabla \zeta'_k) - \beta v'_k - (-1 + 2\delta_{k=l})f_0 \frac{w_{m,\text{LIN}}}{H} - \mathbf{u}'_k \cdot \nabla \zeta'_k - (-1 + 2\delta_{k=l})f_0 \frac{w_{m,\text{NL}}}{H}, \quad (6)$$

where δ_* is the Kronecker delta. The first three terms on the right-hand side are linear (the advection of relative and planetary vorticity and the linear vertical stretching) and the two last are nonlinear (self-advection of relative vorticity and nonlinear vertical stretching).

TABLE 1. Input model parameters.

U	Horizontal velocity scale	48 m s ⁻¹
H	Vertical length scale	4.5 × 10 ³ m
α	Standard velocity shear	2.4 × 10 ⁻⁵ s ⁻¹
f_0	Uniform Coriolis parameter	10 ⁻⁴ s ⁻¹
β_0	β of reference	1.6 × 10 ⁻¹¹ m ⁻¹ s ⁻¹
λ	Rossby deformation radius	4.5 × 10 ⁵ m

where $k \in \{u, l\}$ denotes the upper or the lower layer; $\mathbf{u}_k = (u_k, v_k)$ is the geostrophic wind; ψ_k is the streamfunction in the k layer; $f = f_0 + \beta y$ is the Coriolis parameter, with β being its latitudinal variation; and λ is the Rossby deformation radius. The values of the input parameters are given in Table 1. It is straightforward that when λ^{-2} is equal to 0, this model is reduced to a pair of nondivergent barotropic models.

b. Diagnoses

1) VORTICITY TENDENCIES

Following Eq. (3), the evolution of the perturbation relative vorticity can be expressed as

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta'_u}{\partial t} + \mathbf{u}'_u \cdot \nabla \bar{\zeta}_u + \bar{\mathbf{u}}_u \cdot \nabla \zeta'_u + \mathbf{u}'_u \cdot \nabla \zeta'_u - \beta v'_u \\ = -f_0 \frac{w_m}{H}, \quad \text{and} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \zeta'_l}{\partial t} + \mathbf{u}'_l \cdot \nabla \bar{\zeta}_l + \bar{\mathbf{u}}_l \cdot \nabla \zeta'_l + \mathbf{u}'_l \cdot \nabla \zeta'_l - \beta v'_l \\ = +f_0 \frac{w_m}{H}, \end{aligned} \quad (5)$$

where w_m is the vertical velocity at the interface between the two layers and H is the vertical distance between the midlevels of the layers.

The right-hand sides of Eqs. (4) and (5) can be split into linear and nonlinear contributions (see appendix for more details). This leads to the following decomposition:

2) ENERGETICS

Following Cai and Mak [1990, see their Eq. (11)], the evolution of the eddy kinetic energy deduced from the baroclinic quasigeostrophic equations is

$$\begin{aligned} \frac{\partial K'}{\partial t} + \bar{\mathbf{u}}\nabla K' + \mathbf{u}'\nabla K' = \mathbf{E}'\bar{\mathbf{D}} + f\psi' \frac{\partial w'}{\partial z} + \nabla \cdot (\mathbf{u}'P'_a) \\ + f \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\psi' \frac{\partial \chi'}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\psi' \frac{\partial \chi'}{\partial y} \right) \right], \end{aligned} \quad (7)$$

where $K' = \frac{1}{2}\mathbf{u}'\mathbf{u}'$ is the eddy kinetic energy, the scalar product of $\mathbf{E}' = [\frac{1}{2}(v'^2 - u'^2), -u'v']$ and $\bar{\mathbf{D}} = (\partial\bar{u}/\partial x - \partial\bar{v}/\partial y, \partial\bar{v}/\partial x + \partial\bar{u}/\partial y)$ quantifies the barotropic transfer of energy from the basic state to the perturbation, and P'_a and χ' are two scalar fields representing the nondivergent and the irrotational part of the perturbation ageostrophic wind, respectively.

The integration of Eq. (7) on a horizontal layer gives

$$\frac{d}{dt} \iint_z K' dx dy = \iint_z \mathbf{E}'\bar{\mathbf{D}} dx dy + \iint_z f\psi' \frac{\partial w'}{\partial z} dx dy. \quad (8)$$

The last term of Eq. (8) is classically decomposed into two parts, which, in the framework of the two-layer model, can be written

$$\begin{aligned} \iint_{z_u} f\psi' \frac{\partial w'}{\partial z} dx dy \\ = \iint_{z_u} \frac{f}{2H} [\omega'_m(\psi'_l - \psi'_u) - \omega'_m(\psi'_u + \psi'_l)] dx dy \\ = \frac{1}{2}C_I - C_F, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \iint_{z_l} f\psi' \frac{\partial w'}{\partial z} dx dy \\ = \iint_{z_l} \frac{f}{2H} [\omega'_m(\psi'_l - \psi'_u) + \omega'_m(\psi'_l + \psi'_u)] dx dy \\ = \frac{1}{2}C_I + C_F, \end{aligned} \quad (10)$$

where C_I and C_F are the surface integrals of the internal conversion (i.e., the baroclinic energy transfer from eddy potential energy to eddy kinetic energy and the ageostrophic geopotential flux, respectively). The eddy kinetic energy evolution in each layer is thus the addition of three terms: $C_K = \iint_z \mathbf{E}'\bar{\mathbf{D}} dx dy$, which is purely barotropic, and C_I and C_F , which depend on the perturbations in the two layers; C_F is the vertical redistribution of energy between the two layers and it is straightforward that the sum of the right-hand sides of Eqs. (9) and (10) is equal to C_I .

3) BAROCLINICITY AND CONFIGURATION

The baroclinic conversion rate, denoted C_B , included in the perturbation total energy [$T' = \frac{1}{2}\lambda^{-2}(\psi'_u -$

$\psi'_l)^2 + K']$ equation can be written in the two-layer model as

$$\begin{aligned} C_B = -\frac{1}{2\lambda^2}(\psi'_u - \psi'_l)[(\bar{v}_u - \bar{v}_l)(u'_l + u'_u) \\ - (\bar{u}_u - \bar{u}_l)(v'_l + v'_u)] = \|\bar{\mathbf{B}}\| T' \cdot \text{conf}. \end{aligned} \quad (11)$$

The ratio of C_B to T' can be written as the product of the modulus of the baroclinicity vector $\bar{\mathbf{B}} = 1/\lambda(\bar{\mathbf{u}}_u - \bar{\mathbf{u}}_l)$ and a configuration term *conf*, the absolute value of which is always less than or equal to 1. Also, $\|\bar{\mathbf{B}}\|$ is the Eady parameter divided by 0.31; it quantifies the maximum amount of energy a perturbation can extract from its environment and is called the vertical shear strain rate or the baroclinicity.

Note that *conf* can be written as follows: *conf* = $\|\mathbf{F}\|/T' \cos(\mathbf{F}, \bar{\mathbf{B}})$, where $\mathbf{F} = \frac{1}{2}\lambda^{-1}(\psi'_u - \psi'_l)(-v'_l - v'_u, u'_l + u'_u)$. It is thus the product of two terms: the first one, $\|\mathbf{F}\|/T'$, quantifies the vertical phase tilt of the perturbation and is equal to 1 when this phase is equal to 90°; the other is the angle between the vertical axis connecting the upper and lower anomalies and the baroclinicity vector $\bar{\mathbf{B}}$. Thus, *conf* quantifies the efficiency of this baroclinic energy extraction; when *conf* = 1, the perturbations are optimally configured to extract energy (see Rivière and Joly 2006b for more details).

3. The shape and energetics of a vortex evolving in uniform horizontal and vertical shears

a. Initial conditions

In sections 3 and 4, the basic states are composed of uniform vertical and horizontal shears and are defined as follows:

$$\bar{\mathbf{u}}_u = (-\alpha y c_u^x + \alpha \lambda c^z) \mathbf{i}, \quad (12)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_l = (-\alpha y c_l^x) \mathbf{i}. \quad (13)$$

The above scaling was chosen to quantify the relative values of the horizontal deformation rate $\|\bar{\mathbf{D}}\|$ and the vertical shear strain rate $\|\bar{\mathbf{B}}\|$ easily. It is straightforward that for $k \in \{u, l\}$, $\partial\bar{u}_k/\partial y = -\alpha c_k^x$ and if $c_u^x = c_l^x$, $H/\lambda \partial\bar{u}/\partial z = \alpha c^z$. It results that if $c_u^x = c_l^x = c^x$, $\|\bar{\mathbf{D}}\| = \|\bar{\mathbf{B}}\|$. These basic states will enable the behavior of cyclones to be mimicked on both the anticyclonic and cyclonic sides of zonal jets, even though a meridionally confined jet generally has a more complex profile than the linear ones employed here (see section 5). It should additionally be noted that only the baroclinic shear would lead to a growth rate of 0.64 day⁻¹ for the most unstable normal mode in the Eady model.

The perturbations are defined with the help of the relative vorticity:

$$\text{for } k \in \{u, l\}, \zeta'_k = A'_k \exp \left[-\frac{(x' - x'_0 - \delta_{k=u} \cdot d')^2 + (y' - y'_0)^2}{r'^2} \right], \quad (14)$$

where A'_k is the vorticity maximum, $(x'_0 + \delta_{k=u} \cdot d', y'_0)$ is the coordinate of the perturbation center, and r' is its characteristic radius (common to both upper and lower anomalies). The upper anomaly is thus shifted to the west with respect to the lower one by the distance d' .

b. Pure barotropic case ($c_u^x = c_l^x, c^z = 0, \zeta'_u = \zeta'_l, d' = 0$)

To illustrate the behavior of a monopolar cyclonic vortex in uniform horizontal shear, a first nonlinear simulation was performed with the following parameters: $\lambda^{-2} = 0$ and for $k \in \{u, l\}, |c_k^x| = 1, A'_k = 8 \cdot 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ and $r'_k = 7 \cdot 10^5 \text{ m}$. The experiment with the cyclonic (anticyclonic) shear $c_u^x = c_l^x = 1(-1)$ is denoted C(A). The simulation is a nondivergent barotropic one, so only one of the two layers will be shown.

If the shear is anticyclonic (experiment A), the anomaly is strongly stretched by the basic state (Fig. 1). The orientation of the main axis of the perturbation varies slowly with time and its aspect ratio never ceases to increase: its value is over 15 after 36 h. In contrast, in C, the anomaly rotates quickly and its aspect ratio never exceeds 3.

In A, the total local tendency of vorticity (Fig. 2) is the result of the moderation of the background advection by the self-advection and is such that the vorticity mostly decreases up and downstream of the vortex and increases near its ends. The nonlinear advection has an effect opposite to that of the linear term: the former tends to make the perturbation axis rotate cyclonically. Therefore, two rotational effects mostly compensate each other so that the perturbation is stretched horizontally and spins only very slightly.

It can be seen in C (Fig. 2) that the advection by the basic state is rather small compared to the self-advection of the vortex and is decorrelated from it. It results that the total tendency is near zero at the ends of the structure (it does not extend horizontally) and the shape of the quadrupole is such that the main axis orientation changes strongly with time. Finally, the two rotational effects mostly act in the same sense.

To sum up, the combined effects of the linear and nonlinear terms in A make the perturbation tilt strongly along an axis that varies slowly throughout the simulation, whereas in C they act in such a way that the perturbation main axis changes quickly with time. Thus, the perturbation becomes more isotropic in C than in A. It should be noted that very similar results were obtained in a large range of $|c_k^x|$ and are qualitatively coherent with the analytical results of Kida (1981) concerning constant

vorticity structures in uniform shears. The rate of change of the orientation of the elliptic vortex depends on the sum of the background vorticity and the perturbation vorticity. These two terms being of opposite signs in A, they tend to compensate each other, whereas in C their effects are additive.

c. Mixed barotropic–baroclinic case ($|c_u^x| = 1, |c_l^x| = 0.5, c^z = 1$)

To assess the role of the different baroclinic and barotropic tendency terms, a more realistic simulation of circular vortices in both horizontal and vertical shears was carried out. The parameters of the simulation were the following: $\lambda = 4.5 \cdot 10^5 \text{ m}, A'_u = A'_l = 8 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}, d' = 10^6 \text{ m} \approx 2.2\lambda,$ and $r' = 7 \times 10^5 \text{ m} \approx 1.5\lambda$. As before, the experiment with the cyclonic (anticyclonic) shear is denoted with the letter C (A).

In the presence of both horizontal and vertical shears (Fig. 3), the shape evolution of initially circular vortices is qualitatively similar to that obtained in the purely barotropic case: the cores of the upper and lower structures, after a first stage of moderate stretching, become durably circular in C whereas they are strongly horizontally stretched in A, with an almost constant orientation. Moreover, the patterns of the linear and nonlinear tendencies in the vorticity equation (Fig. 4) are close to the pure barotropic case (Fig. 2). In A, the tendency is negative both upstream and downstream of the vortex and positive near its northern end, which leads to a horizontal stretching of the structure. The tendencies in C are very close to those obtained in the barotropic experiment; the main differences arise because the tendencies are not symmetric quadrupoles since both linear and nonlinear stretching terms are roughly dipolar (not shown). In addition, these observations, which are clearly illustrated with the values chosen above, were also found for a large range of parameters.

There is also a marked difference in the relative position of the upper and lower anomalies. In A, the horizontal distance between the two structures is almost constant with time, the lower one lying downstream of the upper. In C, the two anomalies turn quickly around one another: after 36 h, the center of the lower anomaly is even upstream of the upper one.

During the first 30 h of the simulation, the amplitude of the perturbation streamfunction and that of the vorticity grow more rapidly in C than in A (Figs. 5a,b). Nevertheless, during the following day, even though the

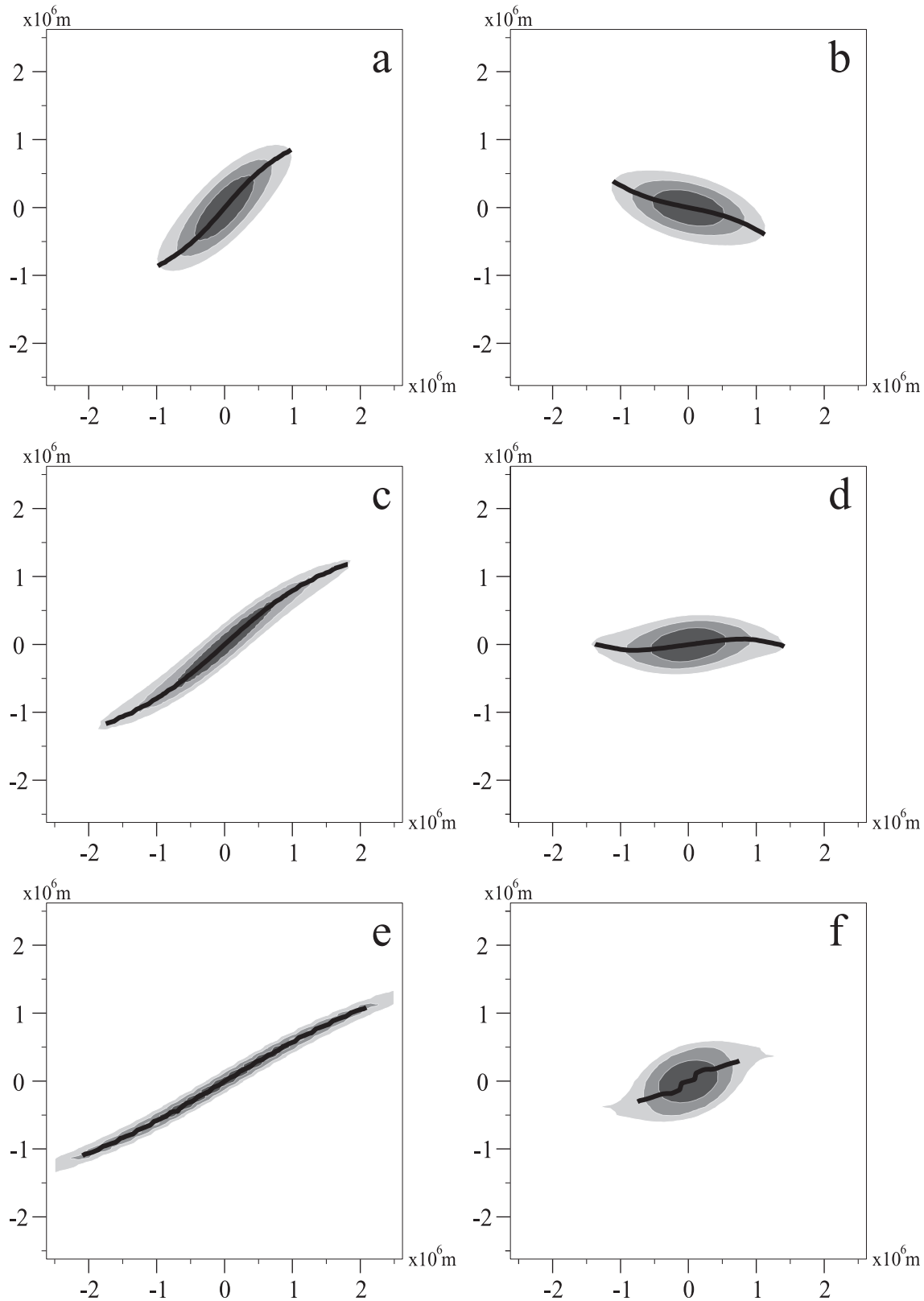


FIG. 1. Evolution of the perturbation relative vorticity for an initially circular cyclonic vortex embedded in (left) an anticyclonic and (right) a cyclonic shear after (a),(b) 12, (c),(d) 24, and (e),(f) 36 h barotropic simulations ($|c_k^x| = 1$). To highlight the axis of the vorticity anomaly, the black line is a section of the 0-isoline of the field that contains the scalar product of the vorticity gradient and the first eigenvector of the Jacobian matrix of vorticity.

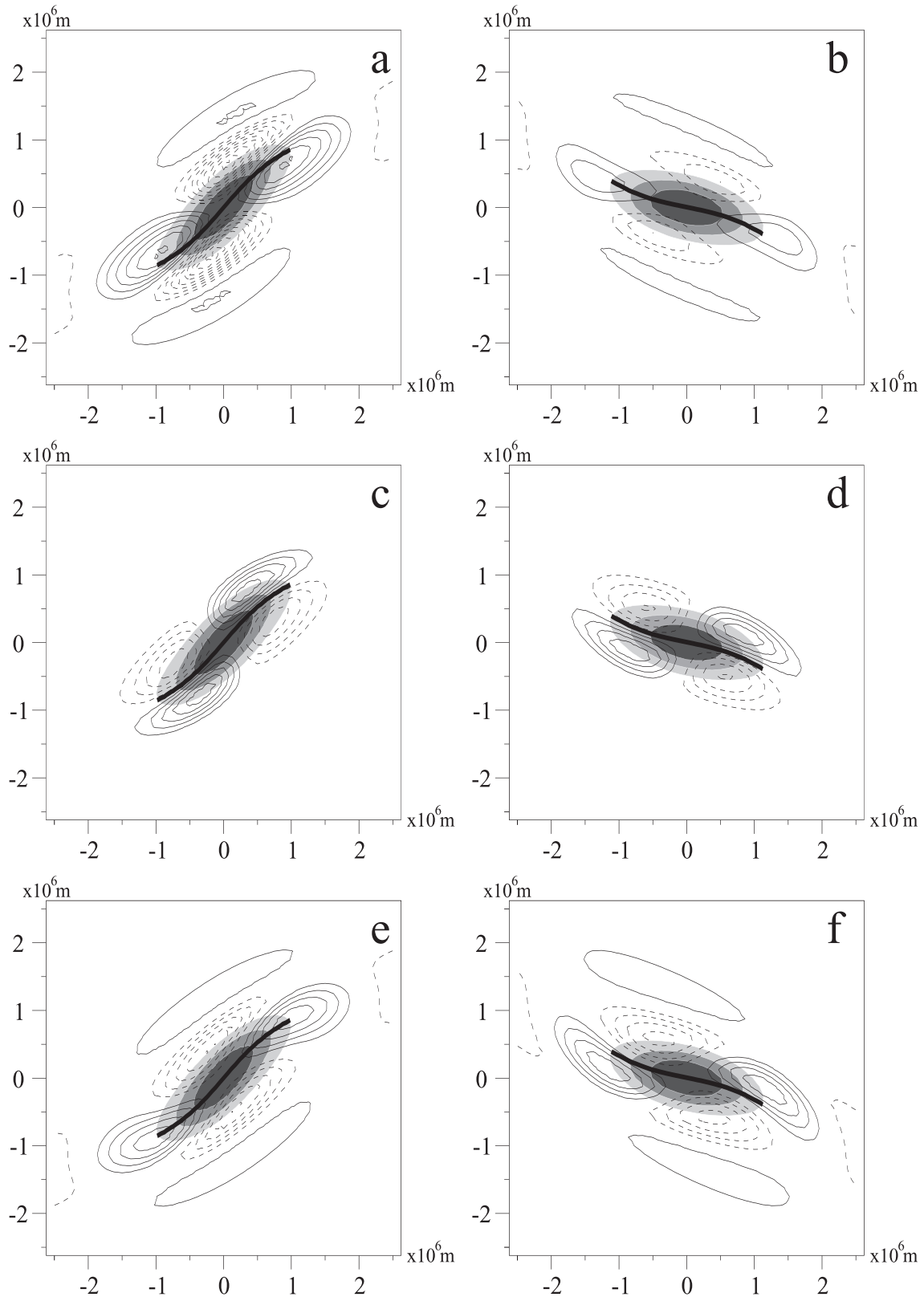


FIG. 2. Vorticity tendency terms for the same barotropic simulation and the same time as (left) Fig. 1a and (right) Fig. 1b. (a),(b) Advection by the basic state, (c),(d) nonlinear advection, and (e),(f) total tendency, with solid and dashed lines representing positive and negative values, respectively (contour interval of $2 \times 10^{-10} \text{ s}^{-2}$). Gray shadings indicate the perturbation vorticity (interval of $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$). The advection of the background vorticity by the perturbation, which is included in the total tendency, is always considerably smaller than the other tendency terms and is therefore not shown individually.

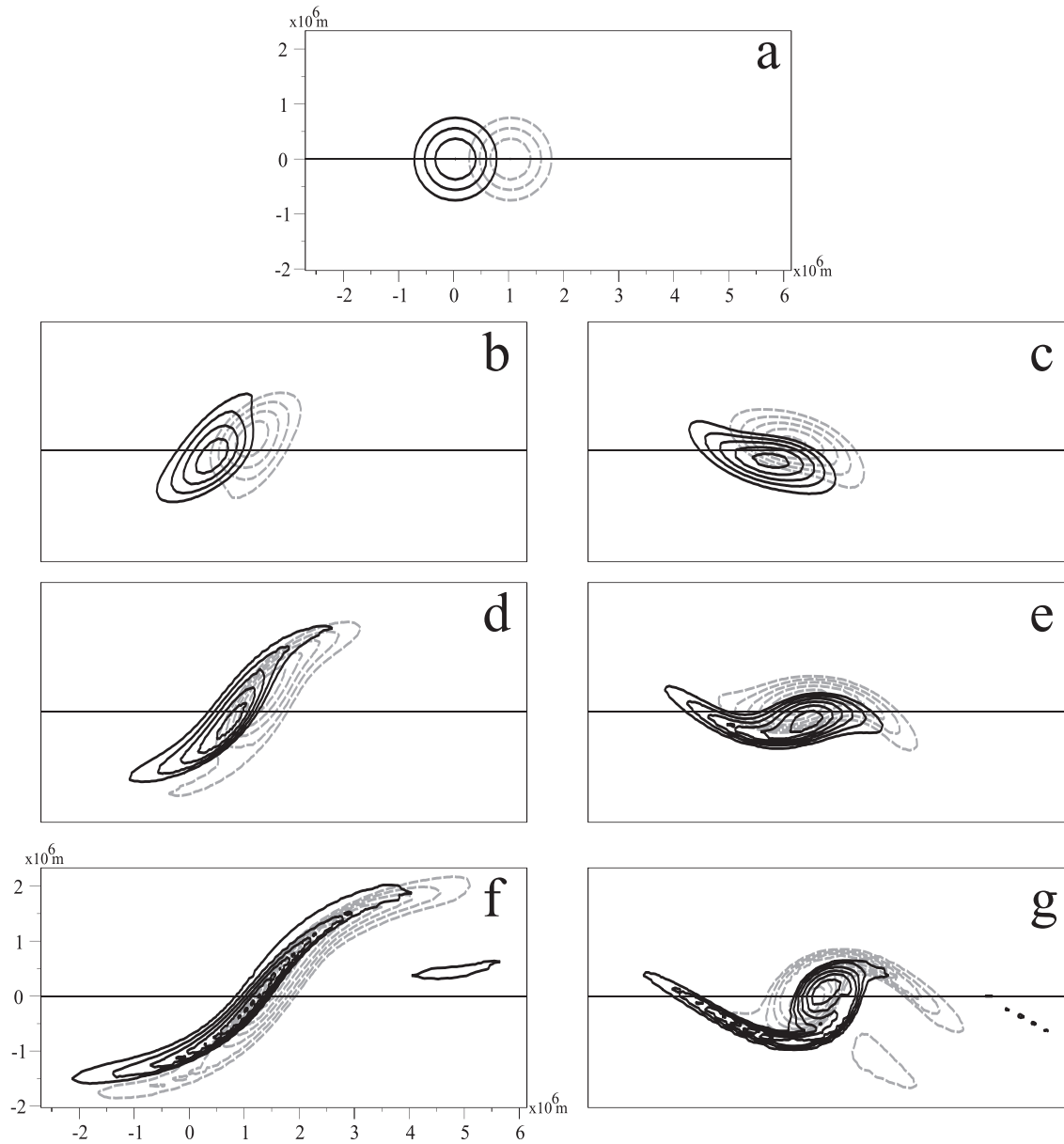


FIG. 3. Evolution of the upper-layer (solid) and lower-layer (dashed) vorticity anomalies (interval of $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$) at $t = 0, 12, 24,$ and 36 h from top to bottom in the two-layer baroclinic simulation ($|c_x^u| = 1, |c_x^l| = 0.5, c_z = 1$): (left) anticyclonic shear; (right) cyclonic shear.

values of $|\zeta'|_{\text{max}}$ in A and C are very similar, $|\psi'|_{\text{max}}$ does not grow and even decreases in A, whereas it still deepens in the cyclonic case. Because vorticity is equal to the Laplacian of the streamfunction, this discrepancy is mostly due to the larger horizontal stretching in A.

The energy budget in the lower layer (Figs. 5c,d) shows that the vertical geopotential flux plays a secondary role in the kinetic energy variation, which is thus primarily controlled by the internal C_I and barotropic C_K conversions. As expected, the barotropic conversion, which is initially zero because of the structure isotropy, is largely negative during the whole simulation in A. This can be explained by the strong elongation of the per-

turbation along the direction of the background shear. In contrast, because of the moderate change of shape of the perturbation core in C, C_K is less negative than in A and is even near zero during most of the second day of the simulation. In conclusion, the barotropic conversion tends to notably lessen the perturbation energy in A whereas it has a small negative contribution in C.

Another marked difference between C and A is visible: after 12 h, C_I falls strongly in C whereas it remains at high levels in A. Even if $|c_u^x| = c^z$, the variation of C_I prevails over that of C_K so that the perturbation kinetic energy growth is higher in A than in C. The variable C_I quantifies the energy exchange between the perturbation potential

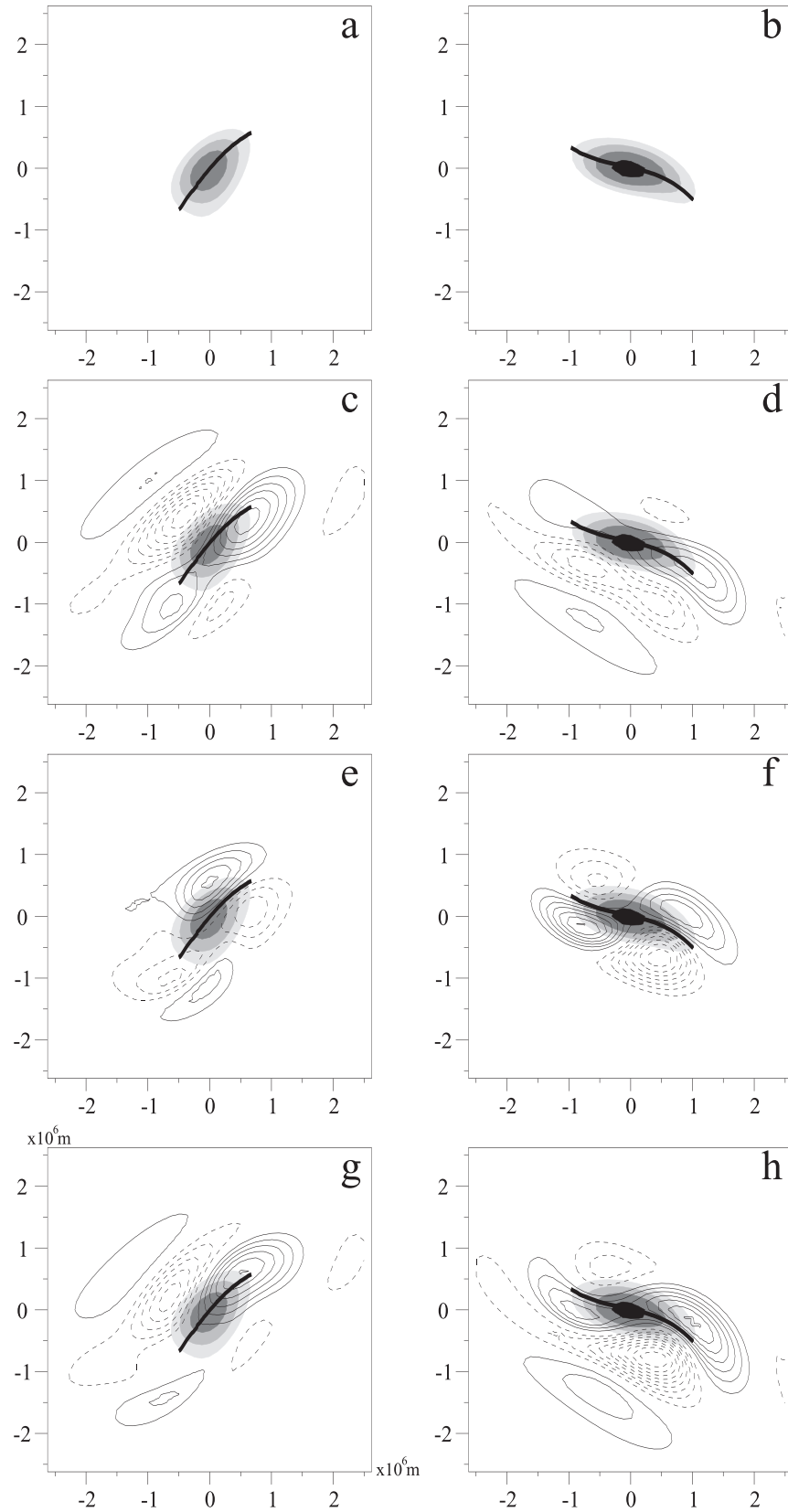


FIG. 4. Vorticity tendency terms for the same two-layer baroclinic simulation and the same time (12 h) as (left) Fig. 3b and (right) Fig. 3c. (a),(b) Lower-layer vorticity, (c),(d) linear terms, (e),(f) nonlinear terms, and (g),(h) total tendency terms, with solid and dashed lines representing positive and negative values, respectively (interval of 10^{-10} s^{-2}). The thick black line stands for the anomaly main axis. The panels are centered at the position of the lower-layer perturbation vorticity maximum.

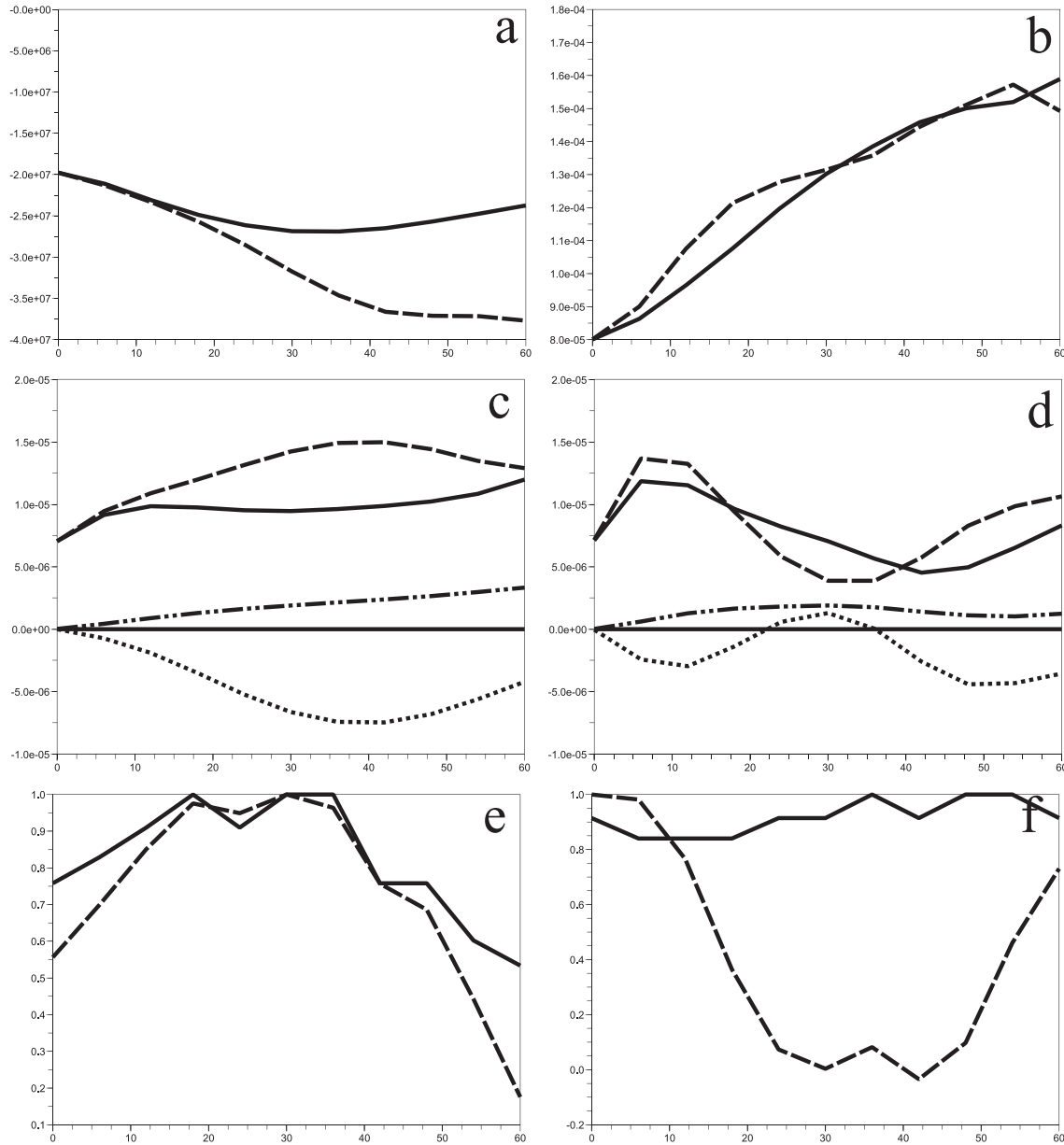


FIG. 5. Same simulation as in Fig. 3, showing the time evolution of (a) the lower-layer streamfunction minimum and (b) the perturbation vorticity maximum (solid line for the anticyclonic case, dashed line for the cyclonic case). (c),(d) Kinetic energy budget at the lower layer for the (c) anticyclonic and (d) cyclonic cases (dashed: internal conversion; dotted: barotropic conversion; dashed-dotted: vertical geopotential fluxes; solid: rate of kinetic energy evolution, which equals the sum of all the conversions). (e),(f) Baroclinicity $\|\mathbf{B}\|$ (solid) and conf $\|\mathbf{B}\|$ (dashed) scaled by their respective maximum values.

and kinetic energy and is the integrated correlation of the perturbation vertical velocity and the perturbation potential temperature. Figure 6 shows these two fields at the middle of the domain at $t = 30$ h. In A, the upper anomaly induces positive vertical velocity downstream of it, where the lower cyclonic (and thus warm) anomaly is situated. In other words, the two anomalies are sustainably favorably tilted for a strong baroclinic interaction. In contrast, in C the areas of significant vertical velocity are far from the potential temperature anomaly and are less intense than

in A. The result is that the product of vertical velocity and potential temperature is small everywhere. In that case, the fact that the upper perturbation is east of the lower one induces a poor configuration for baroclinic growth. This can also be diagnosed from the configuration term: the product $\|\overline{\mathbf{B}}\|$ conf is quite close to $\|\overline{\mathbf{B}}\|$ in A (Fig. 5e) whereas it is much weaker than $\|\overline{\mathbf{B}}\|$ in C (Fig. 5f). To sum up, the relative position of the upper and lower anomalies is responsible for the strong energy difference between the two simulations. This position is the result of both the

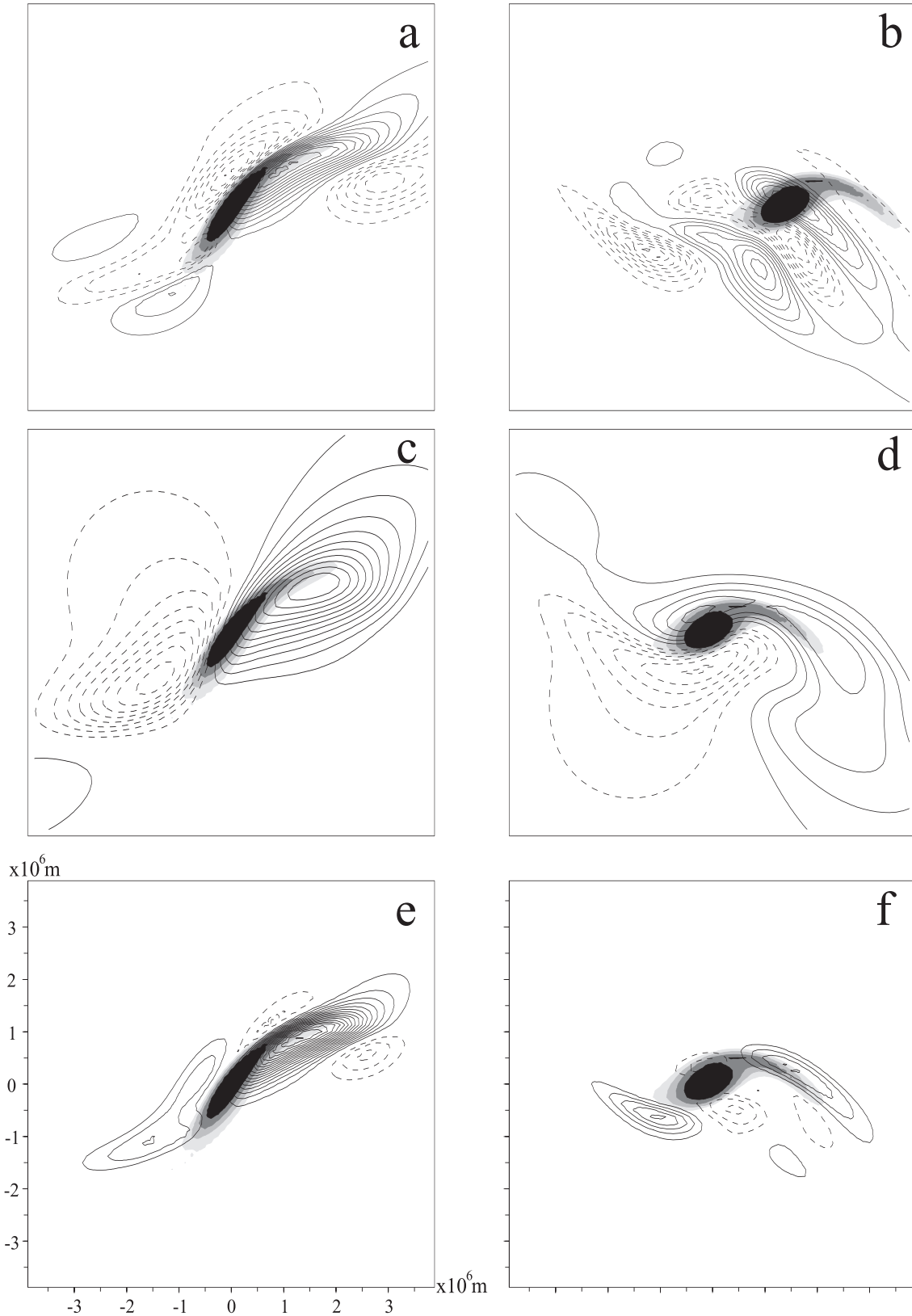


FIG. 6. (from top to bottom) Vertical stretching $(f_w)/(2H)$ (interval of $6 \times 10^{-11} \text{ s}^{-2}$), potential temperature (interval of 1 K), and their local product (interval of $5 \times 10^{-10} \text{ K s}^{-2}$); the solid and dashed lines represent positive and negative values, respectively. (all panels) Perturbation vorticity (gray shadings; contour interval of $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$). Same simulation as Fig. 3 at $t = 30 \text{ h}$. (left) Anticyclonic and (right) cyclonic shear. The maximum of vorticity is located at the center of the panels.

self-rotation of the anomalies around one another (which exists already without horizontal shear) and the rotation effect of the basic state. The latter counteracts the self-rotation if the background shear is anticyclonic and contributes to it if it is cyclonic.

Other experiments with the same vertical shear but with modifications of the value of the horizontal shears have been conducted; they do not qualitatively change the results. For instance, in a simulation with the same horizontal shear in both layers ($c_u^x = c_l^x = 1$), the barotropic conversion has a stronger amplitude than in the case shown in Fig. 5, but the qualitative differences between the cyclonic and anticyclonic shear cases are still the same. To conclude, the sign of the basic-state shear is of prime importance as far as the perturbation deepening and shape are concerned. As long as a finite-amplitude vortex lies in an anticyclonic shear, although it tends to be strongly stretched and loses energy barotropically, it does not become weaker as a whole because its favorable configuration leads to efficient baroclinic processes. In contrast, in cyclonic shear (notably on the north side of a westerly wind) the vortex does not lose so much energy via barotropic interaction because of its more isotropic structure, but at the same time its vertical structure is less efficient in extracting energy baroclinically. In the latter case, because of the rotation of the lower anomaly relative to the upper one, the initially well-configured baroclinic configuration is rapidly lost whereas in the former case, it is well maintained over time. Because of these structural differences, the growth is more transient and more pronounced in the beginning of the cyclonic simulation whereas it is more sustained in the anticyclonic case.

4. Nonlinear dynamics pushing cyclones northward

The last section shed some light on the shape and energetics of structures embedded in horizontal shears that typically mimic both sides of a zonal jet. This section is dedicated to the examination of the mechanisms controlling the trajectory of a surface cyclone and especially its meridional shift.

a. Preliminaries

In all the experiments of the preceding section, no clear meridional shift of the anomalies can be noted (Fig. 3), except for a slight displacement in the cyclonic shear due to the rotation of one anomaly around the other. In the field of tropical cyclones (Shapiro 1992) and oceanic vortices (McWilliams and Flierl 1979), it has long been recognized that a background PV meridional gradient may be at the origin of the meridional shift of vortices. To assess the impact of such a latitudinal var-

iation on the trajectories of midlatitude synoptic-scale vortices, simulations were run with $\beta = \beta_0$ and $\beta = 3\beta_0$, $c_u^x = 2$, $c_l^x = \delta$, and $c^z = 1$. Here δ was set to 0 for a pure baroclinic simulation and to ± 1 for simulations with horizontal shear. Even though the result in the tropical cyclone motion is well known in a barotropic context, it is less obvious for midlatitude depressions where baroclinic interaction plays a central role.

Following Eqs. (1), (2), (12), and (13), the meridional variation of the background PV can be written as follows:

$$\frac{\partial \bar{q}_u}{\partial y} = \beta + \alpha \lambda^{-1} c^z - \alpha \lambda^{-2} (c_u^x - c_l^x) y \quad \text{and} \quad (15)$$

$$\frac{\partial \bar{q}_l}{\partial y} = \beta - \alpha \lambda^{-1} c^z + \alpha \lambda^{-2} (c_u^x - c_l^x) y. \quad (16)$$

If $\beta = 0$, $\partial \bar{q}_u / \partial y$ and $\partial \bar{q}_l / \partial y$ have the same amplitude but opposite signs. As noted in the previous section, no meridional displacement is detected in this case. In accordance with classic observations, c_u^x is always of greater absolute value than c_l^x . By increasing β , $\partial \bar{q}_u / \partial y$ thus increases and reaches stronger positive values and $\partial \bar{q}_l / \partial y$ becomes closer to zero (it is positive when $\beta > 3.4\beta_0$). For the values considered (β_0 and $3\beta_0$), $\partial \bar{q}_u / \partial y$ and $\partial \bar{q}_l / \partial y$ are of opposite signs. Note finally that the vertical average of the PV meridional gradient is here reduced to β .

b. Results

As mentioned previously, in the two-layer experiment the path of the surface vorticity anomaly in an f plane stays at almost the same latitude (see the dashed black lines in Figs. 7a,b). When β is included (see the solid black and gray lines in Figs. 7a,b), there is a systematic northwestward shift. The westward displacement is coherent with the well-known linear β effect whereas the northward shift is similar to the result of the nonlinear barotropic β drift. The addition of an initial upper anomaly makes this northwestward motion faster.

To highlight the role of the interaction between the upper and the lower layers, we integrate Eq. (3) in the lower layer by keeping the perturbation streamfunction in the upper layer equal to zero ($\psi'_u = 0$). This is tantamount to integrating a barotropic equivalent model, as follows:

$$\frac{\partial}{\partial t} q'_l + \mathbf{u}'_l \nabla q'_l + \mathbf{u}'_l \nabla \bar{q}_l + \bar{\mathbf{u}}_l \nabla q'_l = 0, \quad \text{where} \quad (17)$$

$$q'_l = \Delta \psi'_l - \lambda^{-2} \psi'_l.$$

The results of the barotropic equivalent simulation (Fig. 7c), in which the role of the upper layer is neutralized, are at stark variance with those obtained in the full two-layer model. All trajectories are southeastward and

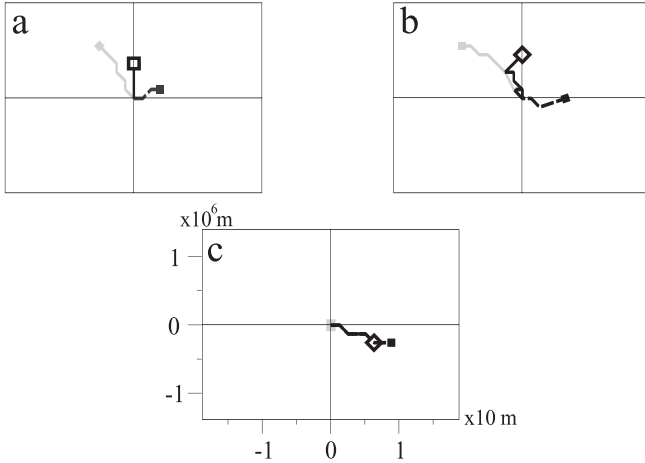


FIG. 7. Trajectories of the lower vorticity anomaly from 0 to 48 h in (a) a two-layer baroclinic simulation without an initial upper anomaly, (b) a two-layer baroclinic simulation with an initial upper anomaly, and (c) a barotropic-equivalent simulation. All simulations are run without basic-state horizontal shears. Simulations with $\beta = 0$, $\beta = \beta_0$, and $\beta = 3\beta_0$ are represented by dashed black, solid black, and solid gray lines, respectively.

become shorter as β increases. This is consistent with the fact that in this experiment the structure only feels the lower part of its environment, the PV gradient of which is oriented southward ($\partial\bar{q}_1/\partial y < 0$) when $\beta = 0$ and becomes less and less intense with increasing β . The sum of the vorticity tendencies, which is the combination of the linear terms and the nonlinear advection, is a southeast–northwest dipole.

A comparison with the full two-layer baroclinic simulation for $\beta = 0$ and no initial upper anomaly (second column of Fig. 8) shows that the difference in the trajectory originates in the nonlinear vertical stretching term, which has a large positive northward component and is of greater amplitude than the southward nonlinear advective tendency. Overall, the vorticity tendency induces a small poleward displacement. The interaction between the lower and upper anomalies (the latter created through baroclinic interaction of the lower anomaly and the jet) is responsible for a transient northward displacement in the $\beta = 0$ purely baroclinic experiment, linked with the winding up of the upper and lower anomalies.

Increasing β and adding an initial upper anomaly makes the poleward tendency more pronounced. Note that when $\beta > 0$, both nonlinear terms participate in the poleward shift. The last two experiments ($\beta = 3\beta_0$, with or without an initial upper anomaly) confirm the strong poleward tendency observed in Fig. 7. The nonlinear advective term is positively oriented toward the north. It should be noted that this term has a nonnegligible zonal component, which can be explained by the effect of the parent cyclone on the dipole created through linear advection of PV gradient.

Adding a linear horizontal shear ($c_u^x = \pm 1$, $c_l^x = \pm 0.5$) does not qualitatively change the meridional shift: a clear poleward displacement in both the cyclonic (Figs. 9a,c) and the anticyclonic cases (Figs. 9b,d) was obtained for $\beta > 0$ with, incidentally, a faster movement in the latter case. Moreover, Table 2 shows that the differences in the zonal displacement in the mixed barotropic–baroclinic basic winds can be explained simply by advective mechanisms. For instance, in the cyclonic experiment with an initial upper anomaly, the zonal displacement speed is in excess of -16.4 m s^{-1} when compared to the no-shear experiment. This value is mostly the average between the upper- and lower-layer wind associated with the cyclonic component of the environmental wind. The addition of a barotropic component to the basic state wind only adds an advective zonal component, linked with a steering level near midtroposphere when an upper anomaly exists or near the lower layer when the anomaly is mostly restricted to that layer.

It should be noted that the relative vorticity was the most robust variable examined (more so than streamfunction or PV) when the parameters (size of perturbations, basic flow intensity, etc.) were modified. In some experiments, it was also observed that even when the perturbation relative vorticity maximum stayed at the same latitude, the streamfunction or the PV maximum could shift northward because of scale relations.

To sum up, no significant latitudinal motion of surface cyclones is detected if $\beta = 0$, whereas a clear systematic poleward shift appears for $\beta > 0$ (i.e., for a positive vertically integrated meridional PV gradient). This displacement is faster with the presence of an initial upper cyclonic anomaly and slightly more pronounced in an anticyclonic shear. The different experiments suggest that the interaction with the upper layer makes the surface cyclone feel the orientation of the PV gradient integrated over the whole troposphere, which is poleward, rather than the local lower-layer southward PV gradient.

5. Jet crossing in a meridionally confined zonal jet

This section examines a more realistic simulation in which a cyclonic vortex is initially situated south of a meridionally confined zonal jet.

a. Initial conditions

The basic state is defined as follows:

$$\bar{\mathbf{u}}_u = c_u^c \exp\left[-\left(\frac{y - y_0}{d}\right)^2\right] \mathbf{i} \quad \text{and} \quad (18)$$

$$\bar{\mathbf{u}}_l = c_l^c \exp\left[-\left(\frac{y - y_0}{d}\right)^2\right] \mathbf{i}, \quad (19)$$

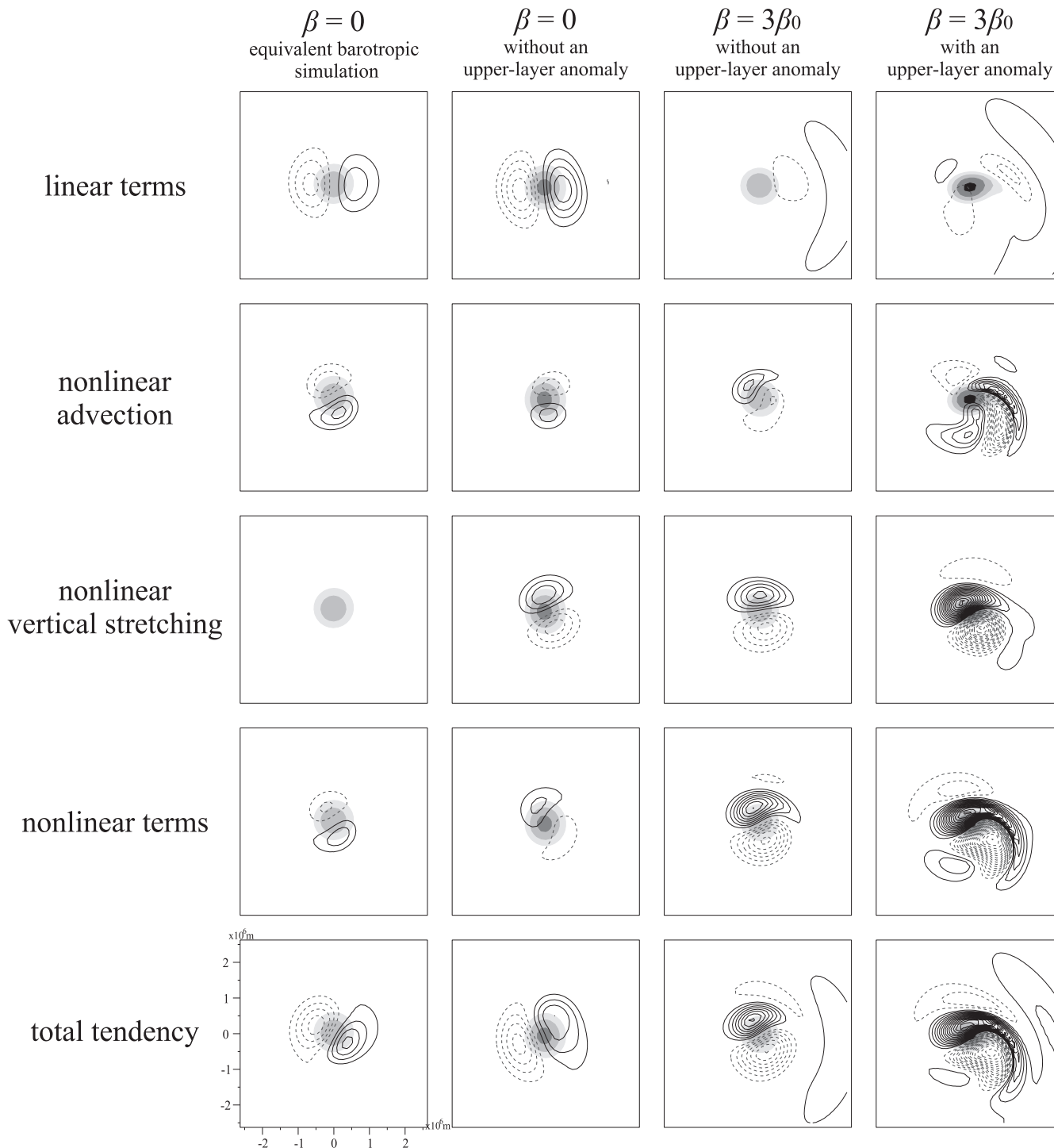


FIG. 8. Vorticity tendency terms at $t = 24$ h ($c_x^u = 0$, $c_x^l = c_z = 1$). (from top to bottom) Sum of all linear terms, nonlinear advection, nonlinear vertical stretching, sum of all nonlinear terms, and total tendency (contour interval of 10^{-10} s^{-2}). (all panels) Perturbation vorticity (contour interval of $2 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$). (far left column) Here $\beta = 0$; equivalent barotropic simulation. (from left to right) Two-layer baroclinic model: (second column) $\beta = 0$ without upper-layer anomaly, (third column) $\beta = 3\beta_0$ without an upper-layer anomaly, and (far right column) $\beta = 3\beta_0$ with an upper-layer anomaly.

where y_0 is the mean latitude of the domain, $d = 1400 \text{ km} \approx 3.1\lambda$ is the jet characteristic width, and $c_u^c(c_l^c)$ is the maximum value of the jet wind speed in the upper (lower) layer. Two sets of values are used to define two basic states: $J_{50}(c_u^c = 50 \text{ m s}^{-1}$, $c_l^c = 25 \text{ m s}^{-1})$ and

$J_{30}(c_u^c = 30 \text{ m s}^{-1}$, $c_l^c = 5 \text{ m s}^{-1})$. These two jets have different barotropic components, the maximum of which is equal to 1.25α in J_{50} (0.75α in J_{30}), but share the same baroclinicity field. Figure 10 reproduces the wind and the PV gradient for J_{50} . The latter is poleward in the upper

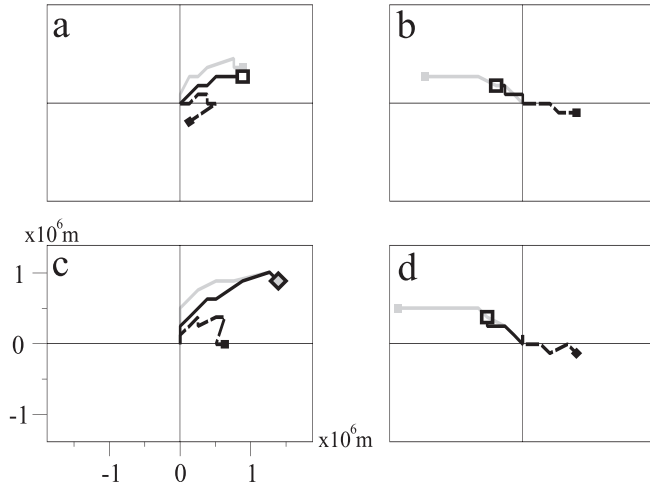


FIG. 9. Same simulation as in Figs. 7a,b but with (a),(c) anticyclonic and (b),(d) cyclonic shear added to the basic state.

layer and equatorward in the lower layer with weaker amplitude. This bias toward a poleward component results from the poleward relative vorticity gradient in both layers ($-\partial^2 u_{ul}/\partial y^2 > 0$ and $-\partial^2 u_l/\partial y^2 > 0$). Note that the vertically averaged PV gradient [$-\frac{1}{2}(\partial^2 u_{ul}/\partial y^2 + \partial^2 u_l/\partial y^2)$] is much stronger in J_{50} than in J_{30} .

The anomalies have the same characteristics as those used in section 3 and are initially situated 1000 km south of the jet axis.

b. Nonlinear results

Figure 11 (the experiment with J_{50}) shows that the lower anomaly clearly shifts to the north, whereas the upper anomaly mostly moves toward the center of the jet. This can be interpreted as the effect of the poleward orientation of the vertically averaged background PV gradient according to the previous section.

The shape of the lower anomaly has also an evolution similar to what could be expected from section 4: as long

TABLE 2. Zonal velocity values (m s^{-1}) of the difference between mixed barotropic–baroclinic experiments and pure baroclinic experiment. The speed value is calculated as the difference between the zonal speed obtained in the mixed barotropic–baroclinic experiment and the zonal speed observed in the pure baroclinic one after 48 h of simulation. The wind speeds are the values of the barotropic component of the wind specified at the latitude reached by the center of the lower-layer perturbation.

Upper anomaly?	Exp.	Speed	Upper-level wind	Lower-level wind
With	C	-16.4	-21	-10.5
	A	8.7	12	6
Without	C	-5.5	-12	-6
	A	5.5	9	4.5

as it is on the south (anticyclonic) side of the jet, the background shear stretches the anomaly horizontally along a southwest–northeast orientation. After the jet crossing (about $t = 36$ h), the main core of the cyclone becomes much more isotropic (Fig. 11f). The evolution in J_{30} , which has a smaller barotropic component, is quite different: the shape of the lower anomaly is less variable with time, it crosses the jet later (at around $t = 55$ h) and less clearly than in J_{50} (Fig. 12). The discrepancy in the aspect ratio and orientation can be explained by the fact that although the barotropic and baroclinic components of the jet have almost the same value as that prescribed in section 3c at the initial position of the anomalies, the ratio between barotropic and baroclinic shear is obviously weaker near the jet axis and the horizontal anticyclonic shear is therefore not strong enough to counteract the rotation of upper and lower anomalies around one another. Because the barotropic component of J_{30} is smaller than that of J_{50} , the anomaly is more isotropic than in the latter jet.

These different shape variations between the two simulations have a strong impact on the relative evolution of

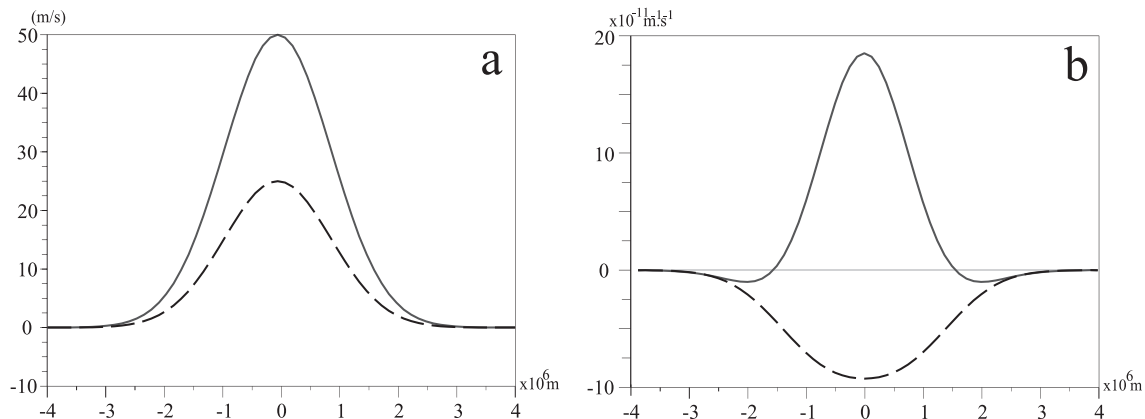


FIG. 10. Meridional profiles of the J_{50} (a) wind and (b) PV gradient meridional component. The solid and dashed lines correspond to the upper and lower layers, respectively.

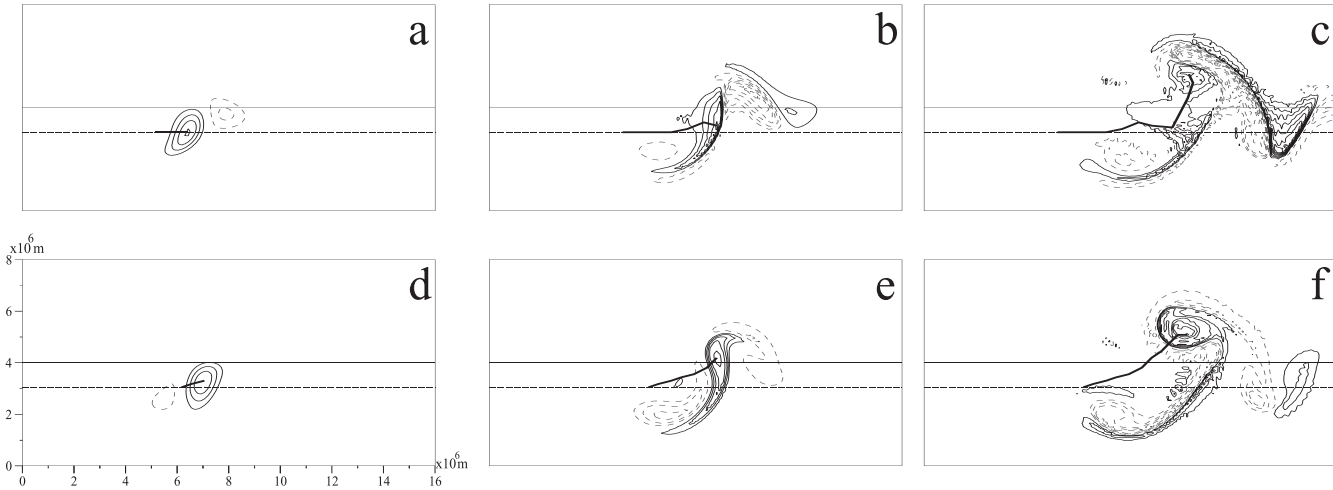


FIG. 11. Nonlinear evolution of the (top) upper- and (bottom) lower-layer cyclonic vortices, which are initially vertically tilted and situated on the southern side of J_{50} , at (a),(d) 12, (b),(e) 36, and (c),(f) 60 h. Perturbation relative vorticity is in solid (positive values) and dashed lines (negative values); interval of $2.5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$. The solid thin black line stands for the jet axis and the dashed line for the initial latitude of the anomalies. The trajectories of the vorticity maxima are marked in thick solid black.

vorticity and streamfunction absolute maxima because of the scale relation between these two fields (Figs. 13a,b). The vorticity maximum increases (Fig. 13b) first faster in J_{30} than in J_{50} but is almost constant for two days after $t = 36$ h whereas the rate of vorticity change abruptly increases for about one day at $t = 40$ h in J_{50} . In J_{30} , the rate of change of the streamfunction minimum (Fig. 13a) is approximately constant with time, whereas a marked change of slope can be observed in J_{50} during the jet crossing.

The differences of behavior between J_{50} and J_{30} are now interpreted with the help of an energy budget. Before starting the analysis, let us look at the effect of a nonzero vertically averaged PV gradient. Figure 14 illustrates the energy budget of the same simulation as Fig. 5 but with $\beta = 3\beta_0$. The inclusion of the β term does not qualitatively change the differences between cy-

clonic and anticyclonic shears. In the former, the kinetic energy growth rate is strong only in the beginning of the simulation (for about 12 h) and quickly decreases thereafter, whereas in the anticyclonic case the growth lasts longer. However, a marked difference is visible in the vertical geopotential fluxes: they are strongly negative in both cases while they play a negligible role in the energy budget for $\beta = 0$.

Figures 13c–f illustrate the energy budget of a portion of the lower layer, which is defined as the restriction of the anomaly to a square around the maximum of the lower-layer vorticity. This restriction necessitates the existence of an additional term in the energy budget, namely the horizontal energy redistribution fluxes. Tests were performed on the size of this square and revealed that the deductions made below are qualitatively robust

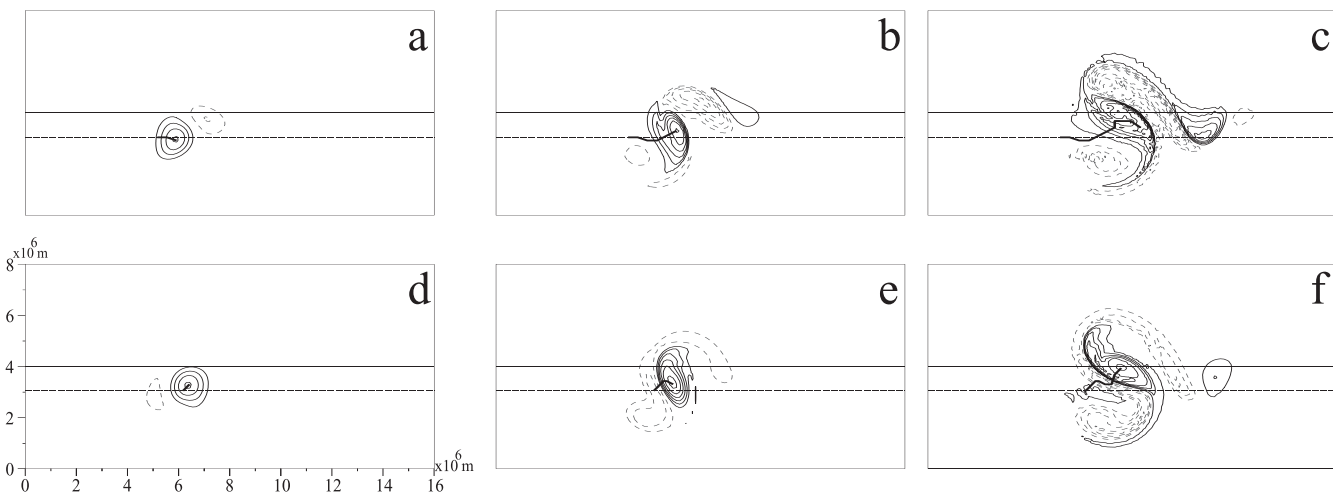


FIG. 12. As in Fig. 11, but with the J_{30} jet.

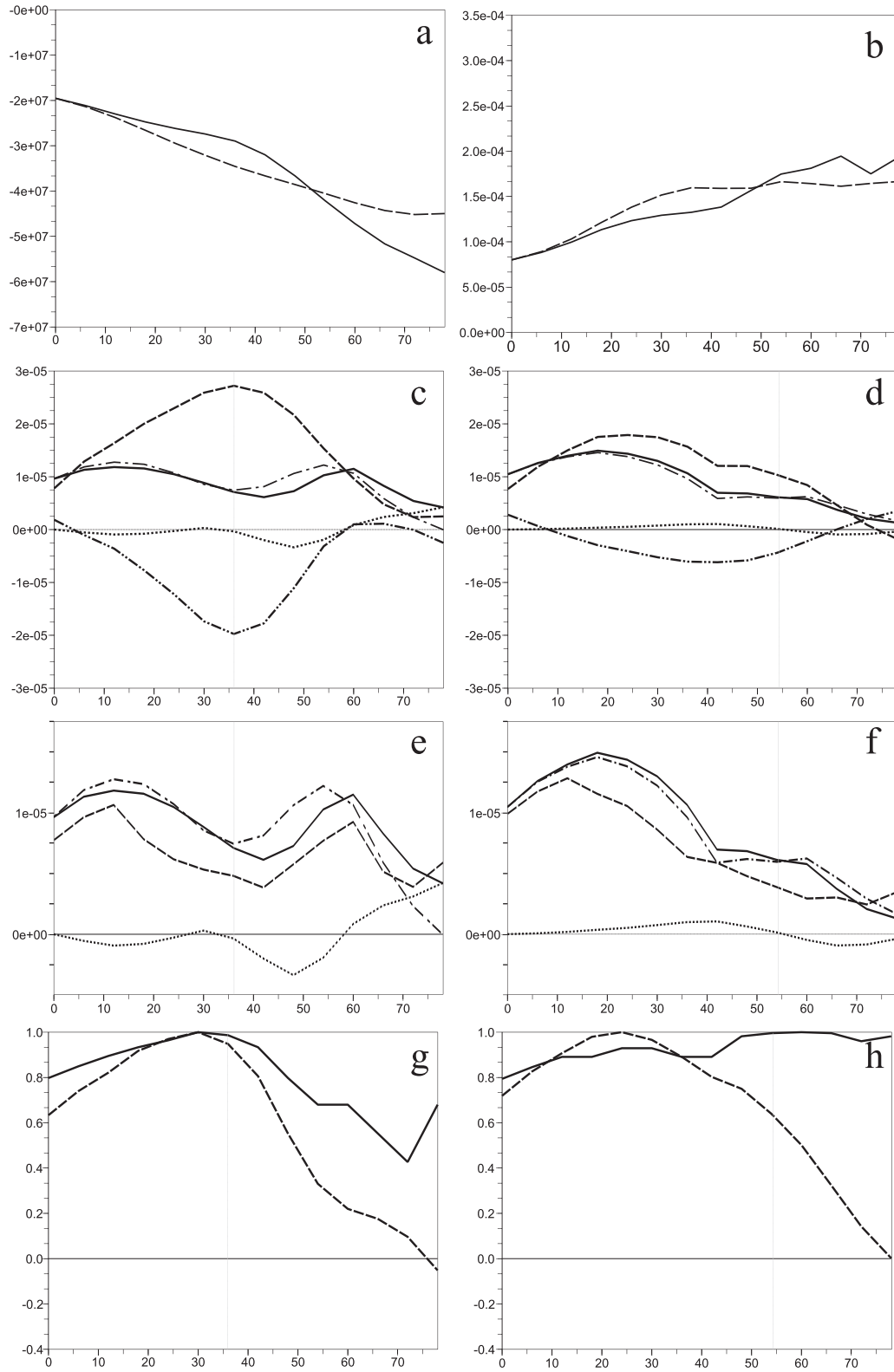


FIG. 13. Time variation up to 78 h of (a) the streamfunction minimum, (b) the vorticity maximum. In (a) and (b), evolution in (solid) J_{50} and (dashed) J_{30} . (c),(d) Variation of the kinetic energy conversion rates at the lower layer (long-dashed line, C_I ; dotted line, C_K ; dashed-double-dotted line, C_F ; dashed-single-dotted line, sum of C_I and C_F ; solid line, sum of C_I , C_K , and C_F), (e),(f) (dashed-dotted line, sum of C_I and C_F ; dotted line, C_K ; solid line, sum of C_I , C_K , and C_F), (g),(h) baroclinicity and baroclinic conversion divided by total energy. (c)–(h) (left) Jet J_{50} ; (right) J_{30} . Two-layer baroclinic simulation. The vertical lines denote the time when the jet crossing occurs.

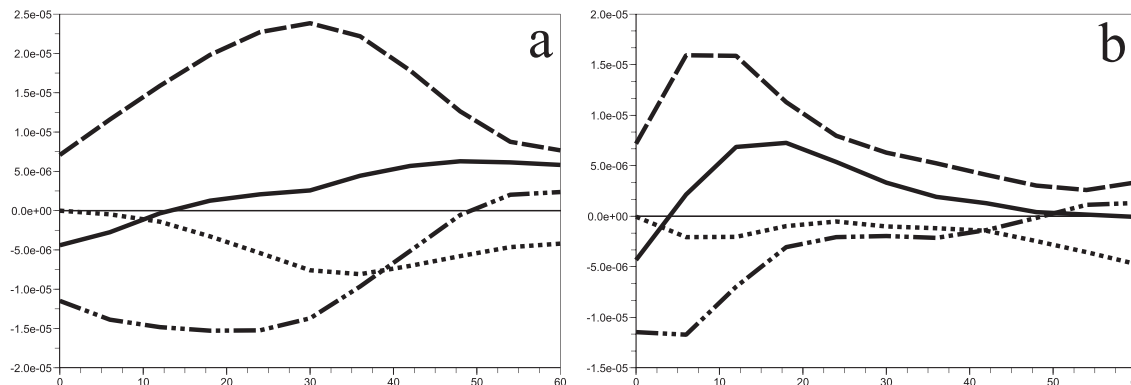


FIG. 14. (a),(b) As in Figs. 5c,d, respectively, but for $\beta = 3\beta_0$.

when the size varies, provided that no other structure is included in the domain. It should first be noted that in both simulations the barotropic conversion C_K is small in comparison to the other terms. The horizontal flux is almost constant and negative throughout, which can be related to downstream and upstream development (Orlanski and Sheldon 1995). The variation of the kinetic energy growth rate is thus mainly controlled by the vertical geopotential flux C_F and the internal conversion C_I . In J_{50} , these two contributions mainly evolve in the same way but in opposite directions. Note in particular that according to Fig. 14, C_F is strongly negative during the jet crossing when the anomaly is embedded in a large PV gradient. The kinetic energy growth rate decreases during the 18 h before the jet crossing and then increases for about 18 h after it, starting from $5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (after 42 h) and reaching 10^{-5} s^{-1} (after 60 h). This is equivalent to the growth rate almost doubling at the jet crossing. In J_{30} , the balance between C_I and C_K is different: C_I is maximum one day before the crossing of the jet and then decreases strongly whereas C_F reaches its minimum a few hours before this crossing. The sum of these two terms has a maximum growth rate during the first 36 h and decreases strongly before the anomaly crosses the jet axis because of both a decrease in C_I and an absolute increase in C_F .

To gain further insight into the variation of the internal conversion, the baroclinic conversion, which evolves roughly similarly to C_I (not shown), is studied and for this purpose is decomposed into the configuration term and the baroclinicity (section 3). In J_{50} , there is a good temporal correlation between the baroclinic conversion and the baroclinicity, which suggests an almost constant configuration term. In particular, when the perturbation crosses the jet, its configuration is as favorable to an efficient extraction of energy from the environment as initially. In J_{30} , things are very different. The baroclinic conversion is maximum 36 h before the jet crossing and then decreases strongly, which means that the perturba-

tion configuration becomes less favorable to efficient baroclinic interaction when baroclinicity is maximum. This is tightly linked with the fact, pointed out in section 4, that a strong anticyclonic horizontal shear enables a good configuration between the upper and lower anomalies.

To sum up, the energy evolutions in the two simulations differ markedly, essentially because of two factors. First, the higher background gradient of PV in J_{50} induces an unequivocal crossing of the jet, whereas this crossing is less clear in J_{30} . Second, the stronger horizontal shear of J_{50} maintains a better configuration of the upper and lower anomalies than in J_{30} , where they tend to turn around one another. These factors lead to an energy budget such that in J_{30} , the rate of change of kinetic energy reaches a single maximum before the crossing of the jet, whereas in J_{50} a clear regeneration and a speeding up of the growth can be observed subsequently to the jet crossing.

Three other simulations in J_{50} starting with different initial conditions are now studied. Figure 15 shows that in the four simulations (control plus these three modified runs), the same kind of evolution is found. A systematic change of slope can be seen: a sudden stronger deepening of the streamfunction and a temporary intensification of the vorticity growth (not shown) occur following the jet crossing. In the three modified runs, the anomalies are more strongly stretched horizontally than in the control run and are always within the jet dilatation axis (not shown). Before the jet crossing, C_K is all the stronger when the structure is stretched horizontally and is thus stronger in the modified experiments. Nevertheless, this term is always of secondary importance with respect to the other conversion terms. This fact is at sharp variance with the diagnosis made on real cases such as IOP 17 (Rivière and Joly 2006a). In the latter case, C_K as well as C_F and C_I have been shown to be the major contributors to the energy regeneration subsequent to the jet crossing. It has been checked that in J_{30} , a change of slope in the streamfunction variation does

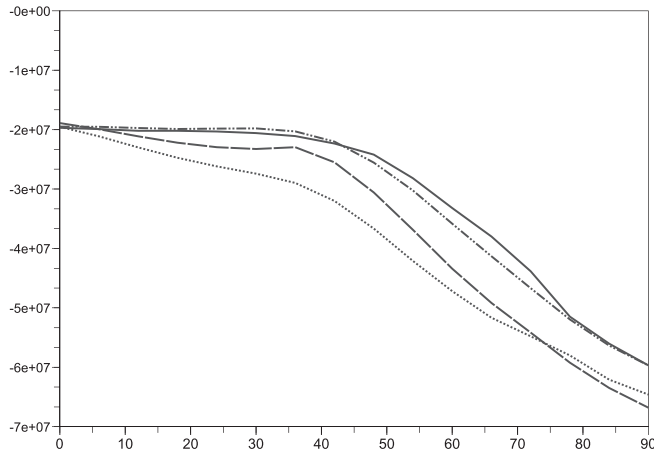


FIG. 15. Time variation up to $t = 78$ h of the streamfunction minimum for different initial conditions. Same initial conditions as previously (dotted line), without an initial upper layer anomaly (mixed dashed–dotted line); both anomalies are stretched within the jet dilatation axis (i.e., stretched at an angle of $+45^\circ$ with respect to the x axis) (solid line) and the anomaly size increased by 1.5 (dashed line).

not generally occur except with very specific initial conditions. Globally, these results suggest that a complex life cycle with, in particular, a strong change in the growth of the perturbation is favored in jets that have strong barotropic components, all other things being equal. These different evolutions sometimes lead to a stronger growth in J_{50} than in J_{30} (experiments with unmodified initial conditions and enlarged initial anomalies), and this fact cannot be linked directly with barotropic conversion but rather with a better vertical configuration of the upper and lower anomalies.

c. Comparison with linear dynamics

Finally, linear simulations with the same basic states J_{30} and J_{50} and unmodified anomalies were carried out

to highlight the impact of nonlinearities on the perturbation evolution.

In the linear simulation with the jet J_{50} (Fig. 16), the vortices stay at roughly the same latitude or come closer to the jet axis but do not cross it. They are so strongly stretched horizontally that even if the growth of the vorticity maximum is close to that obtained in the full nonlinear simulation, the streamfunction deepening stops after 40 h (Fig. 17a). At the end of the simulation, the perturbation streamfunction minimum is only 1.4 times lower than initially, whereas it deepens by a factor of approximately 2.6 in the nonlinear simulation. This difference arises mainly from the fact that the jet crossing only occurs in the nonlinear simulation and thus the subsequent acceleration of the deepening only happens in this case.

In J_{30} , contrary to the case just mentioned, the linear evolution induces a much stronger deepening of streamfunction than the nonlinear one (Fig. 17b). This arises because in the nonlinear simulation the two anomalies turn around each other and are less favorably vertically tilted for baroclinic interaction than in the linear simulation.

Note that J_{30} is much more linearly unstable than J_{50} . The addition of a barotropic component tends to cancel the linear instability, as shown by James (1987). It is interesting to note that for the specific nonlinear simulations shown here, such a difference does not exist and, in some cases, J_{50} is even more favorable to rapid cyclone growth during jet-crossing transitions.

6. Conclusions

The evolution of two initially circular cyclonic vortices, located one in the upper and one in the lower layer of a two-layer model and favorably configured for baroclinic

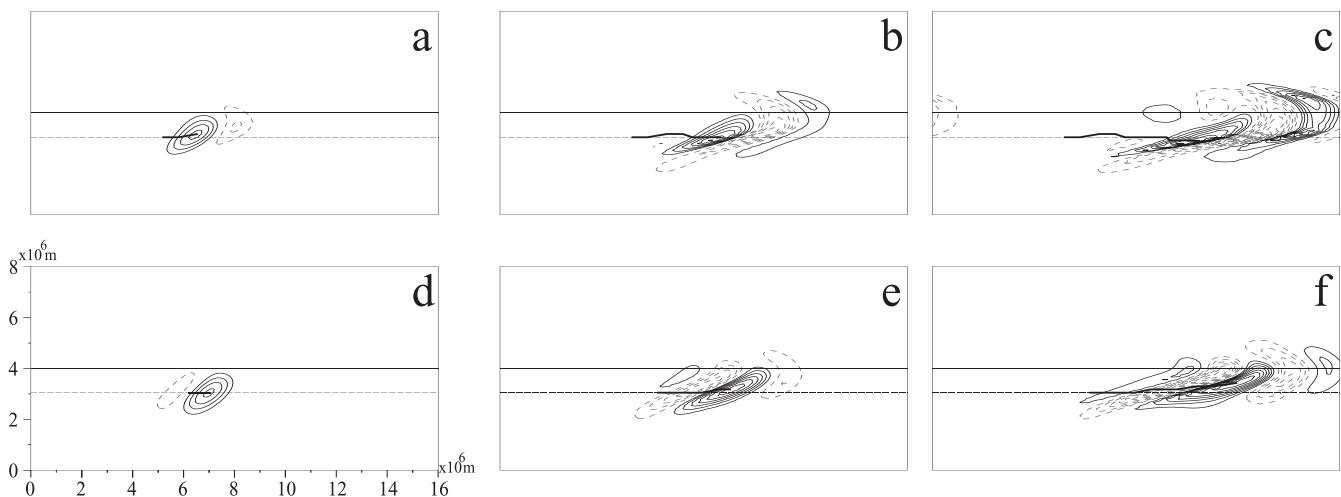


FIG. 16. As in Fig. 11, but for the linear simulation.

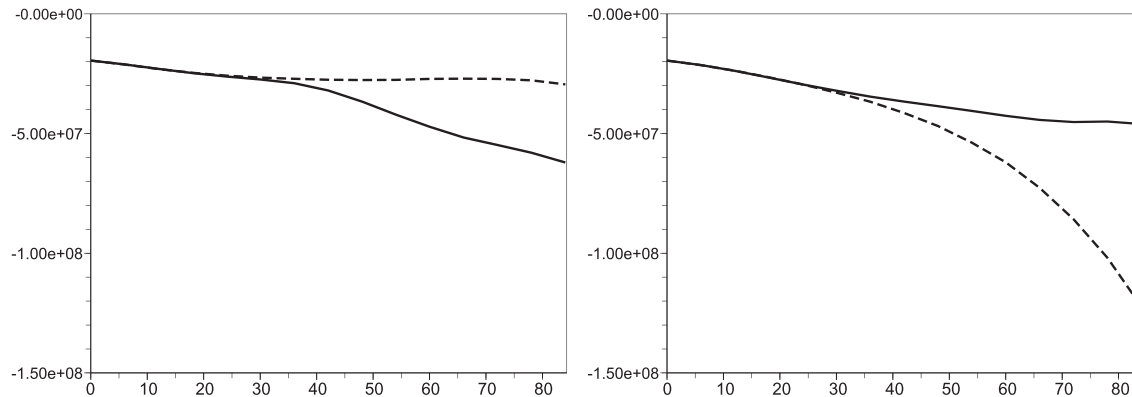


FIG. 17. 84-h evolution of the streamfunction minimum in (left) J_{50} and (right) J_{30} in the two-layer baroclinic simulation. Solid and dashed lines correspond to nonlinear and linear simulations, respectively.

interaction, has been first studied in the presence of zonally uniform vertical and horizontal shears.

Two nonlinear effects have been underlined, one acting on the shape and deepening of the lower anomaly and the other on its latitudinal shift. It has been shown that its horizontal shape depends strongly on the sign of the horizontal background shear: if the cyclonic vortex is embedded in an anticyclonic shear, it is stretched strongly, which leads to a loss of kinetic energy through barotropic effects, whereas in a cyclonic shear it remains more or less isotropic and the barotropic conversion rates are quite weak. However, an anticyclonic shear favors the maintenance of a favorable vertical tilt that induces a long-lasting positive baroclinic interaction between the anomalies, whereas the upper and lower structures in a cyclonic shear turn around each other and the initially favorable westward tilt with height is rapidly lost. As for the second nonlinear effect, the trajectory of the surface cyclone has been shown to depend strongly on the value of β , which is precisely the vertically averaged meridional PV gradient in uniform background shear flows. The latitudinal shift is all the faster when the meridional component of the PV gradient reaches large positive values.

In a confined westerly jet, it has been shown that surface cyclones initially located south of the jet move poleward because of the poleward orientation of the vertically averaged PV gradient. A crossing of the jet axis is possible if the jet has a strong enough barotropic component since it increases the vertically averaged PV gradient, which plays the role of an effective β . More precisely, if the environment has realistic characteristics, the poleward variation of PV is positive in the upper layer and negative in the lower layer. If the tropopause and surface anomalies are linked with each other, there is a necessary compensation of the local action of the PV gradient. This is done through the nonlinear stretching term, which results in a shift that is consistent with the vertically averaged PV gradient.

When a crossing is obtained, the anomaly becomes almost isotropic and an energy regeneration is observed. A kinetic energy budget shows that this regeneration is essentially due to a favored combination of the internal conversion rate and the vertical geopotential fluxes and may in some cases be slightly reinforced by barotropic interaction. The experiments shown here and all the complementary ones performed by the authors (not shown) tend to show that this crossing and the subsequent shape and energy disparities cannot be accounted for by linear diagnosis and in particular that the predictability of these even very simple jets cannot be studied through the analysis of singular vectors (Plu and Arbogast 2005).

The present results provide indications on the mechanisms leading to the well-known observational finding that mature midlatitude synoptic cyclonic perturbations shift to the left of the jet (e.g., Wallace et al. 1988). The mechanisms highlighted here may be helpful for the analysis of complex life cycles during which an energy regeneration occurs subsequent to a jet crossing. It suggests that a deep cyclone situated on the southern side of a zonal baroclinic jet that is sufficiently meridionally confined will shift to the north, can cross the jet, and may have a complex life cycle with regeneration on the northern side of the jet. Nevertheless, a number of characteristics of some observed intense storms have not been reproduced. In particular, the barotropic conversion in the energy budget is much stronger in real cases such as the depression observed during IOP 17 of the FASTEX campaign (Rivière and Joly 2006a). Other studies in more complex flows, notably in the presence of zonally nonuniform jets, should help to fill this gap.

Acknowledgments. The authors thank Alain Joly for initiating this study, Guillaume Lapeyre for fruitful scientific discussions, and Susan Becker for her careful proofreading.

APPENDIX

Vertical Velocity

The vertical velocity w_m is obtained by solving the following linear equation:

$$(\Delta - 2\lambda^{-2})\left(-\frac{f_0 w_m}{H}\right) = \lambda^{-2} \nabla \cdot \mathbf{Q}. \quad (A1)$$

A distinction between the linear and the nonlinear vertical velocity can be achieved by separating the \mathbf{Q} vector into the sum $\mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2$, where

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}'_m}{\partial x} \nabla(\overline{\psi}_u - \overline{\psi}_l) + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_m}{\partial x} \nabla(\psi'_u - \psi'_l) \\ \frac{\partial \mathbf{u}'_m}{\partial y} \nabla(\overline{\psi}_u - \overline{\psi}_l) + \frac{\partial \overline{\mathbf{u}}_m}{\partial y} \nabla(\psi'_u - \psi'_l) \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad (A2)$$

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{u}'_m}{\partial x} \nabla(\psi'_u - \psi'_l) \\ \frac{\partial \mathbf{u}'_m}{\partial y} \nabla(\psi'_u - \psi'_l) \end{bmatrix},$$

with $\mathbf{u}_m = \frac{1}{2}(\mathbf{u}_u + \mathbf{u}_l)$. The term $(f_0 w_m/H)$ resulting from Eq. (A1) with only \mathbf{Q}_1 on the right-hand side is the linear vertical stretching term, and the one with \mathbf{Q}_2 is the nonlinear stretching term.

REFERENCES

Adem, J., 1956: A series solution for the barotropic vorticity equation and its application in the study of atmospheric vortices. *Tellus*, **8**, 364–372.

Alpert, P., 1989: Comments on “Relationship between cyclone tracks, anticyclone tracks, and baroclinic waveguides.” *J. Atmos. Sci.*, **46**, 3505–3507.

Anthes, R., 1982: *Tropical Cyclones: Their Evolution, Structure and Effects*. Meteor. Monogr., No. 41, Amer. Meteor. Soc., 208 pp.

Baehr, C., B. Pouponneau, F. Ayrault, and A. Joly, 1999: Dynamical characterization of the FASTEX cyclogenesis cases. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 3469–3494.

Cai, M., and M. Mak, 1990: On the basic dynamics of regional cyclogenesis. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 1417–1442.

Davies, H. C., C. Schär, and H. Wernli, 1991: The palette of fronts and cyclones within a baroclinic wave development. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1666–1689.

Dritschel, D., 1998: On the persistence of non-axisymmetric vortices in inviscid two-dimensional flows. *J. Fluid Mech.*, **371**, 141–155.

Holland, G., 1983: Tropical cyclone motion: Environmental interaction plus a beta effect. *J. Atmos. Sci.*, **40**, 328–342.

Hoskins, B. J., and N. V. West, 1979: Baroclinic waves and frontogenesis. Part II: Uniform potential vorticity jet flows—Cold and warm fronts. *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1663–1680.

James, I., 1987: Suppression of baroclinic instability in horizontally sheared flows. *J. Atmos. Sci.*, **44**, 3710–3720.

Kida, S., 1981: Motion of an elliptic vortex in a uniform shear flow. *J. Phys. Soc. Japan*, **50**, 3517–3520.

Legras, B., and D. Dritschel, 1993: Vortex stripping and the generation of high vorticity gradients in two-dimensional flows. *Appl. Sci. Res.*, **51**, 445–455.

Madala, R., and A. Piacsek, 1975: Numerical simulation of asymmetric hurricane on a beta-plane with vertical shear. *Tellus*, **27**, 453–468.

Marcus, P., T. Kundu, and C. Lee, 2000: Vortex dynamics and zonal flows. *Phys. Plasmas*, **7**, 1630–1640.

McWilliams, J., and G. Flierl, 1979: On the evolution of isolated nonlinear vortices. *J. Phys. Oceanogr.*, **9**, 1155–1182.

Morel, Y., and J. McWilliams, 1997: Evolution of isolated interior vortices in the ocean. *J. Phys. Oceanogr.*, **27**, 727–748.

Orlanski, I., and J. Sheldon, 1995: Stages in the energetics of baroclinic systems. *Tellus*, **47A**, 605–628.

Phillips, N., 1951: A simple three-dimensional model for the study of large-scale extratropical flow patterns. *J. Meteor.*, **8**, 381–394.

Plu, M., and P. Arbogast, 2005: A cyclogenesis evolving into two distinct scenarios and its implications for short-term ensemble forecasting. *Mon. Wea. Rev.*, **133**, 2016–2029.

Rivière, G., 2008: Barotropic regeneration of upper-level synoptic disturbances in different configurations of the zonal weather regime. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 3159–3178.

—, and A. Joly, 2006a: Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part I: Barotropic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 1965–1981.

—, and —, 2006b: Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part II: Baroclinic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 1982–1995.

Rossby, C., 1948: On displacements and intensity changes of atmospheric vortices. *J. Mar. Res.*, **7**, 175–187.

Schär, C., and H. Wernli, 1993: Structure and evolution of an isolated semi-geostrophic cyclone. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 57–90.

Shapiro, L., 1992: Hurricane vortex motion and evolution in a three-layer model. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 140–154.

Simmons, A. J., and B. J. Hoskins, 1978: The life cycles of some nonlinear baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, **35**, 414–432.

Smith, R., and W. Ulrich, 1990: An analytical theory of tropical cyclone motion using a barotropic model. *J. Atmos. Sci.*, **47**, 1973–1986.

Sutyrin, G., and Y. Morel, 1997: Intense vortex motion in a stratified fluid on the beta-plane: An analytical theory and its validation. *J. Fluid Mech.*, **336**, 203–220.

Takayabu, I., 1991: Coupling development: An efficient mechanism for the development of extratropical cyclones. *J. Meteor. Soc. Japan*, **69**, 609–628.

Uccellini, L. W., 1990: Processes contributing to the rapid development of extratropical cyclones. *Extratropical Cyclones: The Erik Palmén Memorial Volume*, C. W. Newton and E. O. Holopainen, Eds., Amer. Meteor. Soc., 81–105.

Wallace, J., G.-H. Lim, and M. Blackmon, 1988: Relationship between cyclone tracks, anticyclone tracks and baroclinic waveguides. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 439–462.

Willoughby, H., 1988: Linear motion of a shallow-water, barotropic vortex. *J. Atmos. Sci.*, **45**, 1906–1928.

5.2 Schématisation d'un scénario d'évolution

Les résultats de l'étude idéalisée présentée ci-dessus invitent à construire un scénario d'évolution d'une dépression de basses couches traversant un courant-jet, schématisé par la figure 5.1. Un résumé de ce scénario accompagne la figure en légende. On pourra noter les éléments synthétiques suivants :

- Dans un premier temps, la dépression d'amplitude finie (dont la naissance est donc supposée antérieure à la phase de cyclogénèse envisagée ici) évolue du côté anticyclonique (a) vers le côté cyclonique d'un courant-jet (c).
- Avant la traversée, son étirement est fort et se trouve selon un angle entre $-\pi/2$ et 0 relativement à l'opposé du gradient de température potentielle (Fig. 5.5).
- Peu après la traversée, le tourbillon atteint son maximum d'amplitude.
- Une fois le jet traversé, selon l'amplitude atteinte et l'intensité du cisaillement horizontal de son environnement, ou bien la structure demeure quasiment isotrope ou bien est étirée selon un angle entre 0 et $\pi/2$ par rapport à l'opposé du gradient de température potentielle.
- Avant la traversée du courant-jet, l'interaction barocline peut s'inscrire dans la durée. Une fois la dépression passée du côté froid, la configuration verticale est susceptible d'être rapidement perdue.

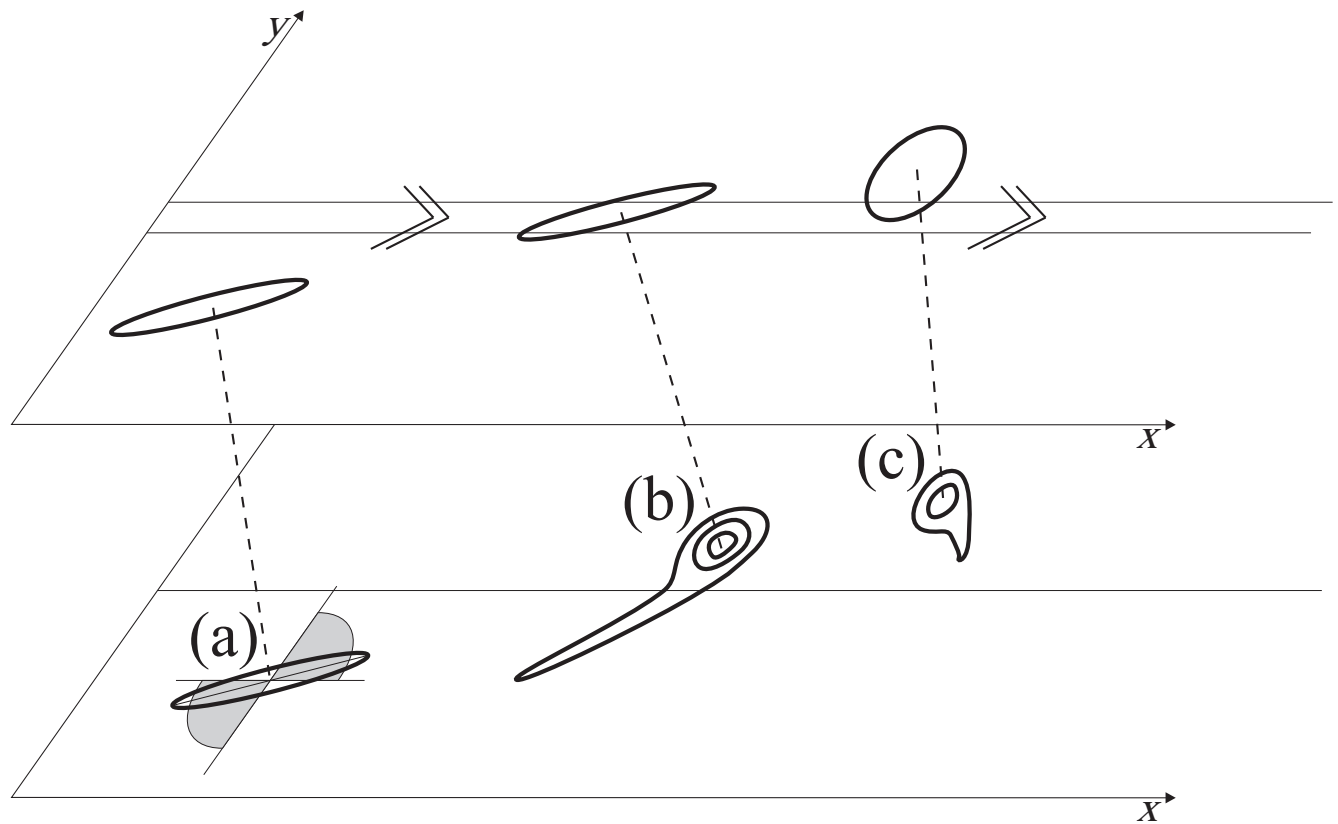


FIG. 5.1 – Schéma conceptuel d'un cycle d'évolution idéal d'une structure tourbillonnaire initialement située au sud d'un courant-jet zonal. (a) : du fait de la compétition entre advections linéaire (dû au cisaillement du vent environnemental) et non-linéaire (rotation propre du tourbillon), la structure s'étire selon un angle compris dans la surface grisée. La structure peut interagir durablement avec un tourbillon localisé en altitude situé à l'ouest, voire au nord-ouest de celle-ci. (b) : les deux tourbillons se déplacent vers le nord par l'effet β , qui est une combinaison de l'effet de la présence du courant-jet et de la variation planétaire du paramètre de Coriolis f (l'amplitude du premier étant souvent dominante). La partie tourbillonnaire qui se situe dans le cisaillement cyclonique au nord du jet devient beaucoup plus isotrope. Une régénération énergétique transitoire peut être associée à cette traversée de jet, conduisant rapidement à un maximum d'amplitude. (c) : par l'effet β , la structure s'éloigne du courant-jet. Par ailleurs, elle perd rapidement sa configuration verticale et demeure ensuite durablement peu étirée.

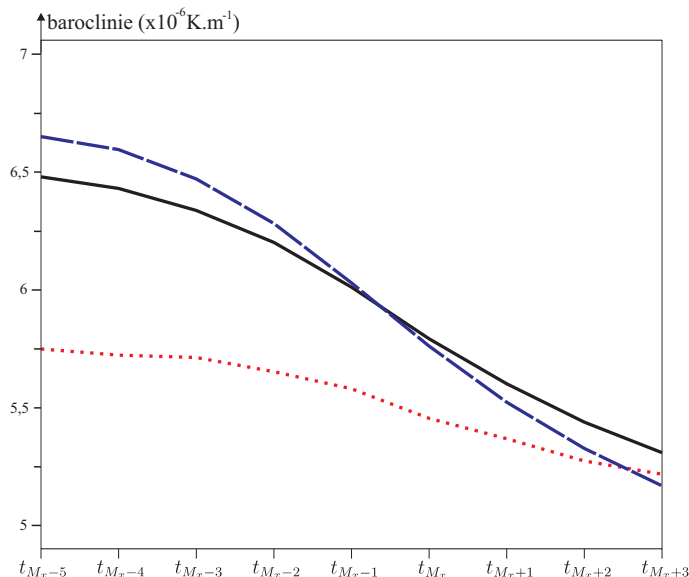


FIG. 5.2 – Évolution sur 48 heures de la valeur de baroclinie de grande échelle calculée à la position du centre de la structure de tourbillon relatif à 850 hPa (en 10^{-6} K.m^{-1}). En trait continu noir, toutes les structures. En tiretés bleus (resp. pointillés rouges), le sous-ensemble des dépressions Atlantiques (resp. Méditerranéennes), voir le texte pour complément.

5.3 Forme et orientation d'une structure de tourbillon relatif à 850 hPa autour de sa phase de maturation

L'étude idéalisée précédente a permis de mettre en avant un scénario correspondant, au moins en partie, à des cycles d'évolution observés sur quelques cas d'étude. Les sections 5.3 à 5.5 sont consacrées à l'exploitation de la climatologie présentée aux sections 4.2 et 4.3 afin d'évaluer dans quelle mesure ce scénario est observé dans la réalité. La présente section propose une étude générale des paramètres de forme et d'orientation des dépressions autour du moment de leur maximum d'amplitude puis une première sélection en vue de la mise en œuvre de calculs supplémentaires (partition de l'écoulement à l'aide de l'inversion du tourbillon potentiel et bilan énergétique).

5.3.1 Statistiques générales

Baroclinie

De sorte à obtenir l'orientation de la dépression relativement à son environnement, un vecteur de baroclinie de grande échelle est calculé. De même que dans la section 4.5 (article), il est défini par le gradient de la moyenne des deux champs de température potentielle à 850 et 500 hPa filtrés par le filtre SWT passe-bas avec une échelle de coupure de 5. La figure 5.2 montre la valeur du module de ce vecteur au cours des 9 instants choisis ; entre t_{M_x-5} – 30 heures avant le maximum d'amplitude – et t_{M_x+3} , 18 heures après (voir la section 4.4). On peut remarquer que la baroclinie diminue régulièrement, passant de $6,5$ à $5,3 \cdot 10^{-6} \text{ K.m}^{-1}$. Deux causes peuvent conduire à une telle

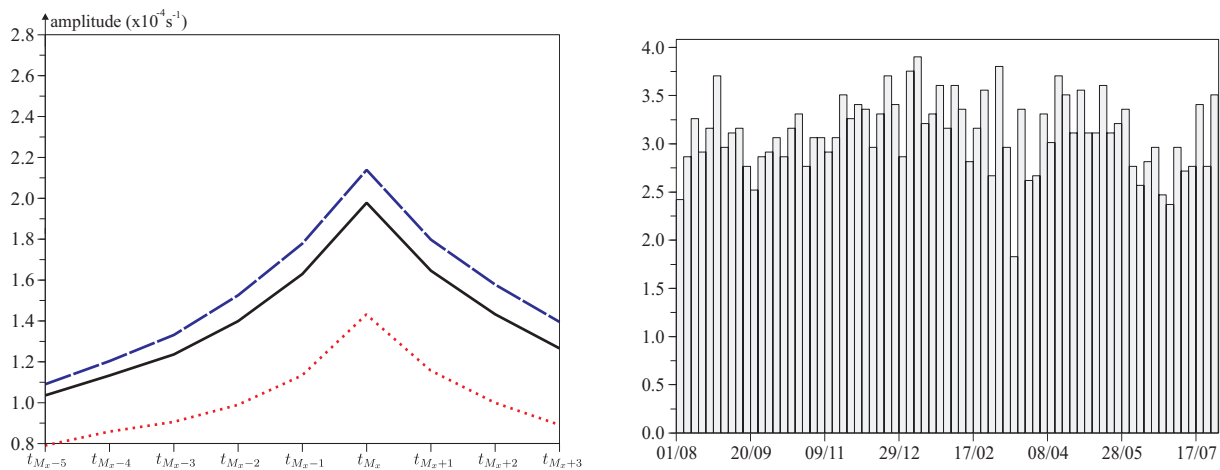


FIG. 5.3 – (a) : évolution de la médiane des amplitudes des structures de tourbillon relatif à 850 hPa (en 10^{-4}s^{-1}). En trait continu noir, ensemble des structures. En tiretés bleus (resp. pointillés rouges), le sous-ensemble des dépressions Atlantiques (resp. Méditerranéennes). (b) : nombre de structures en fonction de leur date moyenne, comptées par intervalle de 6 heures. Cette figure rend compte de toutes les structures parmi les 4 592 sélectionnées.

diminution. La première est liée au fait qu'une perturbation passant du voisinage du jet vers des régions plus éloignées de celui-ci (par exemple dans les régions situées assez largement au nord) se situe dans une baroclinie qui diminue au fil de sa trajectoire. Par ailleurs, la croissance de la perturbation se faisant en extrayant de l'énergie potentielle utilisable de l'environnement, elle conduit à une uniformisation de la température potentielle de ce dernier. Il serait à ce stade prématuré de conclure sur la prédominance de l'une de ces deux explications.

Amplitude et saisonnalité

L'évolution de l'amplitude des structures de TR850 apparaît sur la figure 5.3a. Au cours des 30 heures précédant leur maximum, les dépressions voient leur amplitude quasiment doubler, la médiane passant de $1,04$ à $1,98 \cdot 10^{-4} \text{s}^{-1}$. La croissance est proche d'une exponentielle – en fait un peu plus rapide encore – avec un temps de doublement de 35 heures environ. Ensuite, la décroissance est en moyenne tout aussi rapide. La figure 5.3b rappelle qu'il n'y a pour ainsi dire aucune saisonnalité quant à la présence de dépressions sur le domaine étudié.

Anisotropie

L'évolution des distributions du rapport d'anisotropie (défini à la section 2.5) est illustrée par la figure 5.4. Durant les 30 heures précédant l'instant de maximum d'amplitude noté t_{M_x} , cette évolution est monotone, en allant de structures en moyenne relativement étirées vers des structures plus rondes : en moyenne, le rapport d'anisotropie passe de $0,48$ à $0,58$. On peut également remarquer le changement de forme de la densité de probabilité, avec en particulier très peu de structures

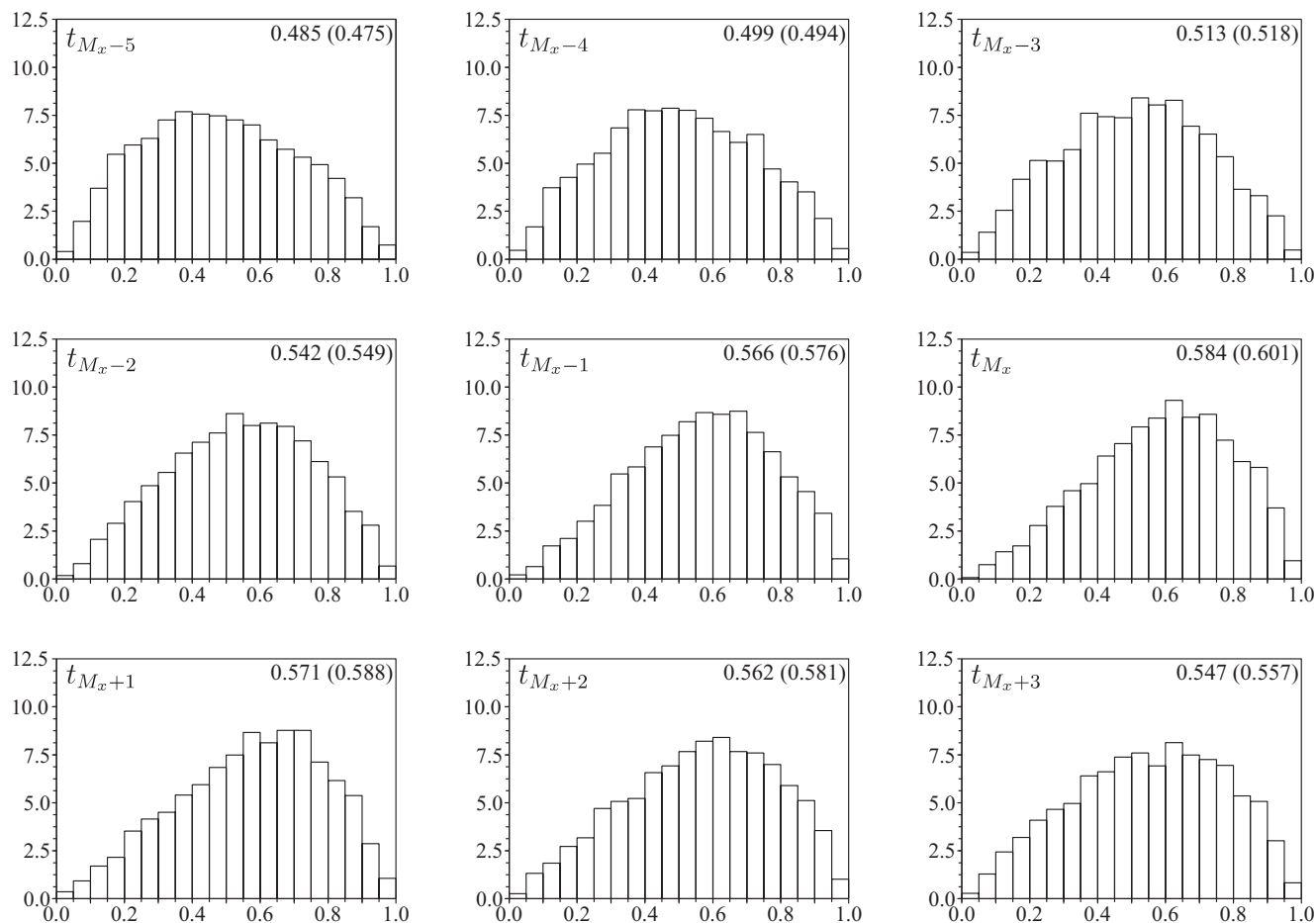


FIG. 5.4 – Évolution des répartitions des rapports d'anisotropie de t_{M_x-5} à t_{M_x+3} , de gauche à droite et de haut en bas. Pour rappel, une structure ronde correspond à la valeur 1, une structure très étirée selon un seul axe a un rapport proche de 0. La moyenne et la médiane (entre parenthèses) apparaissent en haut à droite de chaque figurine. L'ordonnée indique le pourcentage de structures par intervalle de longueur $5 \cdot 10^{-2}$. Ensemble des 4 592 trajectoires sélectionnées.

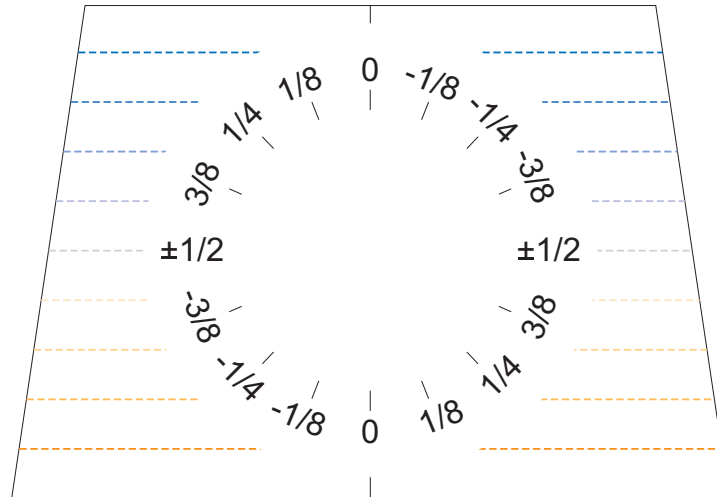


FIG. 5.5 – Les angles apparaissant sur la figure correspondent à ceux d'une structure s'étirant selon les rayons correspondants ($\times\pi$). L'orientation est telle que le gradient de température de l'environnement de la structure est, au centre du domaine, dirigé vers le bas de la figure. En traits tiretés, un champ de température idéalisé.

franchement anisotropes à l'instant t_{M_x} . Ensuite, le rapport d'anisotropie diminue à nouveau mais à un rythme plus faible. Le changement de forme mis en avant dans le scénario identifié est donc en fait un comportement moyen des dépressions de surface autour du moment de leur maximum d'amplitude.

Orientation

La figure 5.6 documente les distributions de l'angle que forme l'axe principal des dépressions avec l'opposé du gradient de température potentielle de grande échelle. À des fins de clarté, cet angle est illustré par la figure 5.5. Une première caractéristique concerne le fait que les distributions sont à tous les instants non uniformes et les structures tourbillonnaires s'orientent de manière privilégiée selon certains axes, plutôt parallèles au vecteur barocline (qui est lui-même perpendiculaire au gradient de θ). Plus précisément, les directions privilégiées forment un angle d'environ 70° , avec en particulier une large sur-population pour des orientations entre $-\pi/2$ et $-\pi/4$. Une disparité entre les deux côtés de l'axe parallèle au vecteur barocline est ainsi notée, en particulier durant les instants précédant t_{M_x} . Lors des trois premiers instants examinés, cette prédominance est de 50 à 80%. Aux instants postérieurs à t_{M_x} , cette dissymétrie est toujours présente mais est plus légère. En d'autres termes, les structures tourbillonnaires ont une tendance à s'aligner selon un axe non loin de celui du vent thermique (correspondant à l'angle $-\pi/2$). L'autre borne ($-\pi/4$) correspond à l'orientation des axes de dilatation qu'aurait ce vent thermique dans le cas où la structure se situerait au sud du maximum de vent, ce qui reste à vérifier.

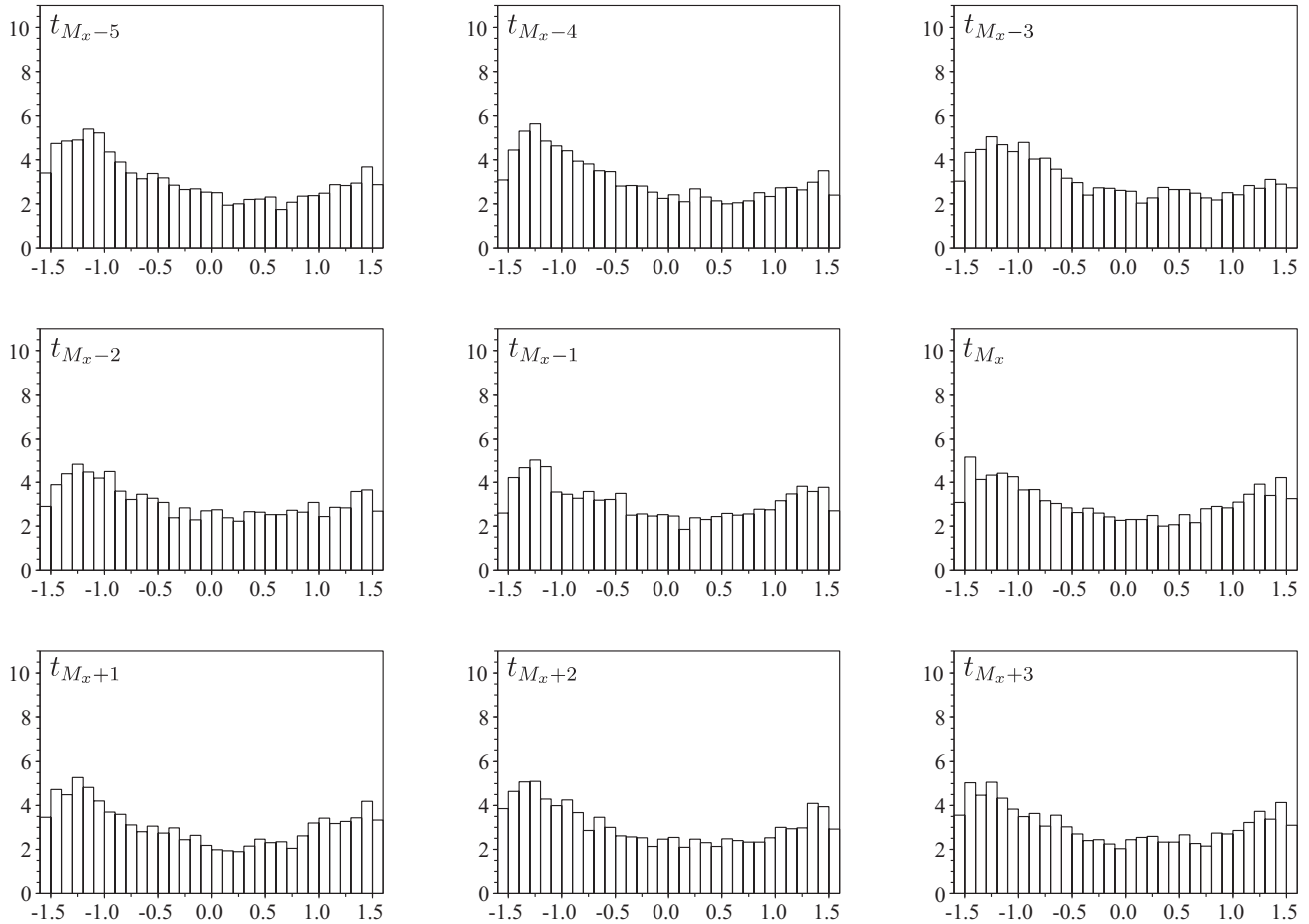


FIG. 5.6 – Évolution des répartitions des angles entre la structure et son environnement (voir la figure 5.5 pour la définition). L'ordonnée indique le pourcentage de structures par intervalle de longueur 0,1 radian. Ensemble des 4 592 trajectoires sélectionnées.

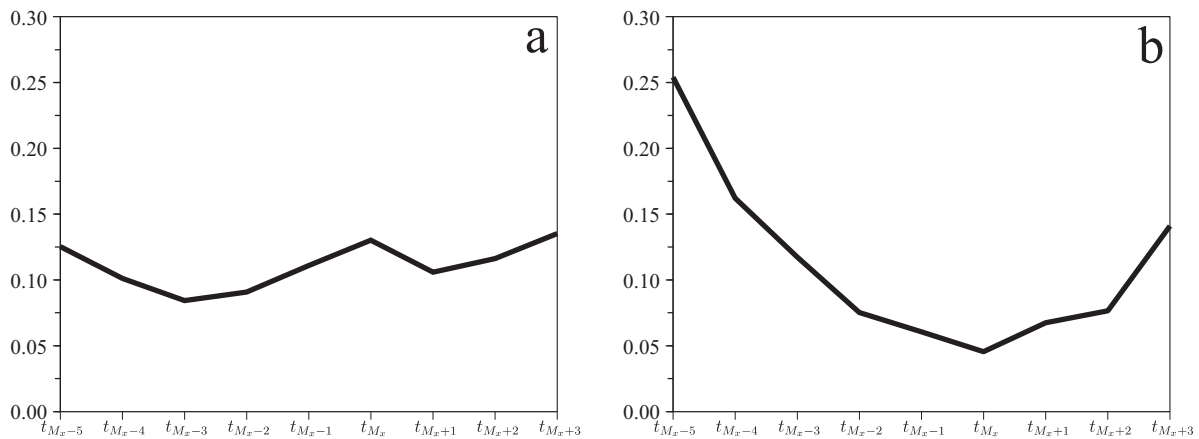


FIG. 5.7 – Répartition des instants d'étirement minimal (a) et maximal (b).

Ces orientations peuvent être ou bien le fait d'étirements forts selon certains axes privilégiés ou bien l'agencement plus ou moins fortuit de structures se trouvant dans une phase de très faible étirement de leur cycle de vie. Afin de renseigner ce point, les instants d'étirement maximum et minimum sont déterminés pour chaque dépression. La répartition de leur occurrence au cours du temps apparaît sur la Fig. 5.7. On remarque que le moment d'étirement minimum (la structure atteint alors sa forme la moins étirée, ce qui correspond à un rapport d'anisotropie faible) est relativement bien réparti tout au long des 9 instants, avec une légère sur-représentation de l'instant 1 ainsi que des quatre derniers instants examinés. En revanche, en conformité avec l'évolution moyenne du rapport d'anisotropie illustrée par la figure 5.4, un large nombre de structures connaissent leur maximum d'étirement au cours des trois premiers instants et très peu d'entre elles l'atteignent à t_{M_x} (6 fois moins qu'à l'instant 1). En tirant parti de cette détection du moment de maximum d'étirement, la figure 5.8 illustre les mêmes distributions que la figure 5.6 en restreignant cette fois les données à celles coïncidant avec le maximum d'étirement. La dissymétrie de part et d'autre de l'axe perpendiculaire à la baroclinie est encore plus marquée sur les premiers instants ; un rapport de 2 à 2,5 est obtenu. Ensuite, cette disparité s'estompe assez largement.

Synthèse

Ces statistiques sur l'ensemble des structures détectées puis suivies forment un point de départ à la recherche des situations correspondant au scénario identifié. Elles montrent que plusieurs caractéristiques présentes dans ce dernier peuvent en fait se retrouver, de manière plus ou moins nette, dans les statistiques générales :

- Les structures évoluent d'un environnement initialement assez fortement barocline vers des valeurs de baroclinie plus faibles.
- Avant d'atteindre leur maximum d'amplitude, les structures deviennent de moins en moins anisotropes. Ensuite, elles s'étirent de nouveau, mais à un rythme plus faible.
- Avant ce moment de maximum, les angles compris entre $-\pi/2$ et $-\pi/4$ sont des orientations privilégiées, d'autant plus à l'instant auquel la structure atteint son maximum d'étirement.

Enfin, une sélection sur deux zones géographiques a été effectuée (Fig. 2.4). Pour cela, les trajectoires sont triées selon le lieu où leur maximum d'amplitude est atteint. Les caractéristiques des populations Atlantiques (A) et Méditerranéennes (M) sont illustrées sur les figures 5.2, 5.3 et A.1 à A.4 en annexe. Quelques différences apparaissent :

- Les valeurs de baroclinie sont largement inférieures pour M que pour A aux premiers instants (d'environ 15%). Ensuite, elles sont très comparables.
- Les amplitudes atteintes sont très nettement différentes : la médiane de la population M atteint un maximum de $1,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ contre $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ pour A. Par ailleurs, les temps de doublement sont inférieurs en moyenne sur l'Atlantique : 32 heures contre 37 heures en Méditerranée.
- Les caractéristiques générales d'évolution de la forme relevées ci-dessus se retrouvent et sont même accentuées dans la population A. Elles sont un peu moins visibles en Méditerranée, en particulier concernant l'évolution du rapport d'anisotropie.

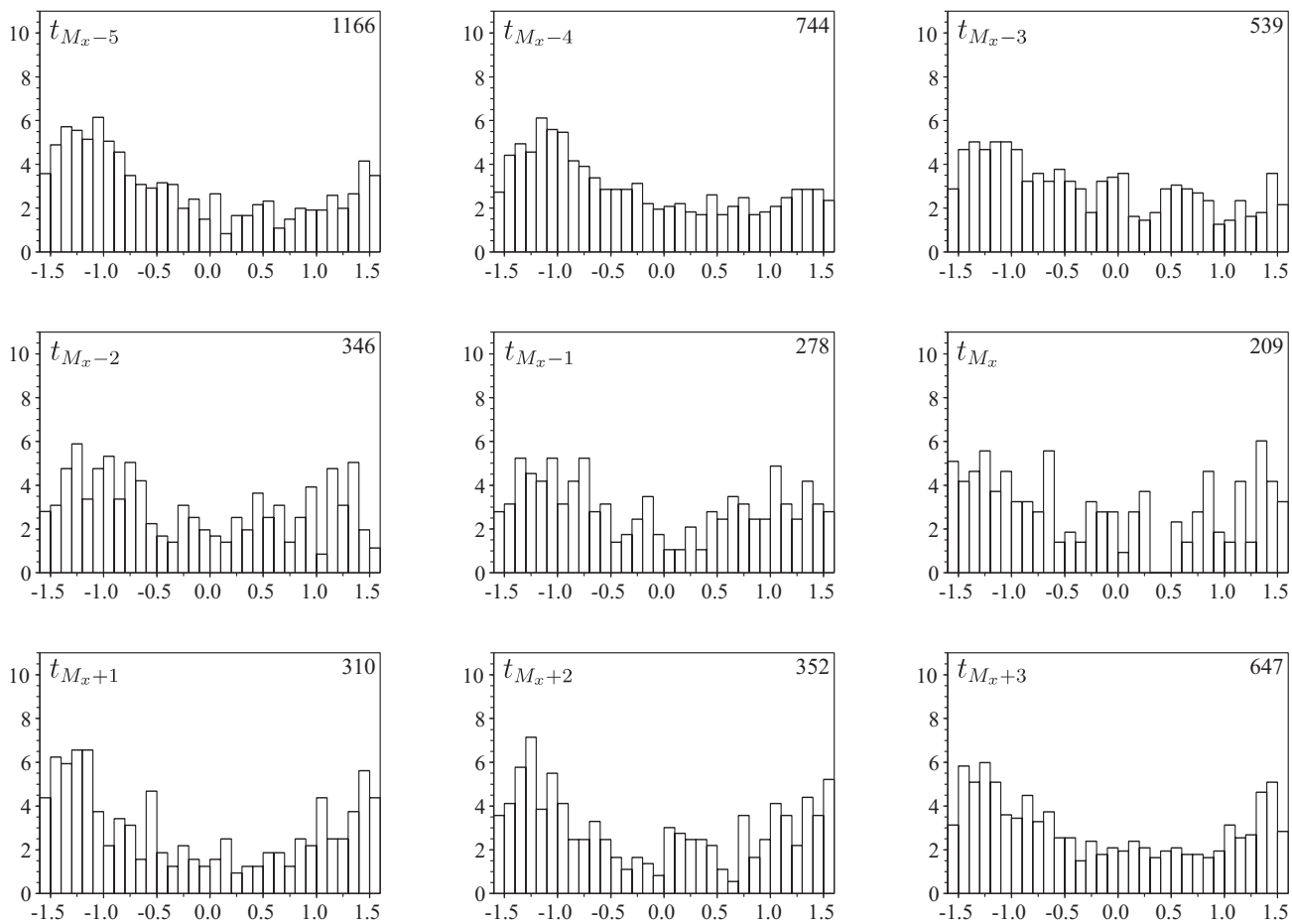


FIG. 5.8 – Identique à la figure 5.6 mais chaque structure ne contribue qu'une seule fois, à l'instant de son étirement maximal. L'effectif de l'ensemble des structures contribuant à un instant i apparaît en haut à droite de la figurine relative à l'instant i .

5.3.2 Méthode de sélection

Cette section est consacrée à la construction d'un ensemble réduit de trajectoires susceptibles de correspondre au scénario identifié dans l'article de la section 5.1. Dans un premier temps, seules les trajectoires évoluant dans un environnement dont la baroclinie est relativement forte sont de bonnes candidates. Ainsi, un seuil sur la valeur de baroclinie durant la phase de cyclogénèse est introduit. La valeur retenue ($6.10^{-6} \text{ K.m}^{-1}$) correspond à la moyenne des médianes entre les valeurs observées respectivement sur l'Atlantique et la Méditerranée. Ensuite, en se basant à la fois sur les éléments issus de l'étude idéalisée et des statistiques générales de la section précédente, des contraintes sur l'orientation avant le maximum d'amplitude ainsi que sur la forme et l'orientation après le maximum sont introduites. Plus précisément :

- **La baroclinie de grande échelle, moyennée entre les instants t_{M_x-4} à t_{M_x-2} doit être en moyenne supérieure à $6.10^{-6} \text{ K.m}^{-1}$ à la position du tourbillon à 850 hPa.**
- **L'étirement maximum de la structure au cours des 30 heures précédant le maximum d'amplitude (inclus) doit être tel que le rapport d'anisotropie est inférieur à 0,6 et l'orientation comprise entre $-\pi/2$ et $-\pi/4$ (Fig. 5.5).**
- **Après l'instant de maximum d'amplitude, ou bien le rapport d'anisotropie atteint au moins une fois 0,8 ou bien l'orientation est au moins une fois incluse dans l'intervalle $[0, \pi/2]$.**

On peut remarquer que la sélection concernant l'orientation avant t_{M_x} mise en œuvre est plus restrictive que le schéma visé, les angles compris entre $-\pi/4$ et 0 étant exclus. Ce choix a été guidé par les résultats statistiques obtenus à la section précédente. L'examen des structures d'orientation comprise entre $-\pi/4$ et 0 pourrait être également pertinent et correspondre au scénario identifié.

Par ailleurs, ces contraintes ont été définies en respectant au maximum le rythme propre des dépressions. En effet, l'examen de cas d'étude a montré que certaines d'entre elles subissaient des changements de forme et d'orientation en l'espace de moins de 18 heures alors que d'autres mettent beaucoup plus de temps. Ainsi, mise à part la définition de l'intervalle de temps d'étude (5 pas de temps avant et 3 après le maximum d'amplitude) qui est choisi suffisamment petit pour permettre une étude sur un effectif relativement grand de dépressions, la définition des contraintes de forme et d'orientation ne suppose pas un rythme d'évolution particulier.

5.3.3 Statistiques sur les trajectoires sélectionnées

Le tableau 5.1 montre le taux de sélection par le biais des contraintes ainsi définies. Il est de prime abord un peu surprenant de constater qu'une proportion conséquente de dépressions méditerranéennes est conservée par la sélection. En anticipant quelque peu sur la suite, ces cas ne correspondent en fait que rarement (un sur dix) à une traversée d'une zone de vent fort.

Concernant les caractéristiques des trajectoires retenues, la sélection conduit sans surprise à une exacerbation des caractéristiques de forme et d'orientation précédemment vues et en adéquation avec le scénario visé. Notons que le fait d'introduire une hypothèse sur la baroclinie conduit à une élimination quasi-complète des trajectoires estivales (Fig. 5.9b). Concernant l'amplitude maximale

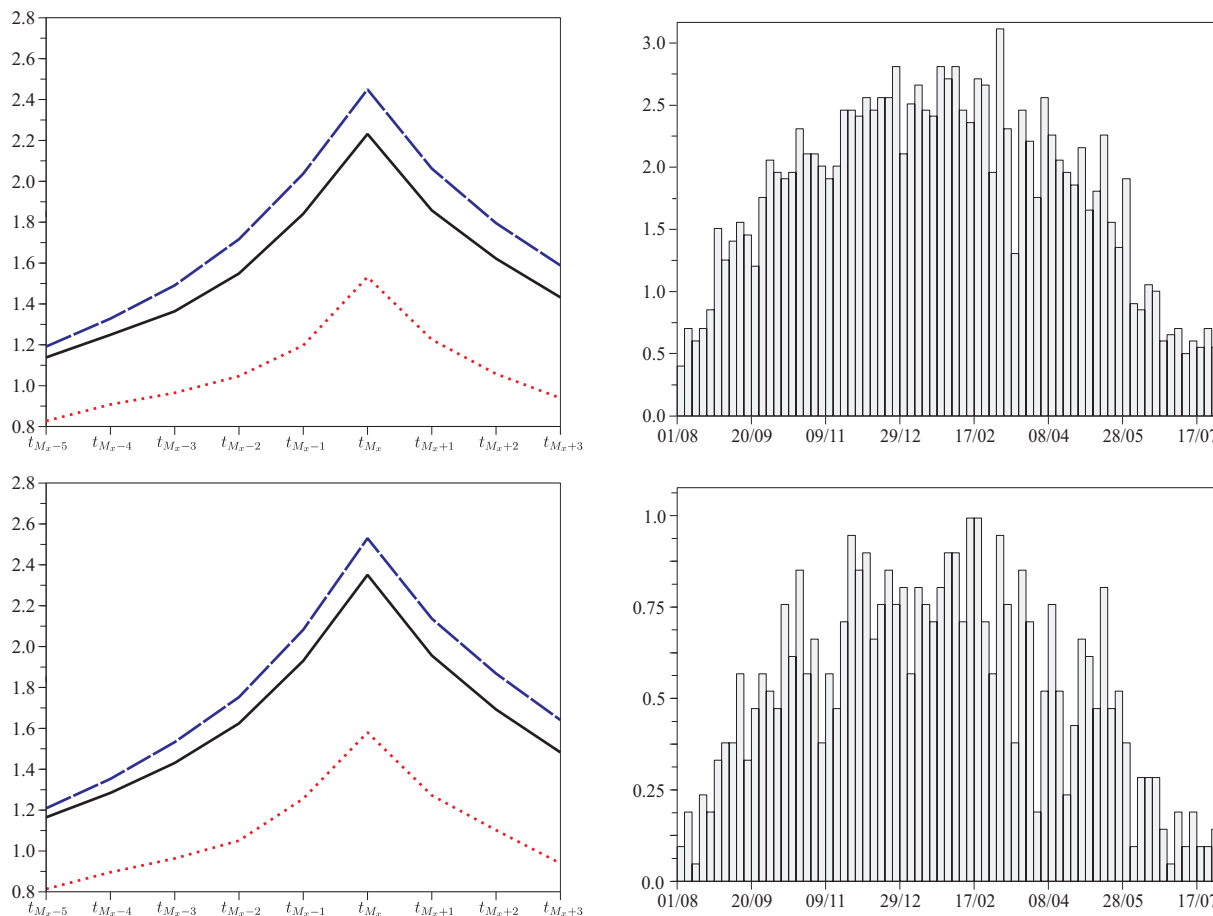


FIG. 5.9 – (a), (b) et (c), (d) : identiques à Fig. 5.3a et b. En haut, sélection selon la valeur de baroclinie (2627 éléments). En bas, sélection complète (813 trajectoires).

(Fig. 5.9a), la médiane passe de 2 à $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ par sélection selon la baroclinie puis à $2,35 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ par celle selon la forme et l'orientation. Notons que la sélection géographique n'a aucune influence sur cet accroissement d'amplitude.

La longueur des trajectoires sélectionnées est en moyenne peu modifiée par la sélection faite : 120 heures pour les 813 trajectoires retenues, contre 116 heures pour les 4 592 trajectoires initialement considérées. On peut retenir que, par construction-même, ces valeurs sont néanmoins nettement supérieures aux 47 heures du jeu de trajectoires complètes (naissant et finissant à l'intérieur du domaine ; Fig. 4.2). Par ailleurs, un très léger biais vers des distances parcourues plus longues, en particulier pour les dépressions Atlantiques, est obtenu. En effet, en se limitant à la population des dépressions Atlantiques, quasiment toutes les trajectoires retenues naissent sur le continent Américain ou sur l'Atlantique à l'ouest de 30°O . Le maximum d'amplitude est atteint en moyenne entre 50°N (sur l'Atlantique Ouest) et 60°N sur l'Atlantique Est (Fig. 5.10). Enfin, elles terminent leur vie ou dans l'Atlantique Nord ou sur le nord de l'Europe, quasi-systématiquement au-delà de 60°N .

	ensemble	9 instants	baroclinie	sélection
toute zone	23 324	4 592 (19,7%)	2 627 (57,2%)	813 (30,9%)
Atlantique	11 009	2 528 (23,0%)	1 450 (57,3%)	461 (31,8%)
Méditerranée	4 217	729 (17,3%)	361 (49,5%)	122 (33,8%)

TAB. 5.1 – Tableau renseignant les effectifs issus des sélections croisées (géographiques en ligne et “dynamiques” en colonne). Les pourcentages apparaissant entre parenthèses expriment le ratio obtenu par la seule contrainte dynamique de la colonne correspondante, relativement à la colonne précédente.

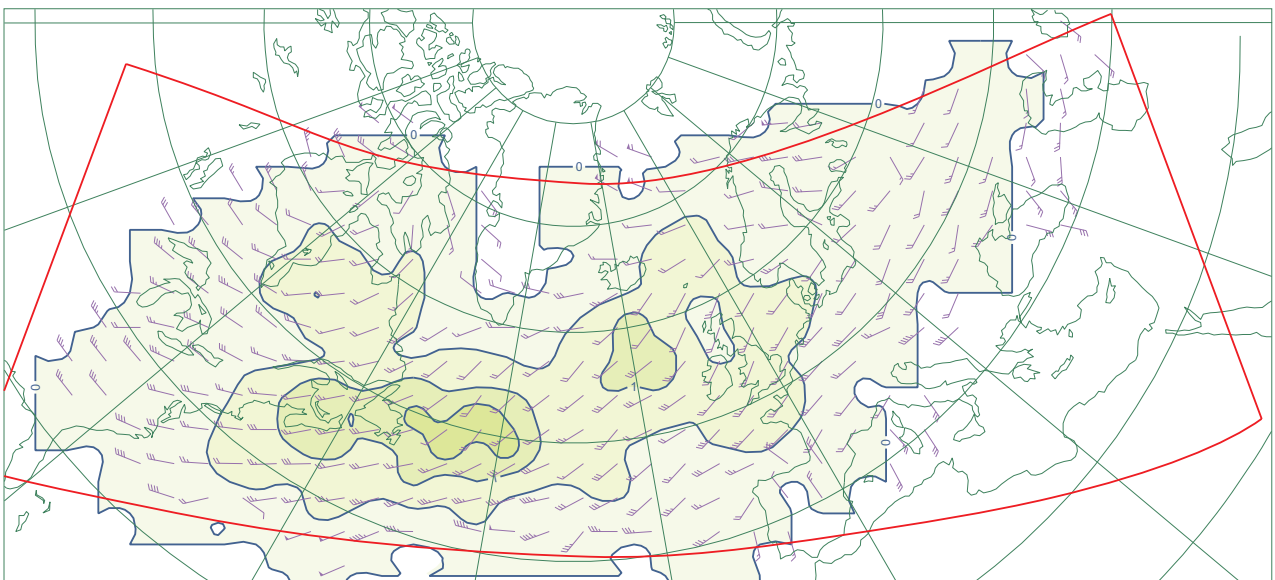


FIG. 5.10 – Illustration de la zone où les trajectoires qui ont été sélectionnées et qui appartiennent à la population Atlantique, atteignent leur maximum d’amplitude. 485 éléments. Intervalle : 2 structures passant par an dans un rayon de 380 km.

5.4 Vers une étude dynamique

La section précédente a abouti à la construction d'un sous-ensemble de 813 trajectoires susceptibles de correspondre au schéma illustré par la figure 5.1. Il est cependant nécessaire de vérifier la présence d'un courant-jet ainsi que l'évolution de sa position relativement au tourbillon de basses couches. Pour cela, il est indispensable de passer par le calcul de l'environnement de la dépression, débarrassé de cette dernière mais également des structures cohérentes synoptiques de tourbillon potentiel d'altitude. Cette section présente la manière avec laquelle ce calcul est mené sur les 813 trajectoires retenues puis décrit la sélection finale réalisée à partir de la connaissance du champ de vent de l'environnement, alors connu.

5.4.1 Principe et mise en œuvre de l'inversion

Principe général

Aborder la question de l'interaction entre les structures cohérentes et leur environnement requiert de partitionner pour chacun des cas les champs de vent horizontal, de température mais aussi de vitesse verticale en deux composantes, l'une que l'on attribuera à la partie "structures" et l'autre qui constituera leur environnement.

Le fait d'avoir extrait des structures d'altitude sur un champ de tourbillon potentiel ouvre la possibilité de l'utilisation de l'inversion du tourbillon potentiel. En effet, une fois donnée la condition à la limite inférieure (fournie par la structure de TR850) il est possible, à partir d'une condition d'équilibre, de reconstruire l'ensemble des paramètres dynamiques (notamment vent et température) à partir de la seule donnée du tourbillon potentiel d'Ertel. De manière plus précise, l'inversion se déroule de la manière suivante :

- L'extraction des structures cohérentes de tourbillon potentiel étant bidimensionnelle, la section 5.4.2 présentera la manière avec laquelle, à partir de cette seule donnée, on peut définir un modèle statistique vertical simple conduisant à la connaissance du profil vertical des structures de tourbillon potentiel, qui seront alors tridimensionnelles.
- Une fois la donnée de tourbillon potentiel d'Ertel tridimensionnelle construite, on recherche une formulation de l'inversion du tourbillon potentiel. Dans la mesure où un grand nombre d'inversions ($813 \times 9 = 7317$) doivent être réalisées, celle-ci doit être simple et peu coûteuse.

Le choix de l'inversion du tourbillon pseudo-potentiel quasi-géostrophique (TPPQG) sous l'hypothèse de l'équilibre géostrophique pourrait paraître naturel de par la linéarité des opérateurs : une seule équation aux dérivées partielles d'ordre deux est à résoudre. Cette solution n'est cependant pas retenue. La première raison est liée à la difficulté de convertir les structures cohérentes extraites – définies par le tourbillon potentiel d'Ertel – en TPPQG qui, lui, est homogène à un tourbillon. La seconde raison réside dans le fait que l'opérateur d'inversion quasi-géostrophique s'appuie sur un profil vertical de stabilité statique indépendant de la localisation horizontale. Or, il a été montré que les variations horizontales de ce profil influençaient notablement la forme des solutions (Thorpe et Pedder, 1999). Ainsi, le choix s'est porté sur l'inversion d'une forme simplifiée du tourbillon potentiel d'Ertel $P = -g(f + \zeta) \partial\theta/\partial p$. On pourra se reporter à l'annexe B pour une

discussion de la cohérence et de la validité des hypothèses sous-jacentes. Le calcul se déroule de manière itérative, chaque étape étant constituée d'une inversion sous hypothèse géostrophique. Par linéarité de l'équation décrivant l'hypothèse géostrophique, le résultat étant une superposition de solutions, il vérifie lui aussi l'équilibre géostrophique. La condition à la limite est naturellement de type Dirichlet, basée sur la connaissance du tourbillon relatif des structures cohérentes à 850 hPa.

Attribution

Le fait que le problème soit non-linéaire conduit à la nécessité de faire un choix quant à la part des variables à attribuer à la composante “structures”. Face à cette même difficulté, Davis et Emanuel (1991) adoptent une stratégie dite par morceau, ou “piecewise”, lors de leur inversion du tourbillon potentiel d'Ertel sous hypothèse de balance de Charney. Ici, la stratégie est la suivante. On calcule tout d'abord le tourbillon potentiel total P à partir des variables de tourbillon relatif ζ et de température potentielle θ issues de l'ERA-Interim. Ensuite, à l'aide du tourbillon potentiel d'Ertel P_s de la structure, on calcule le tourbillon potentiel de l'environnement P_r par différence $P_r = P - P_s$. À partir de cette décomposition, le but de l'inversion est de retrouver les variables associées à l'environnement, que l'on notera θ_r et ζ_r et telles que $P_r = -g(f + \zeta_r) \partial\theta_r / \partial p$.

Notons maintenant $\theta_s = \theta - \theta_r$ et $\zeta_s = \zeta - \zeta_r$, quantités constituant la contribution de la partie “structures” aux variables d'état. On peut écrire une équation pour P_s suivant la forme simplifiée du tourbillon potentiel d'Ertel choisie précédemment :

$$P_s = -gf \left(\frac{\partial\theta_s}{\partial p} \right) - g\zeta_s \left(\frac{\partial\theta_r}{\partial p} \right) - g\zeta_s \left(\frac{\partial\theta_s}{\partial p} \right).$$

On notera que seul le dernier terme est non-linéaire, les deux premiers étant très proches de la forme quasi-géostrophique. Enfin, on inverse sous hypothèse géostrophique une forme très simplifiée de l'opérateur précédent, dont on omet le troisième terme et dont on simplifie le second. On note P'_s cette expression simplifiée, qui s'écrit :

$$P'_s = -gf \left(\frac{\partial\theta'_s}{\partial p} \right) - g\zeta'_s \left(\frac{\partial\Theta(p)}{\partial p} \right).$$

L'inversion se réduit donc à la résolution d'un laplacien tridimensionnel. Cette inversion conduit aux grandeurs θ'_s et ζ'_s . Elle est cependant incomplète, puisqu'en toute généralité, P_r est différent de $P - P'_s$, ζ_r est différent de $\zeta - \zeta'_s$ et θ_r est différent de $\theta - \theta'_s$. Pour converger vers la bonne solution, on itère successivement en inversant le résidu $P - P'_s - P_r = P_s - P'_s$. Une dizaine d'itérations suffisent à aboutir à des différences d'au moins un ordre de grandeur inférieur aux variables recherchées. Une telle stratégie incrémentale est décrite par Arbogast et al. (2008). On aboutit ainsi à la connaissance du champ de vent horizontal et de température pour chacune des deux parties “structures” d'une part et environnement d'autre part.

Afin de décrire aussi complètement que possible l'interaction entre les structures et leur environnement, il est nécessaire de prolonger le processus d'inversion par le calcul d'une vitesse verticale notamment pour l'obtention du terme de conversion interne, lié à la corrélation entre la vitesse verticale induite par la structure et sa température. Pour ce calcul, la forme quasi-géostrophique

est employée, la seule qui peut être mise en pratique de façon simple. Là encore, le problème est non-linéaire puisque la vitesse verticale est calculée à partir de la divergence du vecteur classiquement noté \vec{Q} , qui est constitué de produits de variations horizontales des variables de vent et de température. Ici, on calculera une première vitesse verticale quasi-géostrophique ω à partir des champs totaux puis une seconde, notée ω_r , calculée uniquement à partir des variables décrivant l'environnement. La différence $\omega_s = \omega - \omega_r$ fournit alors la vitesse verticale que l'on attribuera à la partie "structures" de l'écoulement.

5.4.2 Détermination des structures tridimensionnelles de tourbillon potentiel

Pour réaliser l'inversion du tourbillon potentiel, deux informations concernant la partie de l'écoulement considérée comme étant liée aux structures cohérentes sont nécessaires. La première est la condition à la limite inférieure définie par la donnée de tourbillon relatif extrait à 850 hPa. L'autre est constituée des valeurs de tourbillon potentiel en chaque point du domaine tridimensionnel. L'outil d'inversion qui a été utilisé est tel que ce domaine est défini par des niveaux isobares. Pour aboutir à cette donnée à partir du seul champ bidimensionnel connu – de surcroît sur une surface isentrope – un unique scalaire pour chaque niveau isobare sera recherché, permettant, par simple pondération de la structure extraite à 315 K, de définir la structure sur chaque niveau. On fait donc l'hypothèse forte qu'une structure de tourbillon potentiel conserve sa forme, son échelle et sa localisation géographique (pas de tilt vertical) sur toute l'épaisseur du domaine considéré, seule son amplitude dépend de l'altitude.

Ce profil vertical est déterminé en tirant parti des diagnostics réalisés sur les structures, plus précisément leur échelle et leur étirement. Quatre classes d'étirement pour chacune des deux échelles 3 et 4 ont été construites, par classification par nuées dynamiques à l'aide de la climatologie complète de structures de tourbillon potentiel à 315 K (Fig. 5.11). Ensuite, des composites de PV ont été construits sur chacun des niveaux isobares en positionnant le maximum des structures de PV315 au centre et en orientant le domaine selon l'axe principal de chaque structure. La figure 5.12 illustre ces composites sur le niveau 300 hPa. Finalement, le profil vertical est obtenu par simple différence entre la valeur de tourbillon potentiel observée d'une part au centre et d'autre part aux bords d'un domaine circulaire d'environ 2 000 km de rayon (voir les figures 5.11 et 5.12). Notons que le fait de mettre en œuvre des rotations relativement à l'angle d'étirement de chaque structure d'altitude induit une dispersion de la position des éventuels noyaux de vorticité en basses couches, situés non loin d'une structure d'altitude.

Le tableau 5.2 montre les valeurs ainsi obtenues. On peut remarquer qu'au-dessus de 250 hPa, les structures d'échelle 4 sont plus fortes que celles d'échelle 3. À ces altitudes, l'influence de l'étirement est secondaire, néanmoins en faveur des structures les moins étirées. Par ailleurs, la pénétration vers le bas se fait préférentiellement pour les structures rondes (classes 5 et 6, classe 1) et d'échelle 3. En définitive, la sélection des structures selon leur étirement et leur échelle semble pertinente en vue de la prise en compte, certes minimale, des spécificités des structures quant à leur pénétration verticale. Il est évident que ce modèle reste très rudimentaire et que son raffinement,

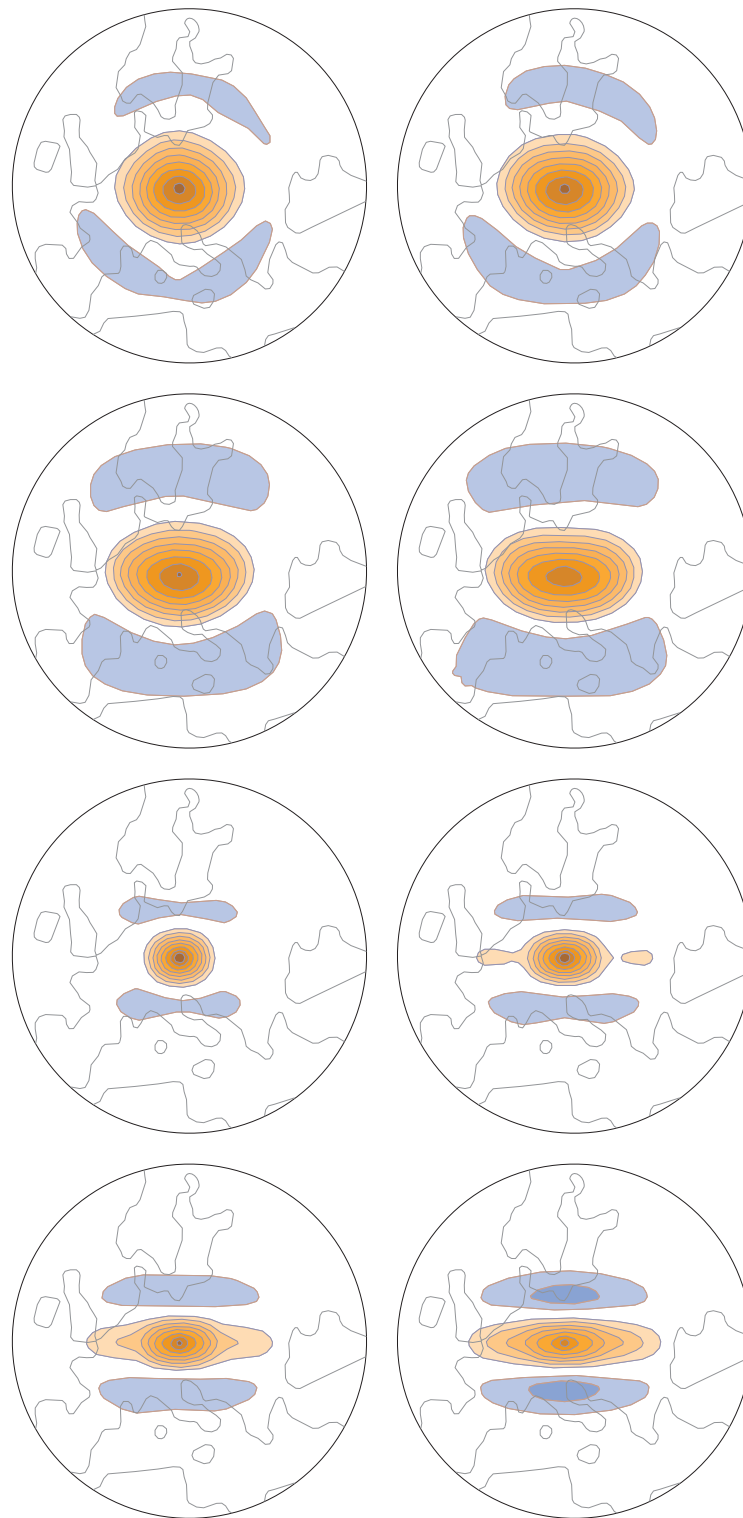


FIG. 5.11 – Composite des structures de PV315. Dans l'ordre de lecture : les quatre classes d'échelle 4 (du rapport d'anisotropie le plus fort au plus faible) puis les quatre classes d'échelle 3 (même classement selon l'étirement). Le centre du composite correspond au centre de la structure, l'orientation est telle que l'axe principal de la structure corresponde à l'axe des abscisses. Intervalle : 0,4 PVU.

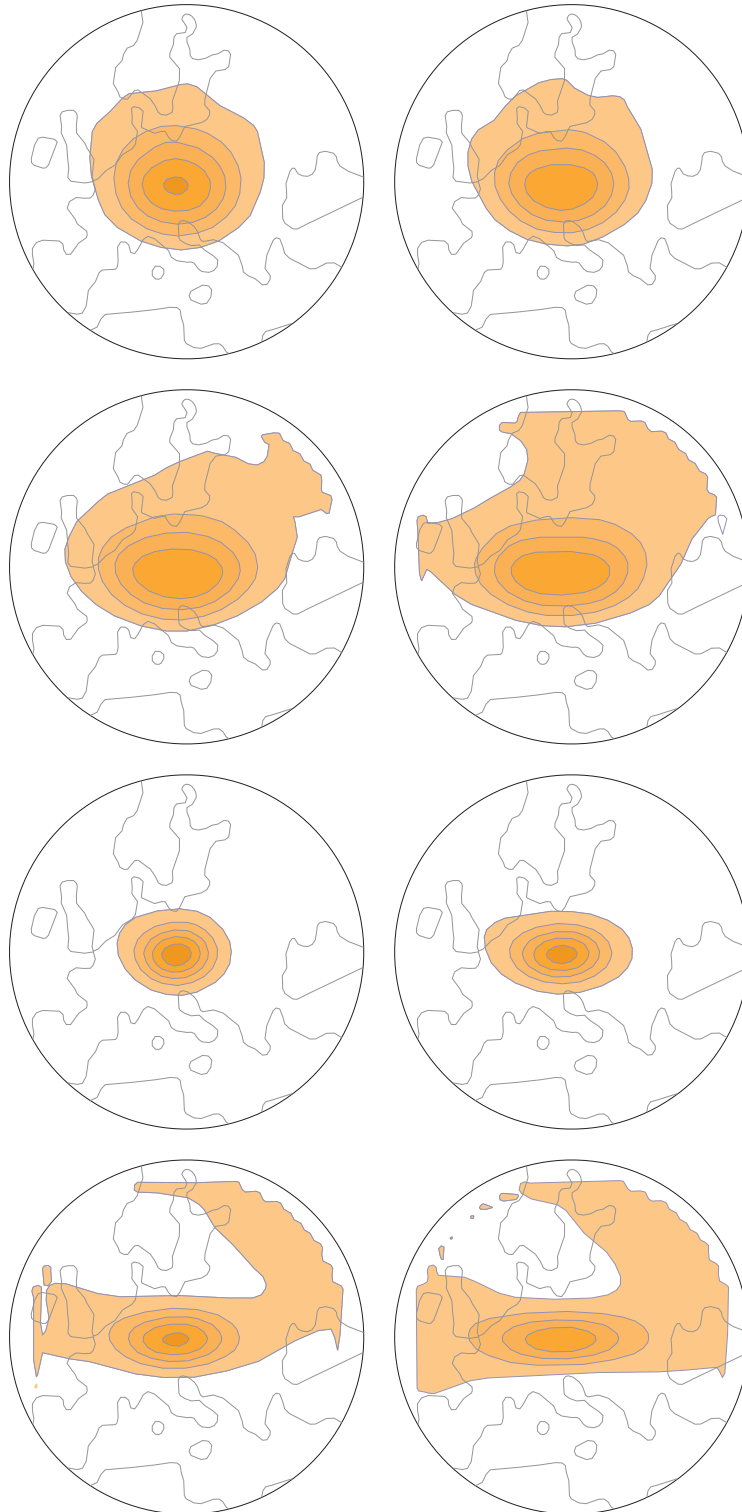


FIG. 5.12 – Composite de PV total à 300 hPa. Même ordre que la figure 5.11. Valeurs supérieures à 2 PVU ; intervalle : 1 PVU.

1	4	0.673	0.989	3.34	0.020	0.070	0.138	0.168	0.287	1.190	4.775	4.706	2.460	1.894	1.500
2	4	0.469	0.673	3.30	0.009	0.017	0.068	0.091	0.173	0.960	4.471	4.477	2.303	1.867	1.500
3	4	0.276	0.469	3.21	0.002	0.030	0.057	0.088	0.206	1.032	4.184	4.154	2.185	1.886	1.500
4	4	0.001	0.276	3.09	0.003	0.038	0.047	0.063	0.195	1.023	4.005	3.932	2.092	1.874	1.500
5	3	0.692	0.990	3.53	0.090	0.130	0.190	0.196	0.251	1.138	5.353	5.019	2.099	1.206	0.600
6	3	0.478	0.692	3.48	0.041	0.085	0.141	0.150	0.249	1.149	5.032	4.676	1.915	1.153	0.400
7	3	0.275	0.478	3.26	0.037	0.054	0.085	0.119	0.209	1.109	4.417	4.048	1.661	1.026	0.450
8	3	0.001	0.275	2.94	0.001	0.002	0.035	0.083	0.190	1.003	3.696	3.372	1.359	0.797	0.250
n	e	rn	rx	ampl	850	800	700	600	500	400	300	250	200	150	100

TAB. 5.2 – Valeurs caractéristiques de chacune des huit classes utilisées pour la restitution des profils verticaux des structures. De gauche à droite : le numéro de la classe n , l'échelle associée e , les rapports d'anisotropies minimal rn et maximal rx de la classe, l'amplitude moyenne $ampl$ sur le niveau 315 K et la pondération à utiliser sur 11 niveaux isobares entre 850 à 100 hPa.

voire la réalisation d'extractions directement sur chacun des niveaux isobares (Plu et al., 2008), conduirait vraisemblablement à des résultats de meilleur qualité.

Enfin, la partie “structures” du champ tridimensionnel de tourbillon potentiel sera constitué de la somme de toutes les structures de PV315. L'environnement est simplement obtenu par différence entre le champ total et celle-ci. Notons que la partie “structures” à la limite inférieure n'est composée que de la structure à laquelle nous nous intéressons. D'autres structures éventuellement présentes dans un voisinage proche seront considérées comme faisant partie de son environnement.

5.4.3 Résultat de l'inversion et sélection

Une première illustration

Le résultat de l'inversion est illustré sur un cas de creusement intense à la traversée d'un courant-jet, le 18 avril 1990 au large des côtes du Québec. Les illustrations (figures 5.13 et 5.14) sont proposées sur le domaine de calcul de l'inversion, centré sur le centre de la structure tourbillonnaire à 850 hPa, positionné de manière arbitraire sur le point 45°N, 30°O. Par ailleurs, le domaine est orienté de telle manière que le gradient de température potentielle pointe vers le sud du domaine. Nous avons choisi d'illustrer ce cas 12 heures avant le maximum d'amplitude de la structure tourbillonnaire à 850 hPa, durant sa phase de cyclogénèse donc.

La figurine 5.13a montre que le tourbillon potentiel en altitude prend une forme relativement complexe, avec deux maxima au bout d'une langue de fortes valeurs. Ce type de structure est particulièrement difficile à extraire et la figurine 5.13b l'illustre. Extraite à l'échelle 4, la structure construite contient pour une large part le maximum le plus proche du tourbillon à 850 hPa ainsi que le prolongement en direction du vortex polaire. La rotation avant extraction est un compromis entre la bonne représentation de ces deux éléments. La valeur atteinte est d'un peu plus de 5 PVU à 300 hPa. On peut noter que la structure extraite est particulièrement grande. En pleine phase de cyclogénèse (12 heures avant le maximum d'amplitude), la structure d'altitude est située en amont de celle de basses couches.

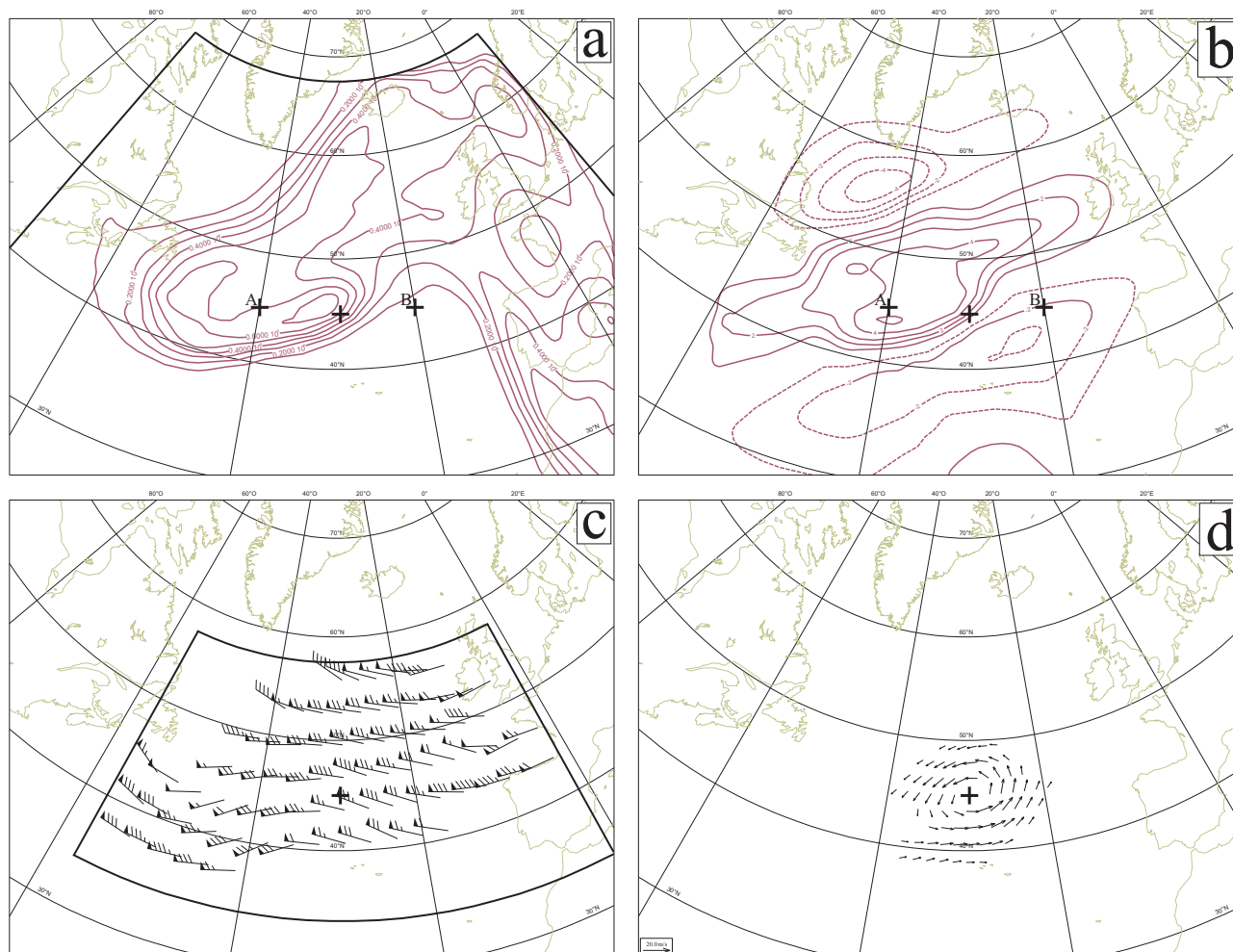


FIG. 5.13 – (a) : tourbillon potentiel total à 300 hPa; intervalle : 1 PVU. (b) : partie “structures” du tourbillon potentiel à 300 hPa; intervalle : 1 PVU. (c) : champ de vent de l’environnement, moyenné entre 100 et 400 hPa. (d) : champ de vent de la partie “structures”, moyenné entre 700 et 900 hPa. Les points A et B pointent les deux extrémités de la coupe verticale de la figure 5.14 et la croix signale la position du centre de la structure tourbillonnaire à 850 hPa.

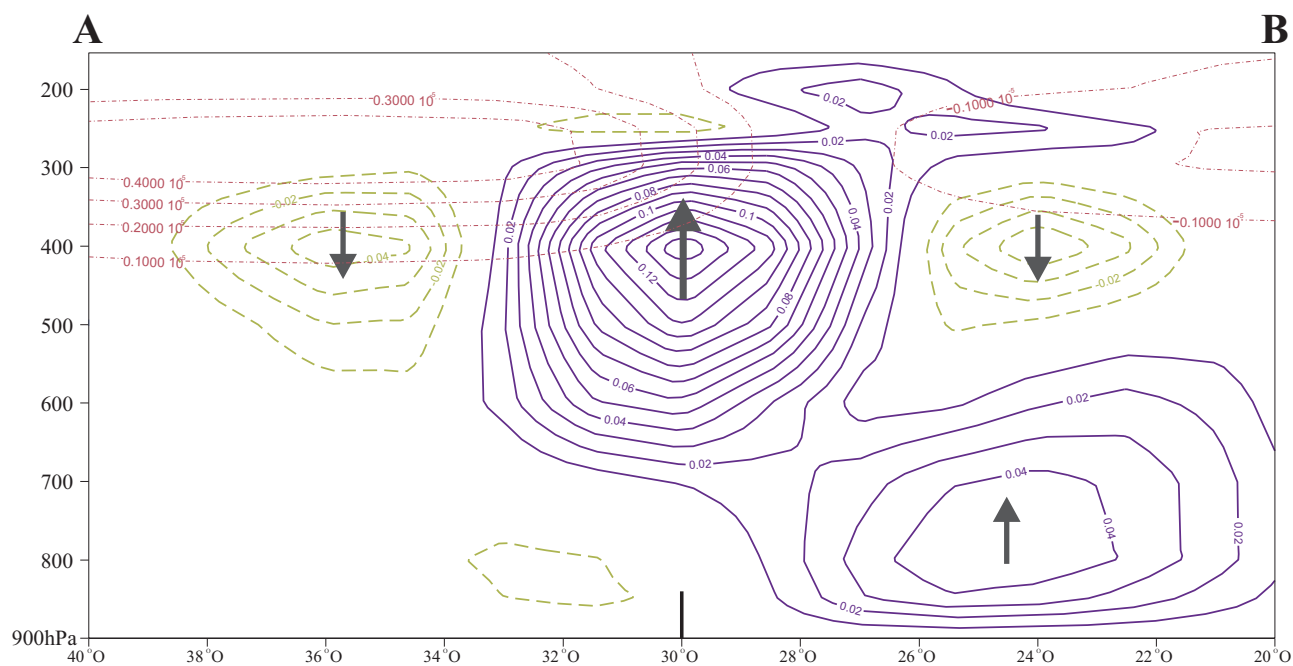


FIG. 5.14 – Coupe verticale entre 40°O (point A) et 20°O (point B), à 45°N. Le centre du tourbillon à 850 hPa est situé (arbitrairement) à 30°O. En traits tiretés-pointillés rouges : partie “structures” du tourbillon potentiel; intervalle : 1 PVU; étiquettes en $\text{m}^2\text{s}^{-1}\text{K kg}^{-1}$. En traits continus bleus (resp. tiretés verts) : vitesse verticale ascendante (resp. subsidente) attribuée à la partie “structures”; intervalle : 10^{-2} m.s^{-1} ; étiquettes en m.s^{-1} .

Les figurines 5.13c et d montrent le champ de vent issu du calcul d'inversion. En altitude, le vent de l'environnement est très zonal, avec des valeurs maximales de l'ordre 90 nœuds. On peut observer une légère courbure cyclonique à l'ouest de 40°O , liée au fait que la totalité de la structure n'est pas extraite. En basses couches, le champ de vent est la signature de la condition à la limite en tourbillon relatif. Celui-ci est déjà relativement intense ($2,4 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$) et se traduit par des valeurs de vent atteignant $25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le calcul de la vitesse verticale est illustré par une coupe verticale (figure 5.14). Elle présente la partie de la vitesse verticale que l'on attribue à la partie "structures", obtenue par différence entre celle calculée à partir de l'écoulement total et celle de l'environnement. À proximité du système d'intérêt, centré sur 30°O , deux noyaux d'ascendances apparaissent, l'un vers 800 hPa vers 25°O et l'autre d'intensité supérieure vers 400 hPa et située au droit de la dépression à 850 hPa. Ce dernier noyau est positionné favorablement pour réaliser un très fort étirement de la structure de tourbillon relatif. Enfin, des vitesses verticales négatives d'amplitude plus faible apparaissent sous la structure de tourbillon potentiel d'altitude.

Examen du champ de température potentielle de l'environnement

Le fait d'avoir accès au champ de température potentielle de l'environnement permet de vérifier *a posteriori* que le calcul de l'orientation de la baroclinie fait par simple séparation d'échelle sur les champs totaux de température à 850 et 500 hPa (section 5.3) correspond bien à celle de la baroclinie de l'environnement. Ici, la variation horizontale est calculée par différences finies dans un carré de 2000 km de côté. La figure 5.15 montre la répartition de la différence d'angle entre le calcul effectué à la section 5.3 et l'orientation effective du champ environnemental de θ après inversion. Elle montre que l'erreur commise (17° en erreur quadratique moyenne) est généralement peu importante, mais néanmoins non négligeable. En particulier, un biais d'une dizaine de degrés dans le sens direct apparaît. La figure 5.16 montre cette même différence mais pour différentes classes de baroclinie. Elle montre que, pour des valeurs relativement faibles de baroclinie (inférieures à $8 \cdot 10^{-6} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$), la dispersion est grande : le fait d'estimer le vecteur barocline de l'environnement à partir d'un filtrage spatial conduit à de larges erreurs. Au contraire, quand la baroclinie est forte, la dispersion est beaucoup plus faible : l'orientation est plus facile à estimer. Le biais dans le sens direct se retrouve néanmoins sur toutes les classes d'amplitude de la baroclinie.

Par ailleurs, on peut également vérifier l'évolution temporelle de la valeur de la baroclinie elle-même. La figure 5.17 présente cette évolution. Cette dernière est très proche de celle issue de l'ensemble des structures (Fig. 5.2), avec en particulier la même diminution entre les instants 1 et 9 : 19% en moyenne. Cependant, on pourra remarquer une différence nette dans l'ordre de grandeur de la baroclinie – un facteur 2 est communément observé – ce qui est à mettre sur le compte de la manière différente de calculer. En effet, les calculs menés sur les champs totaux de température potentielle reposait sur une décomposition en échelle, et le gradient est calculé sur un champ de variation, par construction, lente. Ici, la baroclinie est simplement définie par différence finie dans un carré de côté 1500 km.

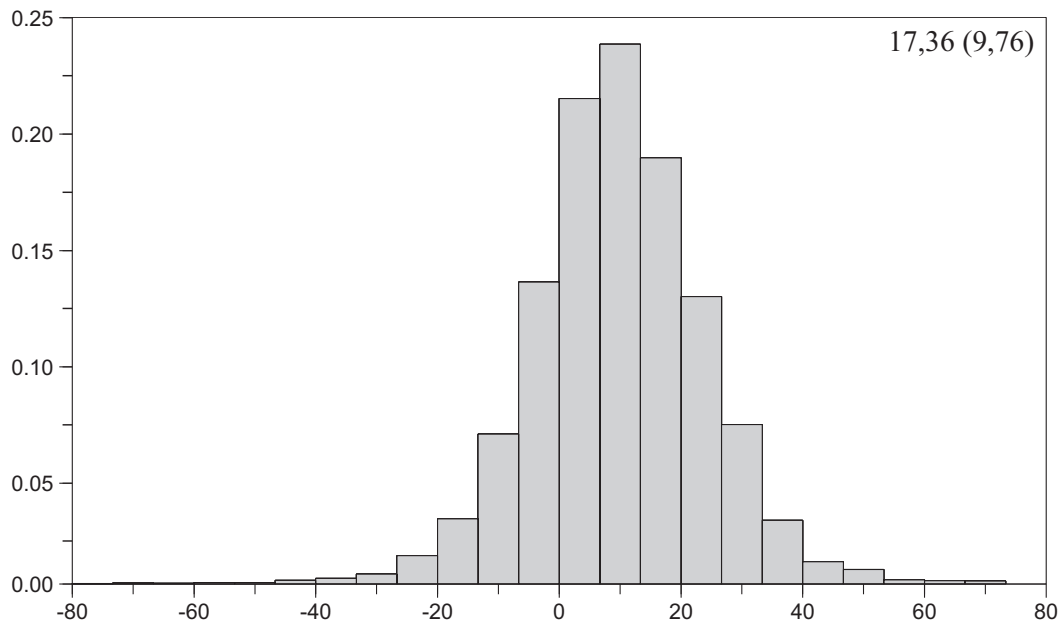


FIG. 5.15 – Histogramme des différences (en degré) entre l'orientation de la baroclinie diagnostiquée par filtrage spatial et l'orientation de la baroclinie calculée sur le champ environnemental de température potentielle, en degré. Une valeur positive indique un biais du diagnostic initial dans le sens direct. L'erreur quadratique moyenne et le biais (entre parenthèses) apparaissent en haut à droite.

Enfin, la figure 5.18 montre l'évolution temporelle de quelques statistiques de la valeur de la température potentielle de l'environnement au centre de la structure. Même si les valeurs extrêmes ne connaissent pas de tendance marquée (non montré), les autres paramètres statistiques suivent une évolution similaire : une diminution durant les instants précédant le maximum d'amplitude de l'ordre de 4 à 6 K, puis une tendance à la stabilisation une fois ce maximum atteint. Ainsi, on retrouve le fait que les dépressions de surface essentiellement sélectionnées selon leur orientation et leur forme évoluent en moyenne effectivement vers un environnement plus froid au cours de la phase de cyclogénèse aboutissant à leur maximum d'amplitude.

Position relativement au courant-jet

Afin d'identifier parmi les 813 structures inversées celles qui correspondent au scénario visé, la position du maximum de vent au niveau 300 hPa est déterminée, relativement au centre de la structure de TR850 à chacun des neuf instants. Pour cela, une recherche du maximum de vent selon l'axe défini par la baroclinie est menée sur 900 km de part et d'autre de la structure et sur l'ensemble des points où il est supérieur à 35 m.s^{-1} et où le vent fait un angle inférieur à 45° avec l'axe méridien. Notons que les résultats sont relativement peu dépendants du choix de ces seuils ; la valeur de 35 m.s^{-1} a été déterminée suite à l'examen attentif de quelques cas. Si aucun point le long de l'axe de baroclinie ne vérifie ces deux conditions, alors l'étiquette "X" est donnée. Si au moins un point correspond, alors on attribuera la lettre "S" (resp. "N") si le maximum de vent est situé au

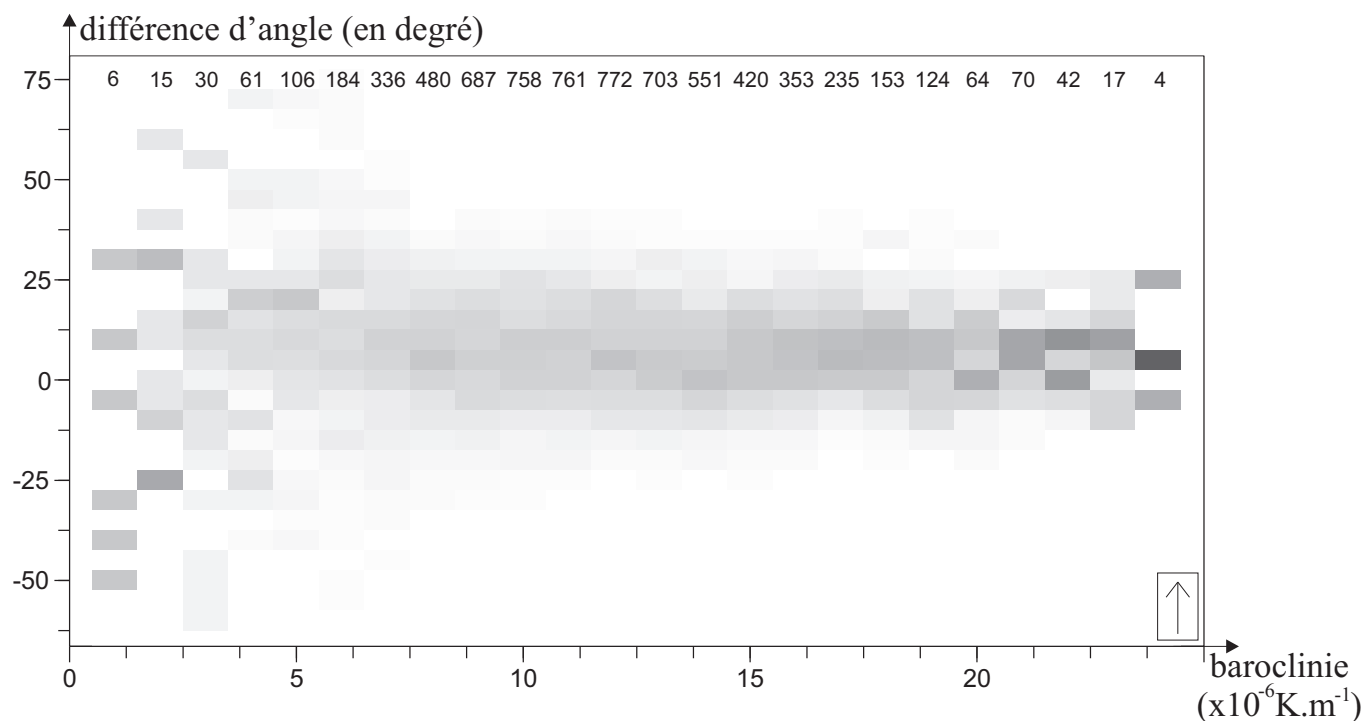


FIG. 5.16 – Occurrences croisées de la valeur de baroclinie (en 10^{-6}K.m^{-1}) en abscisse et de la différence d'orientation en ordonnée (en degré). Chaque colonne est normalisée par son effectif total, qui apparaît en haut de celle-ci.

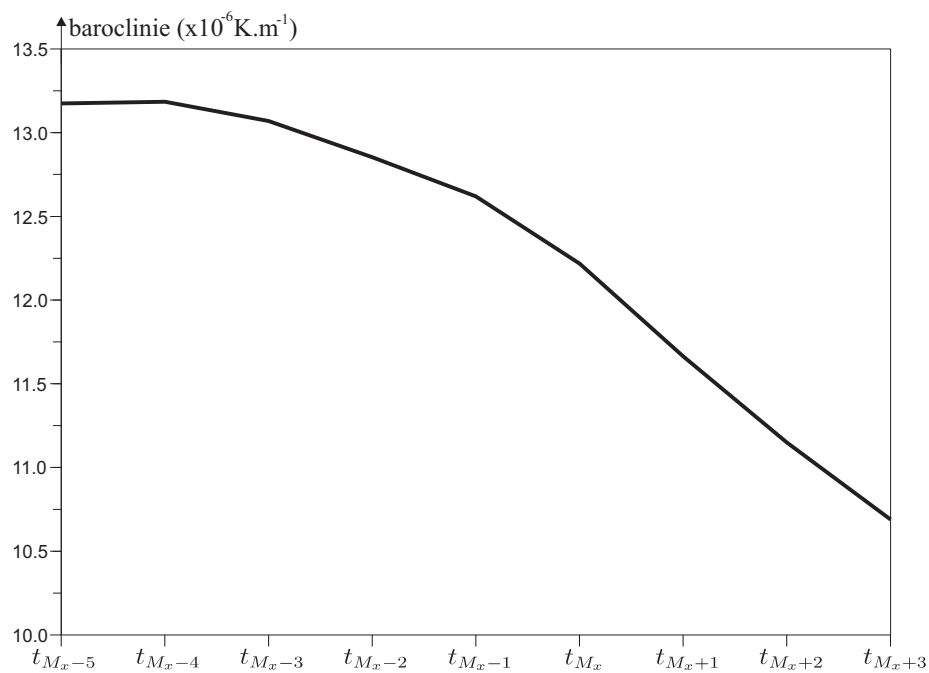


FIG. 5.17 – Évolution de la valeur moyenne de la baroclinie (en 10^{-6}K.m^{-1}) au cours des 9 instants analysés.

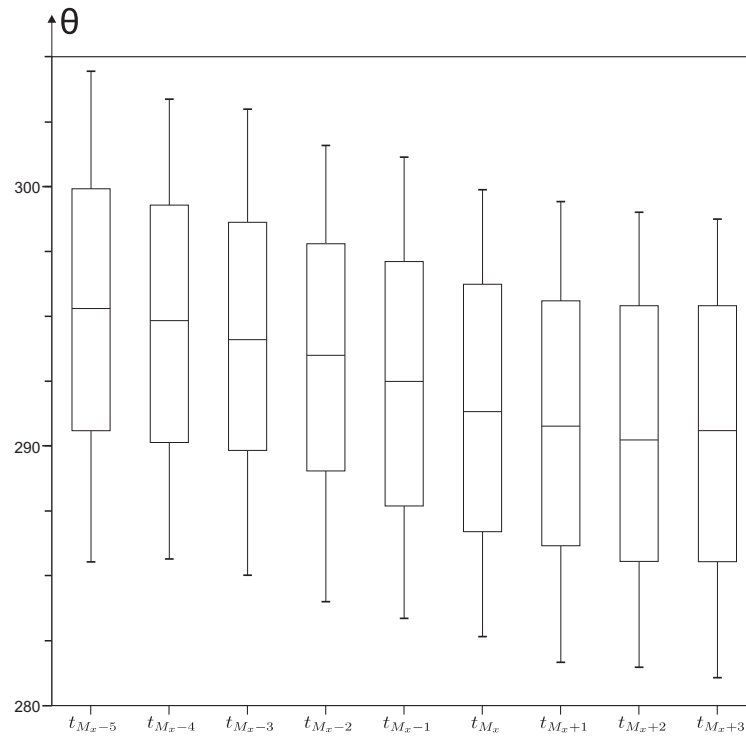


FIG. 5.18 – Statistiques résumées sous forme de boîtes à moustaches de la valeur moyenne de température potentielle à 850 et 500 hPa (en K) en chacun des neuf instants examinés. Les bords horizontaux de chaque rectangle indiquent les centiles q_{25} et q_{75} . La médiane est figurée par la barre horizontale. Les lignes verticales atteignent les valeurs q_{10} et q_{90} .

localisation	effectif	S	S → X	N	N → X	X	S → N	N → S
toute zone	813	9,0	1,9	32,5	3,1	2,9	27,6	3,1
Atlantique	461	7,5	1,5	29,5	3,0	2,0	33,2	2,8
Méditerranée	122	15	4	40	3	8	10	4

TAB. 5.3 – Tableau récapitulatif des répartitions des structures (en %) selon chacune des 7 catégories définies dans le texte. Le nombre de structures sur lequel ces statistiques sont faites apparaît dans la deuxième colonne.

nord (resp. au sud) : la structure se situe donc au sud (resp. au nord) du courant-jet. Si le maximum de vent est détecté à la position exacte du centre de la structure, l'étiquette "O" est donnée.

Pour chaque structure, une séquence de neuf lettres est donc obtenue, par exemple : "S S S O N N X X X". L'information portée par l'occurrence de "O" étant peu exploitable à ce stade, cette lettre est dans un premier temps exclue.

Pour chaque séquence, on teste ensuite l'appartenance à un certain nombre d'évolutions de positions simples (la structure est toujours au sud, traversée du courant-jet du sud vers le nord etc.). On ne vise pas ici l'exhaustivité et un certain nombre de trajectoires (en pratique environ un tiers) n'appartiendront à aucune des catégories examinées.

Dans un premier temps, à l'aide de la succession des lettres "N", "X" et "S", différentes situations sans traversée sont identifiées :

- Si la lettre "S" (resp. "N") n'apparaît jamais et si pendant au moins trois instants consécutifs la lettre "N" (resp. "S") est attribuée, alors la structure sera considérée comme étant située de manière permanente dans la partie nord (resp. sud) d'un courant-jet, qu'elle a approché durant donc au moins trois instants sans jamais le traverser. Durant les autres instants, elle était vraisemblablement située à bonne distance de tout jet d'intensité conséquente.
- Si de surcroît l'enchaînement "X" puis "N" n'est jamais observé alors que "N" puis "X" est obtenu (*i.e.* la structure est située au nord d'un jet puis s'en éloigne durablement), alors la structure appartient à la fois à la catégorie précédente et à la catégorie "N puis X". Il en est bien entendu de même pour les structures situées au sud.
- Si la lettre "X" apparaît au moins sept fois sur neuf, alors la structure est considérée comme n'étant pas au voisinage d'un courant-jet significatif.

Ces cinq catégories constituent les colonnes 3 à 7 du tableau 5.3.

Une fois cette première sélection faite, la lettre "X" est à son tour temporairement exclue. La succession des lettres "N" et "S" conduit à l'identification des traversées de jet :

- Si la séquence ne contient que des "S" (au moins un) puis que des "N" (au moins un), alors la structure appartient à la catégorie "S vers N".
- Avec la même manière de procéder, la succession de "N" puis de "S" conduit à l'intégration à la catégorie "N vers S".

Ces deux catégories constituent les colonnes 8 et 9 du tableau 5.3.

Comme on peut s'y attendre, les résultats montrent des disparités très nettes entre les deux populations Atlantique et Méditerranéenne. En effet, dans 55% des cas, une dépression Méditerranéenne reste du même côté du courant-jet (contre 37% pour les Atlantiques). Par ailleurs, dans 8% des cas, une dépression Méditerranéenne est considérée comme durablement éloignée d'une zone de vent fort (2% seulement en Atlantique). Gardons à l'esprit que ces pourcentages ne représentent pas une statistique générale et ne sont représentatifs que de l'échantillon, spécialement sélectionné pour documenter les traversées de courant-jet. Concernant justement les traversées, elles sont quasiment inexistantes dans le sens allant du côté froid vers le côté chaud (environ 3% des cas). De surcroît, l'examen individuel de ces structures conduit à penser que ces rares cas sont dus, ou aux imprécisions de la méthode mise en place, ou à la présence de plusieurs zones de vent fort. Dans ce dernier cas, nul besoin d'une croisée de courant-jet pour se situer tantôt au nord de l'une d'elle et tantôt au sud d'une autre. En revanche, les traversées du côté chaud vers le côté froid représentent près d'un tiers de l'effectif en Atlantique. Les 153 structures correspondant à ce dernier cas constitueront un ensemble final de dépressions qui seront examinées dans la section 5.5. En Méditerranée, quelques traversées sont également détectées (13 sur 122). Il est cependant difficile d'attribuer ces quelques cas au scénario identifié. Il pourra cependant être pertinent d'examiner plus avant ces cas.

On peut par ailleurs examiner des cas individuels connus pour vérifier leur appartenance ou non à la catégorie des structures traversantes. Pour cela, les cas des POI 11 et POI 17 de la campagne FASTEX (Joly et al., 1999), dont l'examen préalable par filtrage temporel indique qu'elles appartiennent selon toute vraisemblance à cette catégorie, sont analysés. Tout d'abord, ces deux dépressions ont bien été sélectionnées par l'évolution de l'orientation et de la forme de la structure de tourbillon relatif à 850 hPa et font partie des 813 trajectoires retenues. Ensuite, dans le cas de la POI 17, la détection du maximum de vent de l'environnement conduit à la séquence suivante : "S S S S N X X X X". La série finale de "X" est en cohérence avec le fait que la dépression s'éloigne très rapidement du courant-jet après la phase intense de cyclogénèse (Rivière et Joly, 2006a). En définitive, ce cas fait donc partie des 153 trajectoires identifiées comme connaissant une traversée de courant-jet du côté chaud vers le côté froid. En revanche, le calcul dans le cas de la POI 11 conduit à la séquence "N S S S N N N N N". La détection erronée d'une zone de vent fort situé au sud de la structure au premier instant exclut cette trajectoire de la liste des traversées.

En définitive, malgré les nombreuses hypothèses réalisées tout au long du processus de sélection, la méthode présentée ici a été construite de telle sorte à ce qu'une bonne confiance puisse être attribuée dans l'appartenance des 153 structures Atlantiques finalement retenues au scénario identifié. On peut légitimement penser que de nombreux cas appartenant au cycle d'évolution avancé, comme vraisemblablement la POI 11, n'ont pas été retenus et que ce nombre de 153 – soit 9,6 par année – sous-estime largement l'effectif total.

5.5 Résultats

La dernière section de ce chapitre est consacrée à l'examen de quelques caractéristiques des populations identifiées à la section précédente.

5.5.1 Premiers éléments concernant les trajectoires croisant le jet sur l'Atlantique

Localisation géographique

Les figures 5.19 à 5.21 montrent la localisation des 153 structures traversantes, de leur instant de première détection (Fig. 5.19) à la dernière détection (Fig. 5.21) en passant par le maximum d'amplitude (Fig. 5.20). On constate qu'elles parcourent une très grande distance et constituent un faisceau de trajectoires relativement bien homogène avant le maximum d'amplitude. Une très grande majorité apparaît sur le continent américain ou sur l'Atlantique à l'ouest de 40°O , dans tous les cas presque toujours au sud de 50°N . Les zones de fortes valeurs d'apparition au sud des Grands Lacs sont à selon toute vraisemblance à relier à des structures provenant d'encore plus loin au sud-ouest. Le maximum d'amplitude est ensuite atteint entre 45 et 60°N sur l'Atlantique ou la Mer du Nord. On pourra noter que les zones où les structures atteignent leur maximum d'amplitude sont très similaires à celles obtenues sans la sélection (Fig. 5.10). La localisation à l'instant de dernière détection est quant à elle moins contrainte. Un grand nombre de trajectoires sortent du domaine par sa limite nord, à l'est du Groenland et sur la Scandinavie. D'autres finissent leur vie à proximité immédiate du Groenland. Enfin, certaines – plus rares – redescendent vers le sud, parfois jusqu'en Méditerranée.

Saisonnalité

Le fait de réduire l'ensemble des trajectoires uniquement à celles qui traversent le courant-jet au-dessus de l'Atlantique n'induit pas de modifications visibles dans l'occurrence saisonnière (figure 5.22). En effet, en comparant avec la figure 5.9d, on retrouve une période de présence assez étendue, entre le 15 septembre et fin mai. Les mois d'été connaissent un nombre très limité de tels événements.

Amplitude

La figure 5.23 montre l'évolution de l'amplitude des structures. L'élément principal concerne le fait que celles restant au sud sont nettement moins intenses que les autres. En comparant avec la figure 5.9c, on peut remarquer que la traversée ne discrimine pas une population de structures d'amplitude particulière; les valeurs obtenues sont très proches de celles issues de l'échantillon des 465 trajectoires Atlantiques inversées (Fig. 5.3). La vitesse de croissance est également très similaire à celle de la population totale.

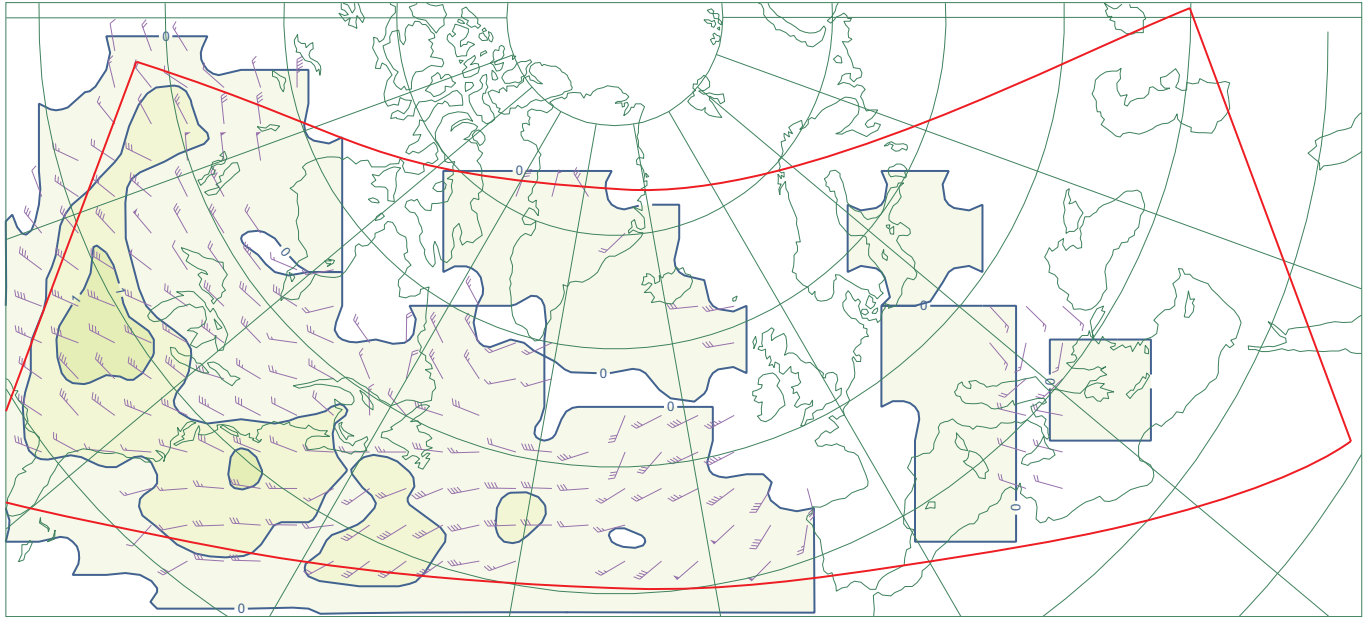


FIG. 5.19 – Densité des 153 trajectoires de structures tourbillonnaires à 850 hPa traversant le jet. Moment de leur première détection. Intervalle : 1 structure passant par an dans un rayon de 380 km.

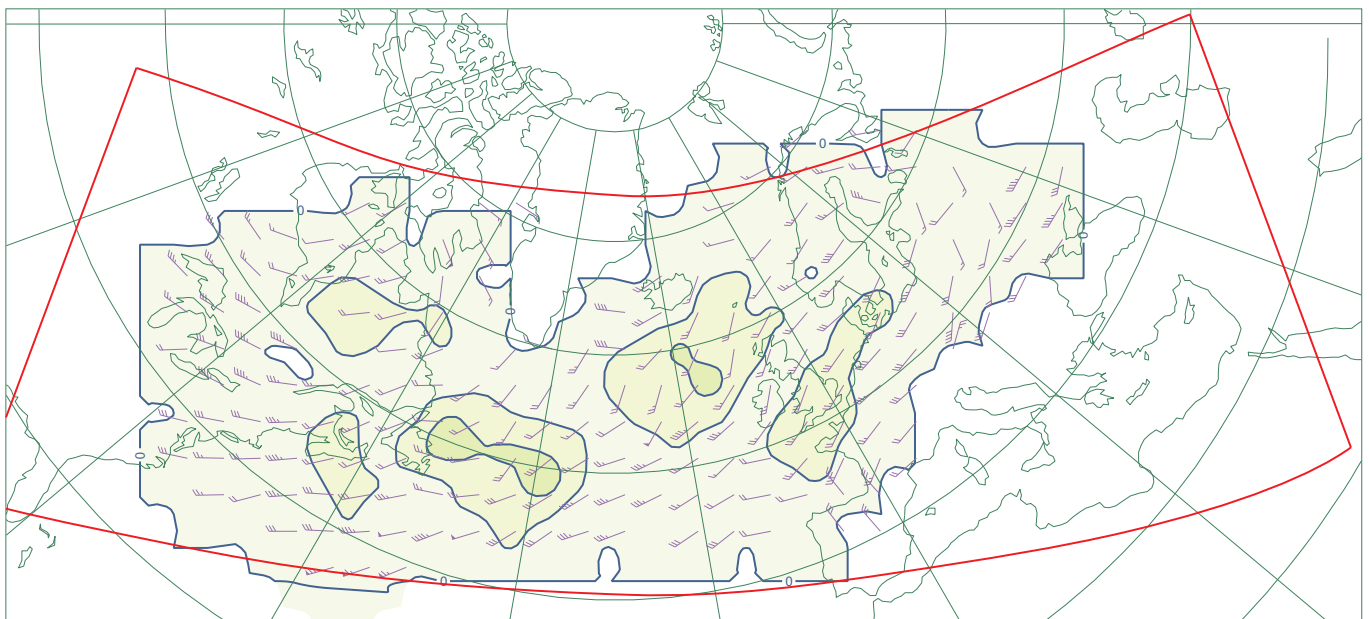


FIG. 5.20 – Densité des 153 trajectoires traversant le jet. Moment de leur maximum d'amplitude. Intervalle : 1 structure passant par an dans un rayon de 380 km.

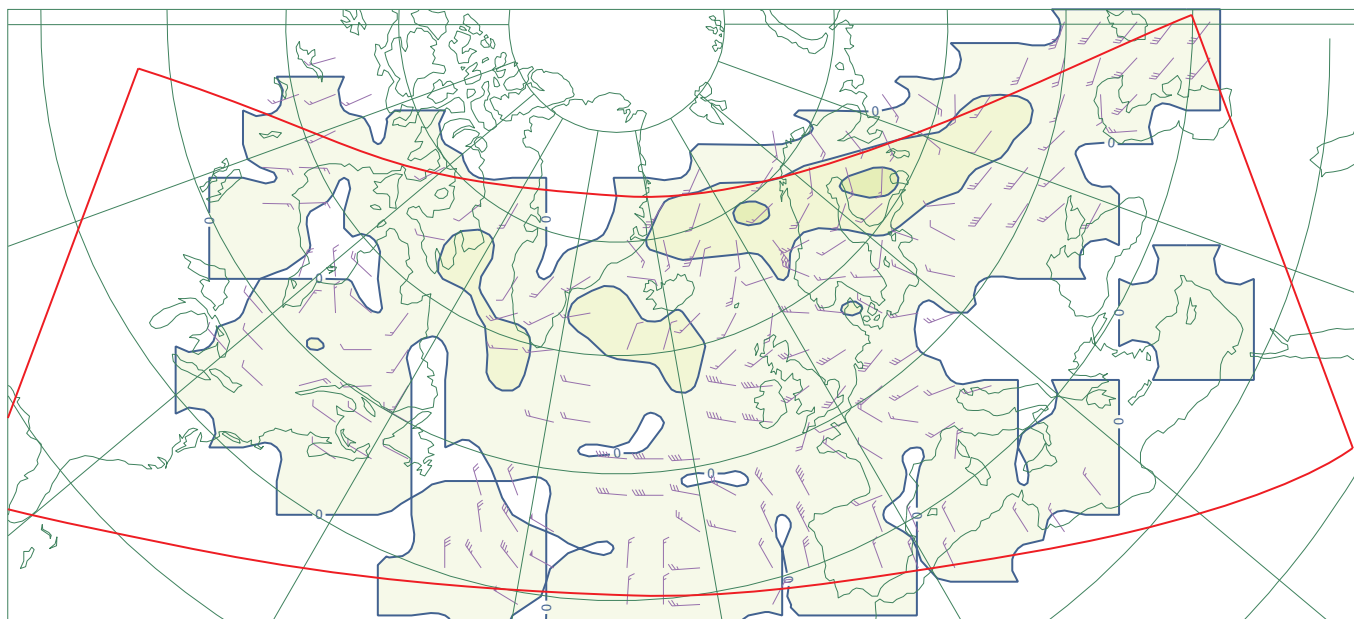


FIG. 5.21 – Densité des 153 trajectoires traversant le jet. Moment de leur dernière détection. Intervalle : 1 structure passant par an dans un rayon de 380 km.

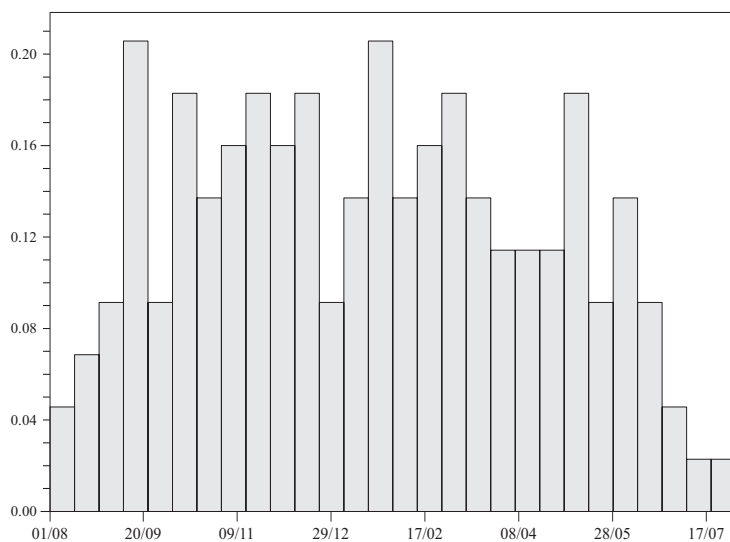


FIG. 5.22 – Répartition saisonnière des 153 trajectoires traversant le courant-jet en fonction de leur date moyenne, comptées par intervalle de 6 heures.

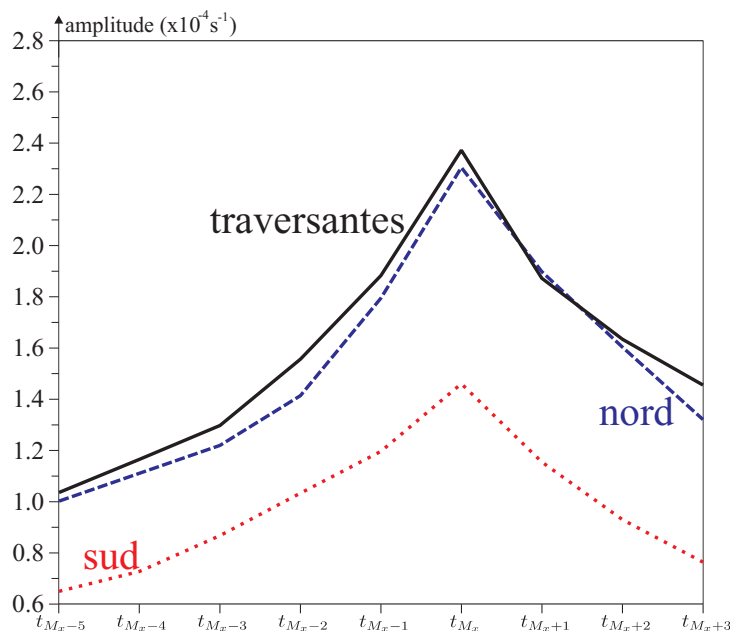


FIG. 5.23 – Évolution de la médiane des amplitudes des structures de tourbillon relatif à 850 hPa (en 10^{-4} s^{-1}). En trait continu noir, trajectoires traversant le courant-jet. En trait tireté bleu (resp. pointillé rouge), les trajectoires restant au nord (resp. au sud).

5.5.2 Influence de la position relative au jet sur la position d’anomalies d’altitude

L’article présenté à la section 5.1 met en avant des résultats concernant la position relative des structures d’altitude et de basse couche selon leur localisation relativement au courant-jet. En particulier, dans le cas où ce dernier est confiné méridionalement les cas étudiés ont montré une forte variation de l’angle entre les structures situées dans les deux couches au moment de la traversée du jet. Dans cette perspective, des résultats sur les 153 trajectoires traversant le jet mais également les 90 demeurant au nord sont montrés.

La figure 5.24 montre que dans l’expérience dénommée “ J_{50} ” de l’article de la section 5.1, la structure d’altitude se déplace vers le sud et vers l’est, relativement à l’anomalie de basses couches, jusqu’à la traversée du courant-jet. Ensuite, le suivi est rendu délicat durant une quinzaine d’heures, la structure d’altitude se séparant en deux. Au bout de 60 heures, la structure d’altitude a continué de tourner dans le sens cyclonique autour de l’anomalie de la couche du bas et se situe en aval.

La figure 5.25 illustre un premier résultat obtenu sur la climatologie des structures traversant le courant-jet. Elle montre la variation instantanée (en fait sur un intervalle de 12 heures) de la distance entre les anomalies d’altitude et un maximum tourbillonnaire à 850 hPa. Plus précisément, entre deux instants distants de 12 heures et dans le repère lié à la structure de basses couches, la distance, notée d , à laquelle se trouvent les structures d’altitude qui sont présentes en $t - \delta t$ et en $t + \delta t$ est calculée. Si la distance moyenne est inférieure à 1 500 km, alors l’écart $\Delta d(t) = (2\delta t)^{-1} (d(t + \delta t) - d(t - \delta t))$ est calculé. La moyenne de ces écarts est figurée pour cha-

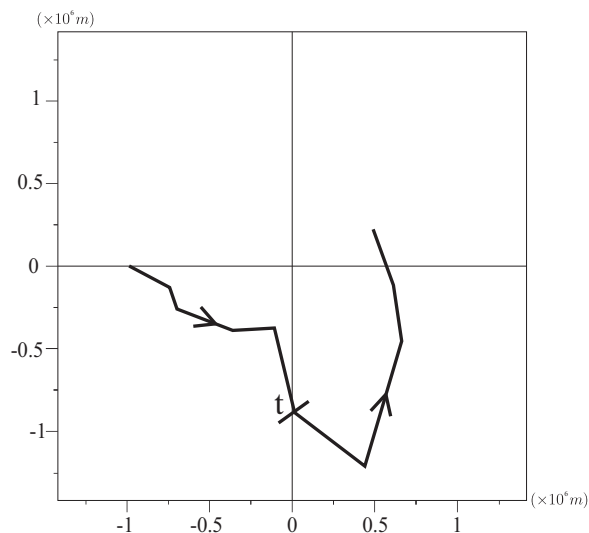


FIG. 5.24 – Évolution sur 60 heures de la position de l'anomalie de la couche du haut relativement à la structure de la couche du bas dans l'expérience "J₅₀" de l'article présenté à la section 5.1. Le moment de traversée de l'axe du courant-jet par la structure du bas (au bout de 36 heures) est repéré par la lettre t. Étude idéalisée.

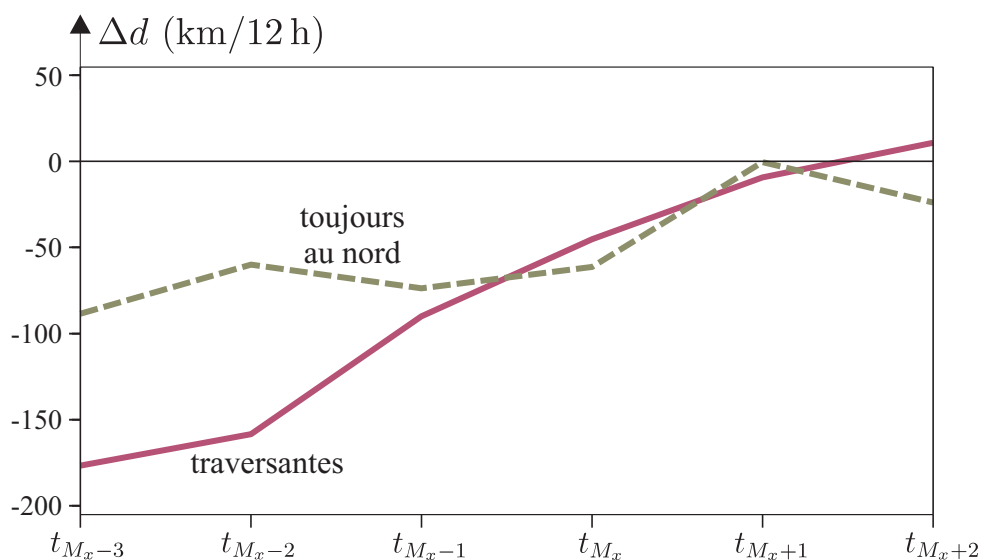


FIG. 5.25 – Évolution instantanée Δd (en km par intervalle de 12 heures) de la distance moyenne à laquelle se trouve une structure d'altitude relativement à une structure à 850 hPa autour du moment de maximum d'amplitude de cette dernière. En trait plein, le sous-ensemble des 153 dépressions de surface traversant le courant-jet; en trait tireté, les 90 structures qui se situent durablement au nord de celui-ci.

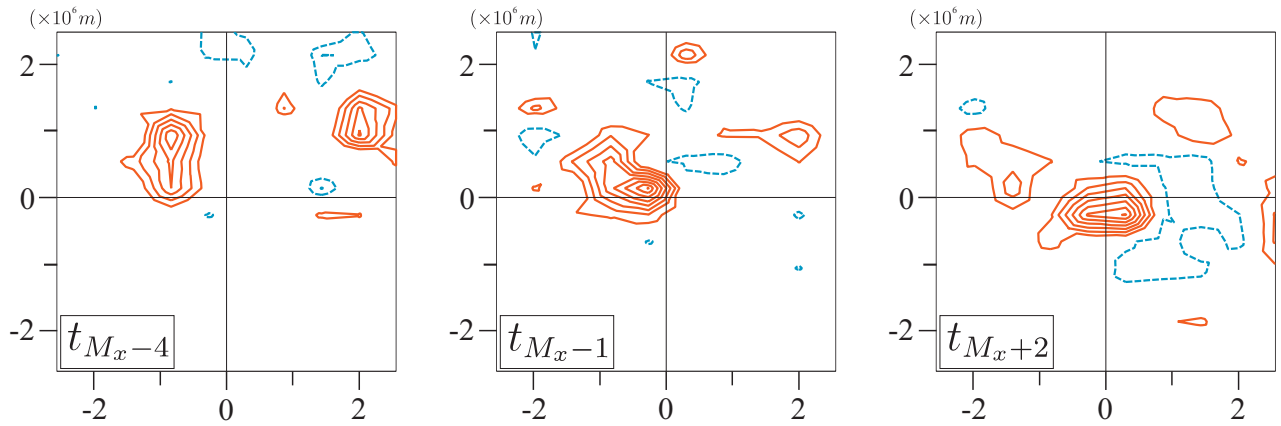


FIG. 5.26 – Densité de présence de structures d’altitude en lien avec la dynamique de cyclogénèse d’une structure de basses couches, située au centre du domaine, orienté selon la baroclinie de grande échelle (le froid se trouve dans la partie haute des figurines). Voir le texte pour plus de détails. Sous-ensemble des trajectoires traversant le courant-jet. Intervalle : 2 structures par carré de 400 km de côté. Traits pleins : valeurs positives ; traits tiretés : valeurs négatives.

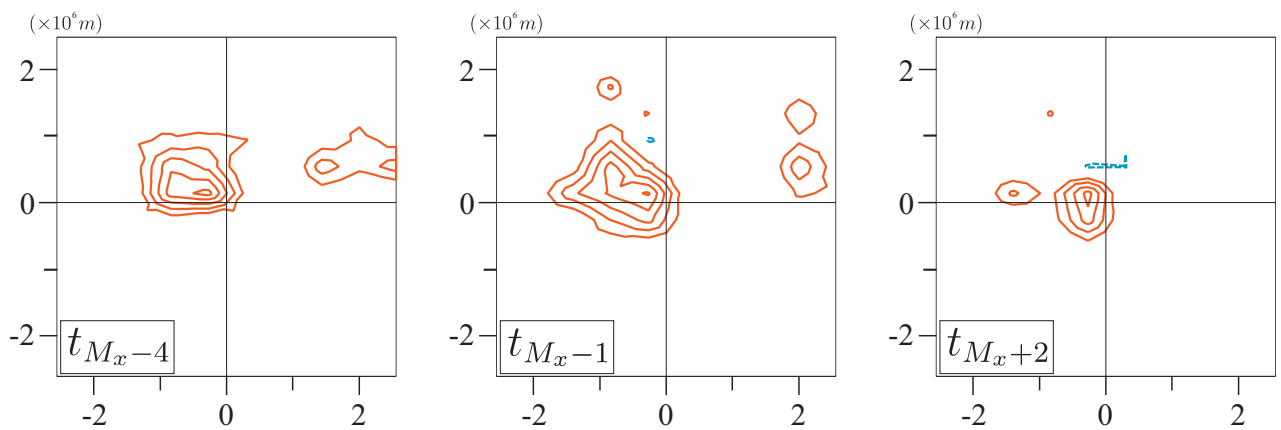


FIG. 5.27 – Idem Fig. 5.26 mais sur le sous-ensemble des trajectoires restant au nord du courant-jet.

cun des instants $t_{M_x-3}, \dots, t_{M_x+2}$. Dans le cas des structures croisant le jet, on peut remarquer qu'en moyenne une structure d'altitude voisine se rapproche d'environ 150 km en l'espace de 12 heures – la distance moyenne est alors de 900 km. Une différence assez nette peut être remarquée avec le jeu de trajectoires restant au nord, pour lesquelles ce rapprochement est beaucoup moins rapide. Dans ce dernier cas, la distance moyenne est d'emblée plus faible – environ 630 km. La valeur obtenue dans le cas des traversées est comparable, quoiqu'assez nettement inférieure à celle obtenue dans le cas idéalisé J_{50} , pour lequel ce rapprochement est d'environ 250 km par intervalle de 12 heures durant les premières 24 heures.

Pour décrire plus précisément les zones privilégiées de présence d'anomalies d'altitude au voisinage des structures tourbillonnaires de basses couches, une partie de la méthodologie mise en œuvre dans l'article de la section 4.5 a été employée sur les deux jeux de trajectoires. En quelques mots, cet article propose la construction de statistiques d'occurrence de structures d'altitude décalées d'un nombre entier d'années, de sorte à pouvoir comparer les occurrences effectivement observées sans décalage temporel avec une valeur moyenne – un signal de fond lié au domaine de détection utilisé et aux positions climatologiques des anomalies de tropopause et de surface. Ici, au vu du faible nombre de cas étudiés, seul l'écart à la moyenne est calculé et le test statistique proposé dans l'article n'est pas mené. Cette manière de procéder permet d'isoler le signal lié à la dynamique entre les niveaux verticaux liés à la cyclogénèse. Les résultats de l'application de cette méthode aux deux jeux de trajectoires sont présentés par les figures 5.26 et 5.27, qui se lisent de la manière suivante : une valeur positive correspond à une densité de présence de structures d'altitude supérieure à ce qu'une recherche au même lieu, mais décalée dans le temps, fournit. Réciproquement, une valeur négative signale des zones où, de par la dynamique liée au développement de la dépression de surface, il est moins probable qu'à l'habitude de trouver une structure d'altitude.

Les cartes obtenues sur l'ensemble des 153 trajectoires traversant le jet (Fig. 5.26) présentent de grandes similitudes avec celles montrées à la section 4.5. En particulier, la zone de forte occurrence située entre 800 et 1 500 km en amont, notée "A", est présente. Un jour avant le maximum, elle se trouve à environ 1 100 km du centre de la structure de basses couches et au nord-ouest (au sens de la baroclinie). Six heures avant le maximum, cette zone s'est rapprochée de la dépression, en cohérence avec les résultats présentés par la figure 5.25, et est située directement en amont de celle-ci. 12 heures après le maximum d'amplitude, la zone de maximum d'occurrence se situe du côté chaud de la dépression de surface et plutôt en aval. Le calcul de la position relative des structures de PV315 au courant-jet n'a pas été mené. On peut néanmoins considérer que d'un point de vue général, le centre de celles présentes dans la zone "A" se situe à faible distance de celui-ci.

Une comparaison avec le cas idéalisé issu de l'article ne peut qu'être partielle dans la mesure où la zone de forte occurrence 24 heures avant le maximum d'amplitude se situe dans une zone qui n'est pas visitée par la structure d'altitude de l'expérience idéalisée, par construction-même de cette expérience. On peut cependant noter que la rotation cyclonique est bien retrouvée, incluant un déplacement vers le sud et vers l'aval.

Enfin, à titre de comparaison, les mêmes cartes ont été élaborées pour les 90 trajectoires restant au nord du courant-jet (Fig. 5.27). L'évolution de la zone A est moins marquée que précédemment. Un jour avant le maximum d'amplitude, elle se situe à l'ouest-nord-ouest et à une distance d'environ 600 km. Progressivement, cette zone de fortes valeurs voit son extension horizontale se réduire et 12 heures après t_{M_x} , elle se situe à environ 250 km, toujours en amont. On pourra noter que six heures avant le maximum d'amplitude (figurines b et e), les cartes des deux jeux de trajectoires sont très similaires.

5.5.3 Relation entre le gradient environnemental de tourbillon potentiel et le déplacement relativement au courant-jet

L'article de la section 5.1 a identifié le gradient de tourbillon potentiel dans lequel les structures synoptiques évoluent comme un élément pilote de leur trajectoire. Plus précisément, l'une des conclusions principales de cet article est la suivante. En se restreignant au cas où une structure de basses couches est en interaction avec une anomalie d'altitude, le gradient environnemental de PV intégré sur la troposphère produit un équivalent du " β -drift" non-linéaire, conduisant les structures cycloniques à subir un mouvement vers les fortes valeurs de tourbillon potentiel, soit en direction du côté froid d'un courant-jet.

Afin de vérifier la robustesse de cette explication, les trois jeux de trajectoires "N" (90), "S" (17) et "S \rightarrow N" (153 éléments) ont été mis à profit. Dans un premier temps, une sélection parmi ces 260 cas a été réalisée pour ne conserver que ceux où une anomalie d'altitude se situait, au moment du maximum d'amplitude, dans la zone "A" définie dans la partie 4.5 et illustrée à la section précédente, c'est-à-dire dans une zone privilégiée pour l'interaction barocline. On aboutit à 176 trajectoires (soit 68% des cas). Les trois jeux ont des occurrences d'anomalies d'altitude assez différentes. En particulier, seules 35% des structures restant au sud ont une anomalie d'altitude, contre respectivement 63% et 81% pour les traversantes et celles restant au nord. On pourra noter que ces deux valeurs sont plutôt élevées au regard de la statistique obtenu dans l'article de la section 4.5 : sur le jeu initial des 4592 trajectoires, le ratio est de 58%.

La figure 5.28 montre, en fonction du déplacement relativement au courant-jet de la structure de basses couches au cours des 24 heures précédant son maximum d'amplitude, la valeur du gradient de PV environnemental moyenné sur ces mêmes 24 heures. Dans le cas où une dépression demeure à même distance du jet entre t_{M_x-4} et t_{M_x} , la variation horizontale de PV est en moyenne de $9,5 \cdot 10^{-6}$ PVU.m⁻¹. Plus la dépression a un mouvement rapide perpendiculairement au courant-jet en direction de son côté froid et plus la valeur moyenne de la variation horizontale de PV est forte. Pour les mouvements les plus rapides (supérieurs à 6 m.s⁻¹), la variation moyenne est de $1,4 \cdot 10^{-5}$ PVU.m⁻¹. On peut estimer que la différence entre les mouvements "méridiens" les plus faibles et les plus forts est associée à une variation de l'ordre de 20% de la valeur moyenne du module du gradient environnemental de PV. L'effet β étant non-linéaire, on a cherché à relier le déplacement méridien à un couple de deux quantités, le gradient environnemental de PV et une grandeur liée à l'amplitude de la structure. Néanmoins, ni la valeur maximale du tourbillon relatif

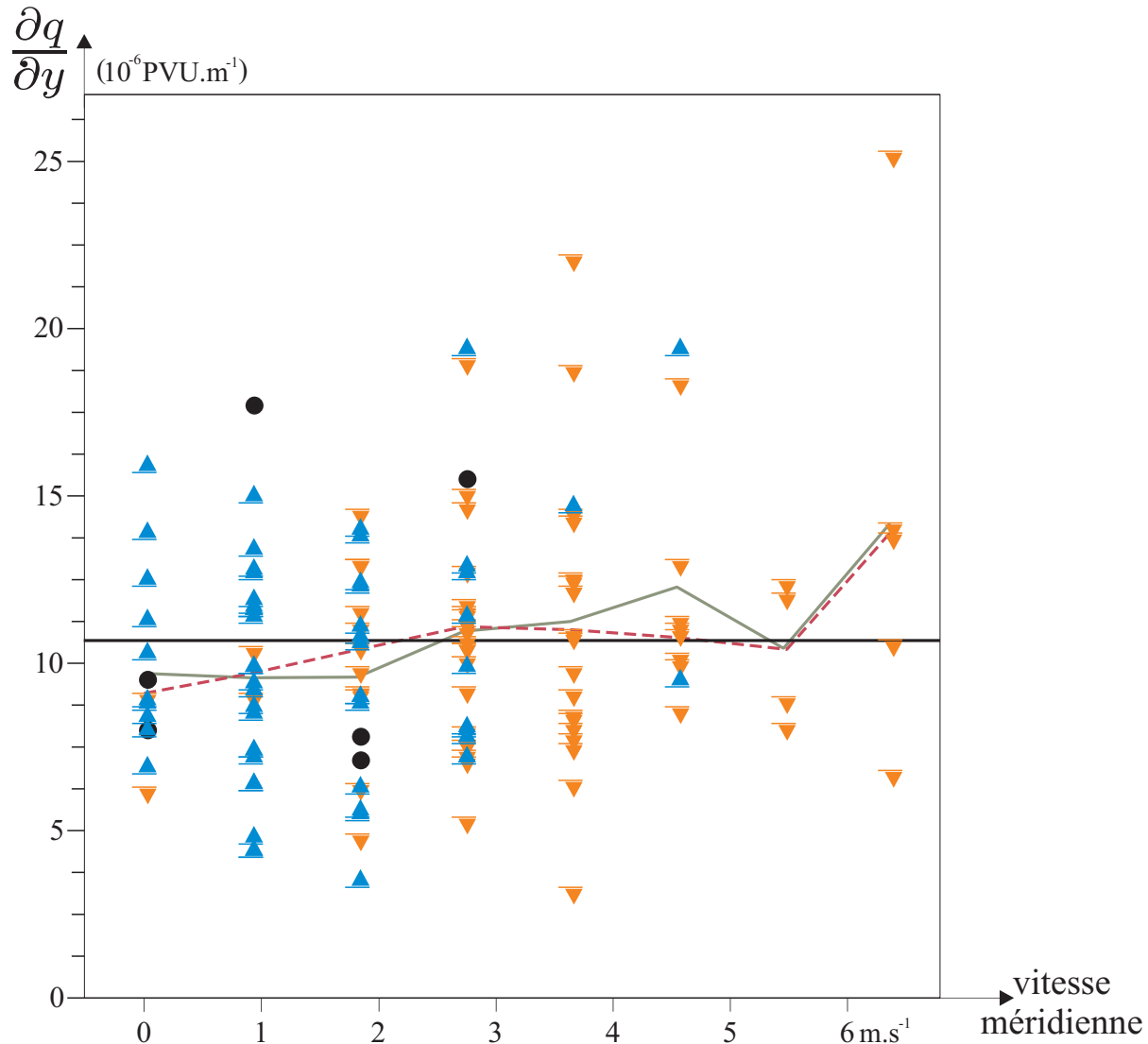


FIG. 5.28 – Module du gradient horizontal de tourbillon potentiel de l'environnement intégré sur la troposphère (en ordonnée, en $10^{-6} \text{PVU.m}^{-1}$) en fonction du déplacement méridien de la structure tourbillonnaire à 850 hPa relativement au courant-jet le jour précédant le maximum d'amplitude (en abscisse, en m.s^{-1}). Les trois jeux de trajectoires ("N", "S" et "S→N") sont repérés respectivement par des triangles oranges pointant vers le bas, des cercles pleins et des triangles bleus pointant vers le haut. La moyenne (resp. la médiane) selon les différentes valeurs de la vitesse de mouvement méridien apparaît en trait continu fin (resp. en trait tireté), la moyenne générale ($1,06 \cdot 10^{-5} \text{PVU.m}^{-1}$) en trait continu épais.

à 850 hPa ni l'énergie cinétique de la perturbation intégrée sur la verticale dans un cylindre autour de la structure à 850 hPa n'ont de lien statistique avec le mouvement méridien. Le seul lien entre l'amplitude des structures tourbillonnaires et leur position relativement au courant-jet qui ait été trouvé est illustré par la figure 5.23 : les structures restant au sud du courant-jet – certaines se déplacent vers le nord mais trop peu pour franchir l'axe de ce dernier – ont une amplitude très nettement inférieure au reste de l'ensemble examiné, d'environ 40%. Ce point pourra faire l'objet de recherches ultérieures.

En définitive, on retrouve bien le lien étudié de manière idéalisée à la section 5.1 entre le gradient environnemental de PV et le déplacement méridien d'une dépression. La variabilité est cependant très forte et certaines croisent nettement le jet dans un gradient de PV relativement faible, d'autres ne font que le longer dans un gradient de PV fort.

5.5.4 Compléments concernant le cycle d'évolution

À partir des 153 trajectoires traversant le jet, des statistiques simples concernant la succession de quatre événements-clé durant le cycle de vie sont élaborées. L'un est simplement lié au maximum d'amplitude, deux sont associés à la forme de la structure – caractéristique d'une structure située dans un cisaillement cyclonique ou anticyclonique. Le dernier est le moment de traversée du courant-jet :

- le moment de maximum d'amplitude t_{M_x} ,
- le moment d'étirement maximal avant t_{M_x} , noté t_{e_1} , au cours duquel d'une part le rapport d'anisotropie de la structure est inférieur à 0,6 et d'autre part, celle-ci est étirée selon un angle entre $-\pi/2$ et $-\pi/4$ par rapport à la baroclinie (condition II),
- le premier moment entre t_{M_x} et t_{M_x+3} , noté t_{e_2} , tel que la structure est ou bien orientée selon un angle entre 0 et $\pi/2$ relativement à la baroclinie ou bien de rapport d'anisotropie supérieur à 0,8 (condition III, voir la section 5.3),
- l'instant de traversée du jet, noté t_j .

La figure 5.29 synthétise la répartition temporelle de ces trois derniers événements, relativement à t_{M_x} . Comme vu à la section 5.3, l'étirement maximal a lieu de manière privilégiée longtemps avant le maximum d'amplitude, dans 9 cas sur 10 au moins 18 heures avant. La traversée a quant à elle lieu dans 86% des cas avant le maximum d'amplitude – en moyenne 9 heures avant. t_{e_2} est très dépendant de l'intervalle de temps sur lequel la recherche des conditions d'étirement et d'orientation est faite. En effet, conformément au fait que la traversée ait lieu en moyenne une dizaine d'heures avant t_{M_x} , une majorité de structures a déjà atteint une forme compatible avec un cisaillement cyclonique au moment du maximum d'amplitude.

Par ailleurs, la construction de l'ensemble des 813 trajectoires à inverser repose sur une recherche entre t_{M_x} et t_{M_x+3} et comme l'illustre la figure 5.29, l'instant t_{M_x} vérifie déjà ce critère dans plus de deux cas sur trois. On pourra noter que c'est le critère d'orientation qui est déterminant dans 80% des cas ; celui concernant l'anisotropie est donc minoritaire.

La figure 5.30 documente l'occurrence des étirements compatibles avec un cisaillement anticyclonique (condition II) et cyclonique (condition III) en relâchant la contrainte de l'intervalle sur

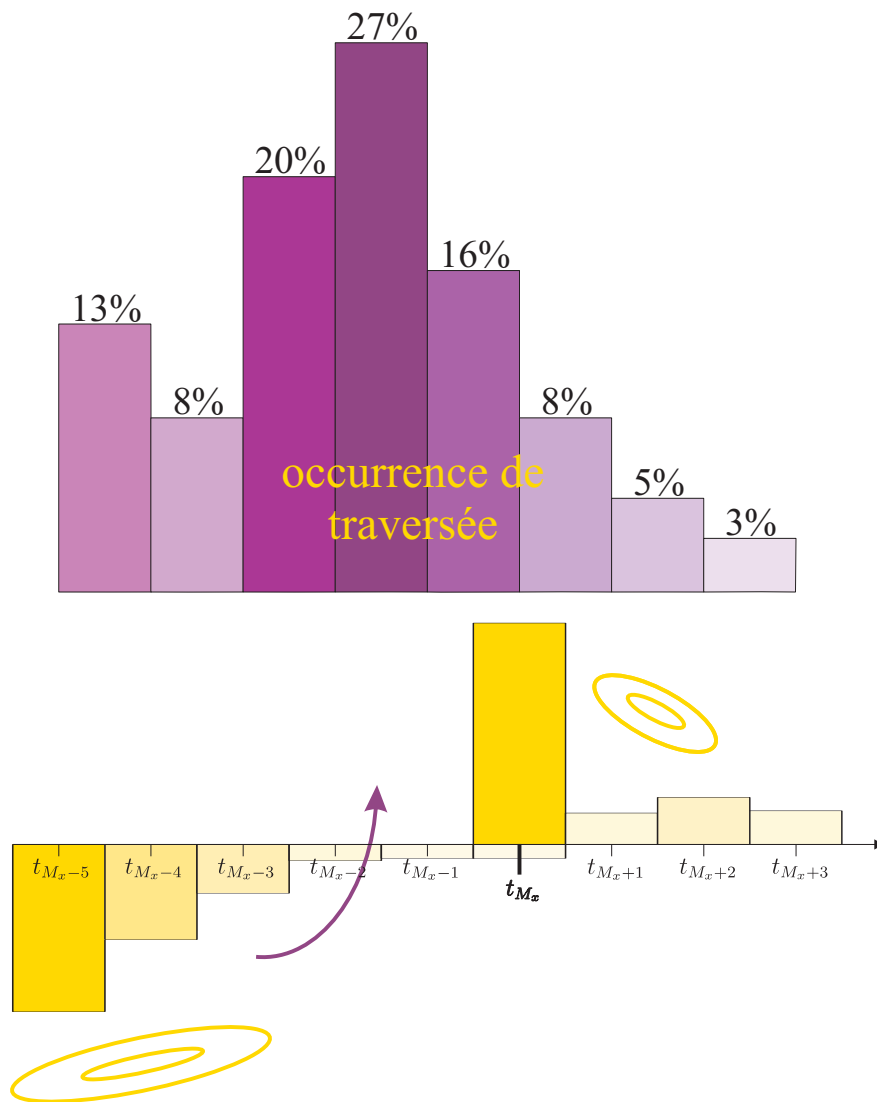


FIG. 5.29 – Schéma synthétisant la répartition temporelle des trois événements intervenant au cours du cycle de vie des 153 structures traversant le courant-jet définis à la section 5.5.4, relativement à t_{M_x} . En haut, histogramme des instants de traversée du courant-jet t_j (en violet). La répartition temporelle de t_{e_1} et t_{e_2} apparaît respectivement en-dessous et au-dessus de l'axe du temps. Voir le texte pour plus de détails.

lequel la recherche se fait. Elle montre que la condition II (un seul instant pour une trajectoire donnée) est vérifiée de manière nettement privilégiée dans les premiers instants. Réciproquement, la condition III (par définition, plusieurs instants peuvent correspondre) est rarement vérifiée dans les premiers instants alors qu'elle l'est dans 60% des cas entre les instants t_{M_x} et t_{M_x+3} . Ce constat ne doit pas être interprété comme un résultat général dans la mesure où la construction de l'ensemble étudié repose largement sur une sélection très proche de cette séquence d'évolution. Il nous a néanmoins paru pertinent de mentionner ces quelques éléments dans le but de renseigner plus avant l'échantillon examiné.

La figure 5.31 illustre le lien entre t_{e_1} et t_j . Elle montre que lorsque l'étirement maximal intervient entre t_{M_x-5} et t_{M_x-3} – ce qui correspond à 88% des cas – la moyenne de t_j dépend de manière monotone de t_{e_1} et se situe environ à mi-chemin entre cet instant de maximum d'étirement et le maximum d'amplitude. La traversée intervient plus précisément de façon privilégiée dans le deuxième quart de l'intervalle entre t_{e_1} et t_{M_x} selon la figure 5.32. De manière générale, relativement peu de traversées ont lieu en dehors de cet intervalle. Enfin, dans les 20 cas où t_{e_1} se situe entre t_{M_x-2} et t_{M_x} , il semble que la traversée se fait de manière assez désordonnée.

En conclusion, on peut synthétiser ces divers résultats par un scénario-type dans lequel la structure est initialement fortement étirée, très généralement au moins 18 heures avant le maximum d'amplitude, selon l'orientation du cisaillement cyclonique dans laquelle elle se trouve. Elle traverse ensuite le jet en direction du côté froid dans les 6 à 18 heures avec ce même maximum. Enfin, elle subit très rapidement un changement d'orientation.

5.5.5 Bilan énergétique

Présentation

Une manière relativement classique d'analyser un cycle d'évolution d'une dépression est de construire son bilan énergétique. Ce dernier consiste à évaluer les différents termes contribuant à l'évolution de l'énergie de la perturbation. Ici, de même que dans la section 5.1 et en suivant Rivière et Joly (2006a), on choisira d'étudier son énergie cinétique.

Dans le cas d'études idéalisées telles que celle entreprise à la section 5.1, on peut relativement aisément bâtir des bilans énergétiques fermés pour deux raisons : la première tient au fait que l'évolution du système est régie par des équations d'évolution connues. En second lieu, dans cette étude, l'environnement est défini comme étant lui-même un état du système dont l'évolution est compatible avec les équations choisies. À cet égard, l'évolution de l'énergie cinétique de la perturbation est régie par une équation issue notamment de la différence entre l'équation d'évolution de l'état total et celle de l'environnement.

En ce qui concerne l'analyse de cas réels, de très nombreux processus interviennent – dégagement de chaleur latente, mélange par la turbulence de petite échelle par exemple. On se place de surcroît dans un cadre relativement différent des études précédentes (Ayrault, 1998; Lackmann et al., 1999; Rivière et Joly, 2006a, par exemple) dans la mesure où l'on tâche d'analyser l'évolution de l'énergie cinétique de structures définies d'une manière nouvelle. D'une part, la manière avec laquelle elles

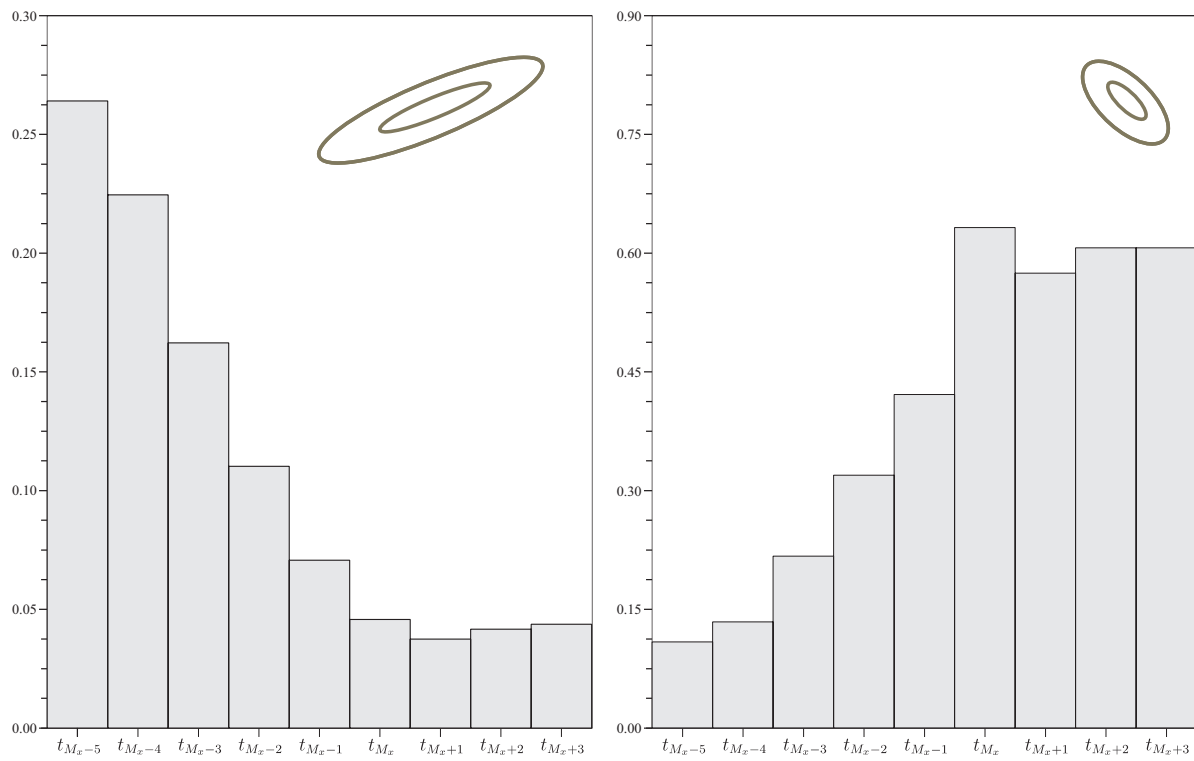


FIG. 5.30 – À gauche, répartition temporelle de l'instant de maximum d'étirement, avec une orientation selon un angle entre $-\pi/4$ et $-\pi/2$. À droite, nombre de structures vérifiant la condition III (voir le texte). Sous-ensemble des 153 structure traversant le courant-jet.

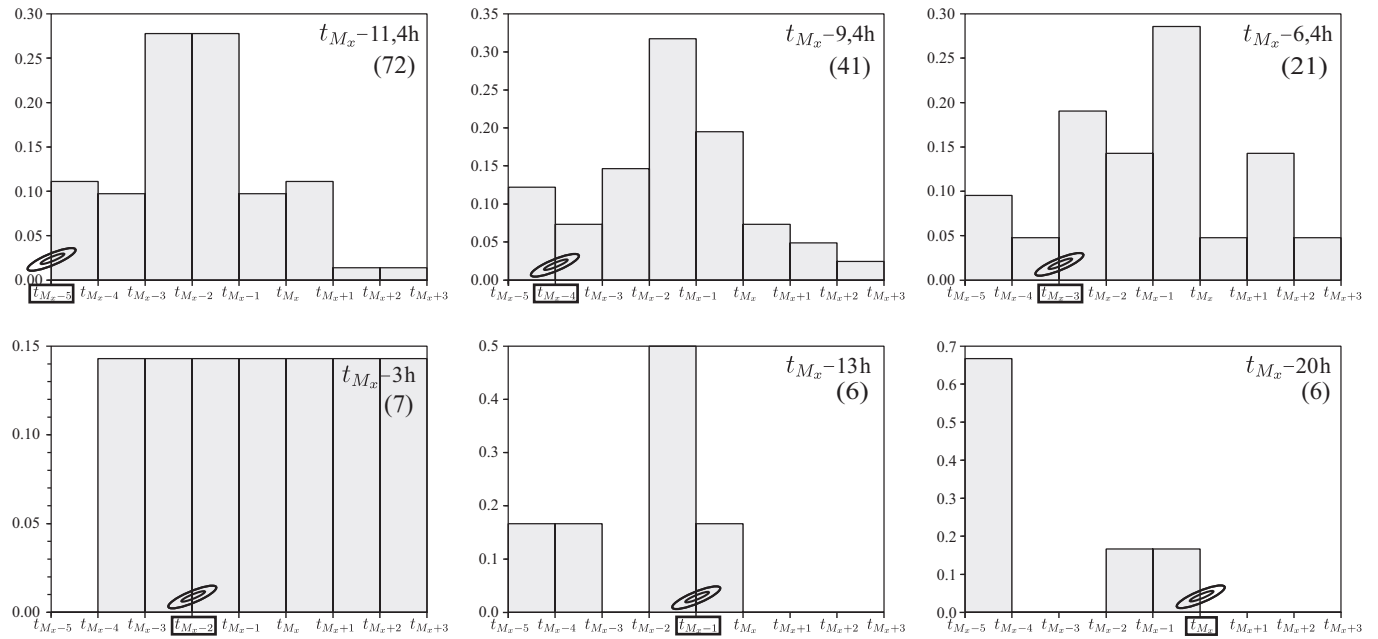


FIG. 5.31 – Répartition temporelle de l’instant de traversée t_j en fonction du maximum d’étirement t_{e_1} . Ce dernier apparaît entouré d’un carré. La moyenne des instants de traversée apparaît en haut à droite, accompagnée entre parenthèses de l’effectif du sous-ensemble examiné.

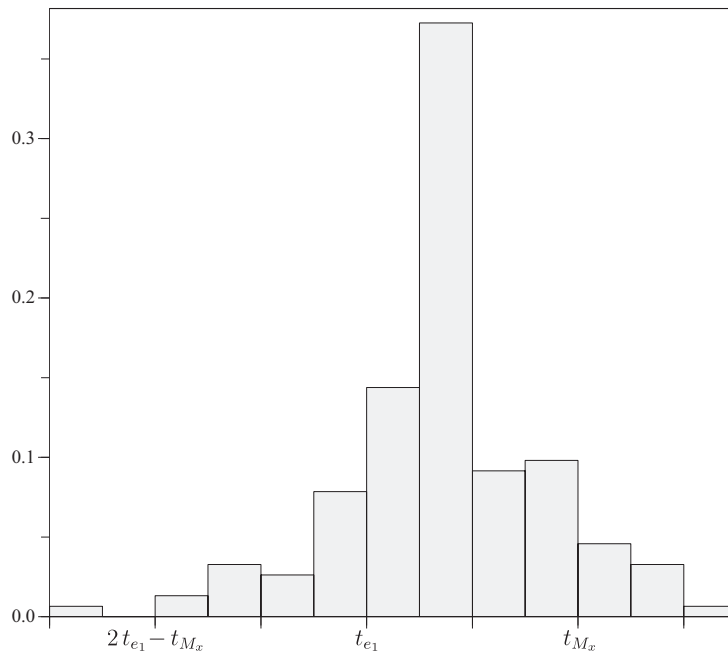


FIG. 5.32 – Répartition temporelle de t_j relativement à l’intervalle défini par t_{e_1} et t_{M_x} , pour tous les cas où $t_{e_1} < t_{M_x}$. Pour construire cet histogramme, le déroulement du temps est rapporté à l’intervalle entre t_{e_1} et t_{M_x} . Une large majorité des traversées a lieu dans cet intervalle.

sont extraites est indépendante de l'histoire de celles-ci, il n'y a donc pas de contraintes *a priori* sur le spectre temporel des structures et d'autre part, une partie du signal de petite échelle peut ne pas faire partie d'une structure détectée et ainsi être intégrée dans l'environnement lui-même : il n'y a donc pas non plus de séparation complète en échelles. En définitive, bien que les structures aient un spectre spatial connu, les propriétés de l'environnement lui-même ne sont pas contraintes ; son évolution ne dépend en toute généralité ni d'un système d'équations, aussi complet soit-il, ni ne correspond à une séparation en échelles spatiales ou *a fortiori* temporelles complète.

Nous avons néanmoins voulu caractériser certains termes classiques de l'évolution de l'énergie cinétique de perturbations. En suivant Orlandi et Kaftzey (1991) et Rivière et Joly (2006a), son évolution lagrangienne (selon une advection par l'environnement) dans le cadre des équations primitives s'écrit :

$$\frac{DK'}{Dt} = -div_p \left(\phi' \vec{u}' \right) - \frac{\partial \omega' \phi'}{\partial p} - \mathcal{R} \theta' \omega' - \vec{E}' \vec{D} + K' div \left(\vec{u} \right) + \omega' \vec{u}' \frac{\partial \vec{u}}{\partial p} + R.$$

Les deux premiers termes correspondent à un transport de géopotential par la partie agéostrophique du vent, respectivement horizontale et verticale. Ils sont une source importante de redistribution énergétique dans le plan horizontal (Orlandi et Sheldon, 1995) et entre niveaux verticaux. Le troisième terme est la conversion interne, qui quantifie la transformation de l'énergie potentielle (liée à la distribution de chaleur) de la perturbation en énergie cinétique. Il est un maillon central dans le mécanisme de croissance barocline d'une dépression. $\vec{E}' \vec{D}$ est le terme de conversion barotrope, qui est la somme de produits d'éléments liés à la forme horizontale de la perturbation et de termes associés au cisaillement horizontal de vent de son environnement. C'est ce terme barotrope qui est pointé comme modulateur de la phase de cyclogénèse de la POI 17 (Rivière et Joly, 2006a). Les deux termes suivants, qui n'apparaissent pas dans les bilans énergétiques dans le cadre simplifié du système quasi-géostrophique sont très généralement faibles. Enfin, le terme R est présent pour rappeler que même dans le cas d'une séparation en échelles temporelles, cette équation d'évolution n'est qu'une approximation (Orlandi et Kaftzey, 1991) : le frottement, les forçages externes et certains termes non-linéaires notamment sont éliminés. Dans notre cas, on peut s'attendre à des valeurs relativement fortes pour R .

En définitive, nous ne chercherons pas à construire un bilan complet mais à calculer certains termes identifiés comme étant importants dans les phénomènes auxquels nous nous intéressons. Notre interprétation se limitera volontairement aux termes suivants : la conversion interne C_I , la conversion barotrope C_K , la partie verticale des flux agéostrophiques de géopotential $C_{F,V}$. Enfin, la somme S des six termes énergétiques sera également calculée ; elle fournira une information partielle sur l'évolution de l'énergie cinétique.

Les bilans énergétiques de la partie "structures" comprise dans un cylindre entre 900 et 600 hPa et de 1 100 km de rayon ont été calculés sur chacun des 153 cas de traversée de courant-jet.

Quelle est la part du terme barotrope ?

Afin de quantifier l'impact qu'a le terme de conversion barotrope sur le bilan énergétique, la figure 5.33a illustre la moyenne de ce terme sur les 153 cas. Celle-ci est négative durant les 30 heures

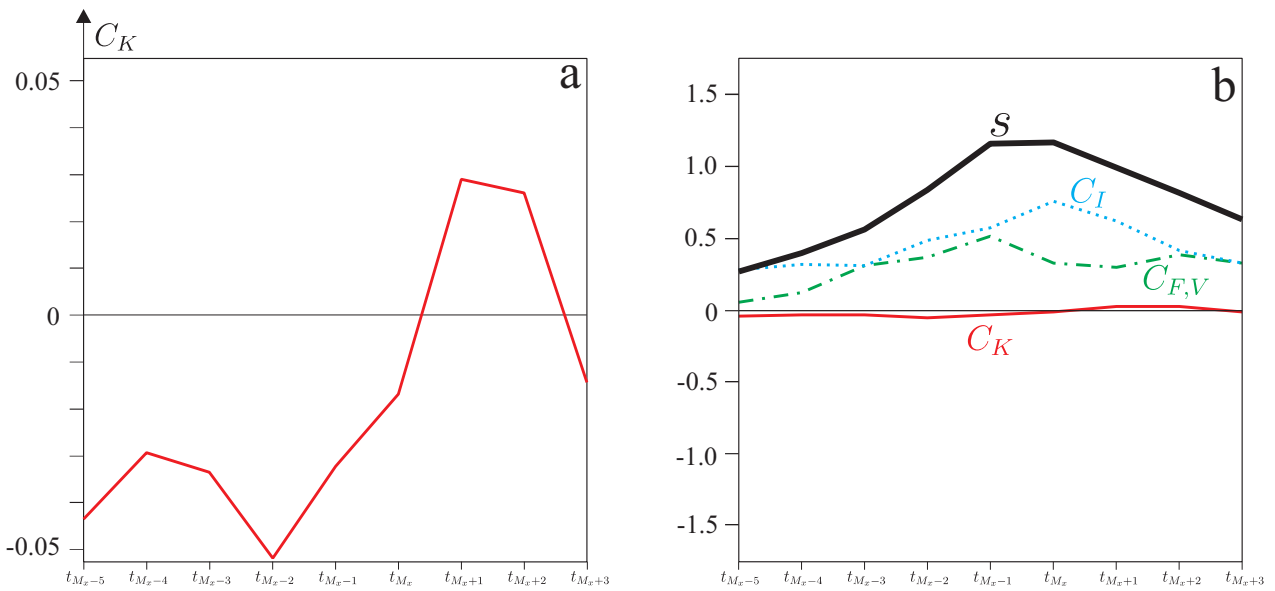


FIG. 5.33 – (a) : évolution de la moyenne du terme de conversion barotrope. (b) : évolution de quelques termes du bilan énergétique moyen. Conversion barotrope (en trait continu) ; flux verticaux agéostrophiques (en traits tiretés-pointillés) ; conversion interne (en trait pointillé) ; somme de tous les termes (en trait continu épais). Tous les cas de traversée de courant-jet sur l’Atlantique. Ordonnée en $10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-3}$.

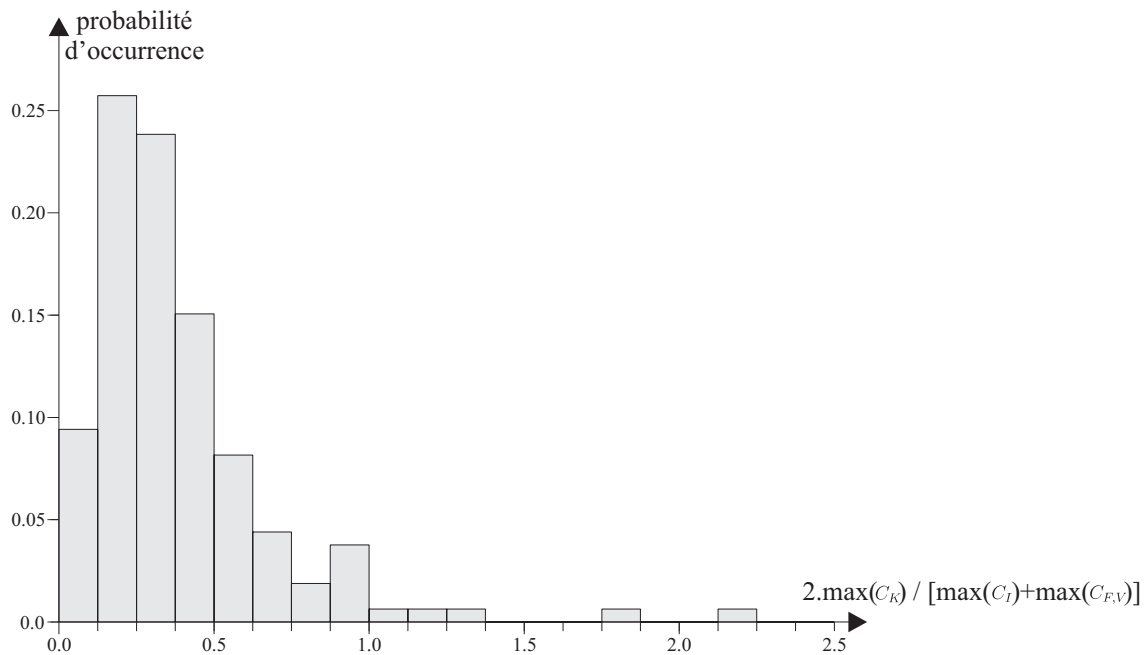


FIG. 5.34 – Répartition de la valeur maximale atteinte par la conversion barotrope, pondérée par la moyenne des maxima atteints par les deux termes prépondérants dans le bilan énergétique, à savoir la conversion interne et les flux verticaux agéostrophiques.

précédant le maximum d'amplitude puis devient positive. Cette évolution est très similaire à celle obtenue pour le cas de la POI 17 par Rivière et Joly (2006a) à l'aide d'une décomposition en échelles temporelles. Néanmoins, sa valeur est très faible devant les autres termes (de 12 à 20 fois ; Fig. 5.33b). Des constatations très similaires peuvent être faites en restreignant par exemple l'échantillon à chacun des sous-ensembles de structures traversant au même instant.

La figure 5.34 illustre d'une manière alternative l'impact de la conversion barotrope sur le bilan énergétique. Elle montre que la conversion barotrope a un poids généralement faible, entre 10 et 40% de la moyenne des valeurs de C_I et $C_{F,V}$. Quelques cas s'écartent cependant de cette constatation et deux d'entre eux présentent même une conversion barotrope assez largement dominante. Ces fortes valeurs correspondent à des structures très étirées aux derniers instants examinés t_{M_x+2} et t_{M_x+3} .

En définitive, ces résultats tendent à indiquer que la conversion barotrope a un poids au mieux modéré dans une large majorité de cas.

Vérification du scénario énergétique

Dans l'article de la section 5.1, le cas " J_{50} " est caractérisé par un bilan énergétique avec une phase de régénération dans les heures suivant la traversée du courant-jet. Cette phase est causée par un décalage dans le temps entre la conversion interne qui demeure fortement positive après son maximum à la traversée du jet et la contribution des flux verticaux, très négatifs au passage du courant-jet et rapidement faibles ensuite. Ce scénario peut être synthétisé de la manière suivante :

- $C_I > 0$ et $C_{F,V} < 0$ avant la traversée,
- $C_{F,V}$ et la somme $(C_I + C_{F,V})$ voient tous deux leur valeur augmenter au moment de la traversée.

Une analyse générale des 153 cas de traversée indique que le scénario énergétique moyen est différent, avec en particulier des flux verticaux dont la moyenne est à chaque instant positive (Fig. 5.33b). On pourra noter qu'une sélection par des critères tels que l'amplitude maximale atteinte ou la détection d'une anomalie d'altitude favorablement placée ne change que marginalement ce constat. Afin de vérifier si le scénario énergétique idéalisé est réaliste, les critères énoncés ci-dessus ont été recherchés. Sur les 95 traversées entre les instants t_{M_x-3} et t_{M_x-1} inclus, 27% correspondent à cette évolution. La figure 5.35 montre les bilans énergétiques moyens pour les cas où la dernière détection côté sud a lieu en t_{M_x-3} (Fig. 5.35a et c) et en t_{M_x-2} (Fig. 5.35b et d). Les bilans énergétiques moyens correspondent, par construction, au scénario énergétique idéalisé ; en particulier, le maximum de la somme des termes est obtenu non pas au moment du maximum de conversion interne mais par une configuration avec des valeurs positives soutenues de C_I et des valeurs temporairement largement positives des flux verticaux agéostrophiques de géopotential. Enfin, on pourra remarquer que sur ces cas, la conversion barotrope, en moyenne faible relativement aux autres termes, a une évolution en adéquation avec l'évolution attendue, à savoir des valeurs négatives avant la traversée puis rapidement positives dans les quelques heures suivant la traversée.

En résumé, le calcul de quelques termes du bilan énergétique des structures synoptiques tend à indiquer que, lors d'une traversée de courant-jet, le scénario énergétique observé dans le cadre idéalisé n'est pas systématique. Avec la méthodologie mise en place, un cas sur quatre correspond

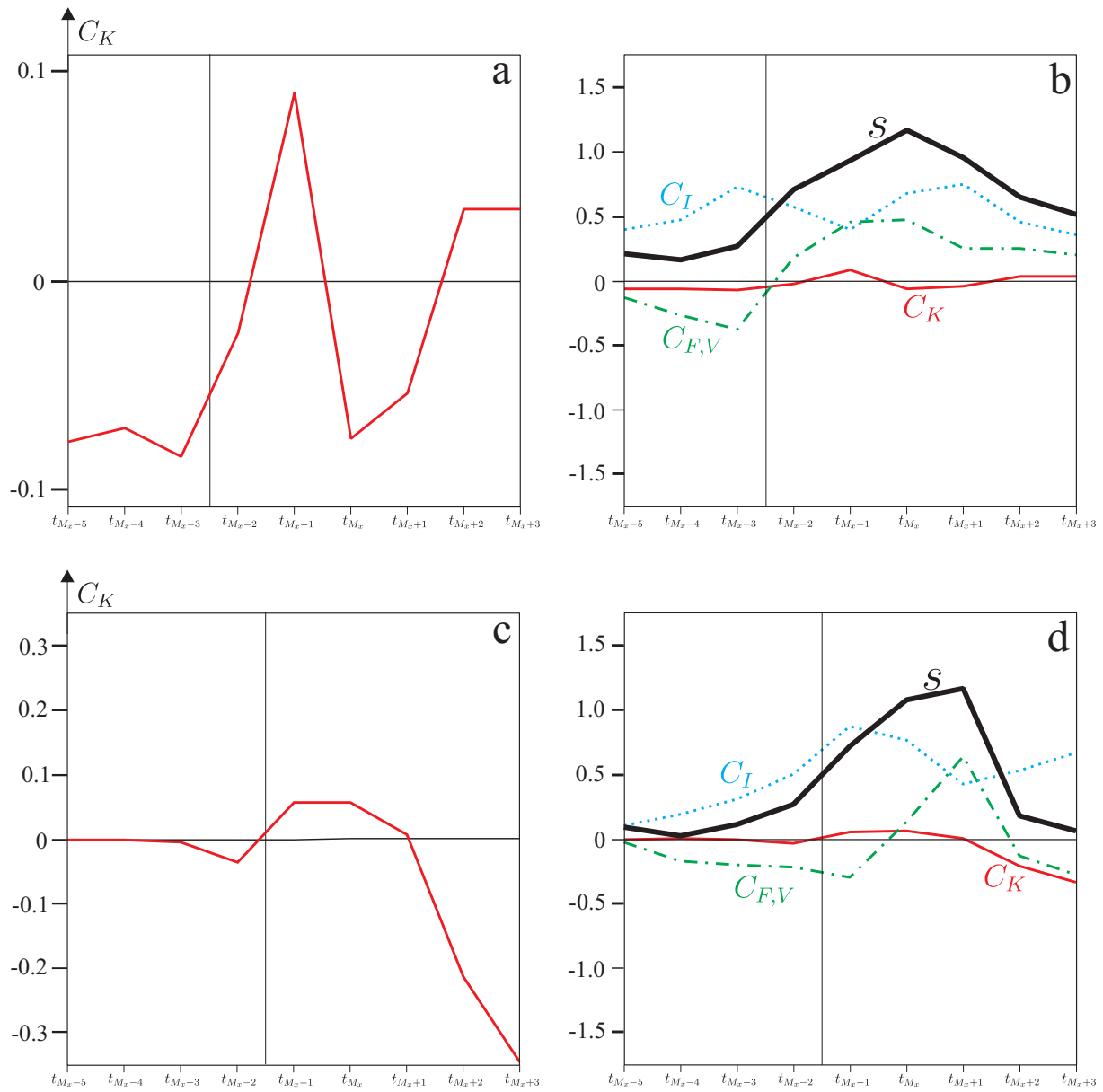


FIG. 5.35 – (a), (c) : Idem Fig. 5.33 mais pour l'ensemble des cas correspondant au scénario énergétique obtenu dans l'expérience idéalisée et pour les traversées entre t_{M_x-4} et t_{M_x-3} . (b), (d) : Idem (a), (c) mais pour l'ensemble des traversées entre t_{M_x-3} et t_{M_x-2} .

cependant bien à celui-ci. La décomposition entre la partie “structures” et l’environnement utilisée ici mérite cependant une réflexion plus approfondie quant à la mise en œuvre d’un bilan énergétique. D’une part, le fait que l’extraction conduite, comme le souligne la section 3.7, à une redistribution locale de tourbillon potentiel en altitude mène à la création d’une partie environnementale contenant la trace des structures pourtant bien détectées et extraites. Au-delà de cet aspect, les très nombreuses approximations faites (modèle vertical de structure, inversion d’une forme simplifiée du tourbillon potentiel sur un domaine restreint, calcul de la vitesse verticale) et les possibles détections manquées de structures d’altitude peuvent influencer largement sur des calculs aussi sensibles que sont les bilans énergétiques.

Ces résultats énergétiques ne doivent être considérés que comme préliminaires. Cette dernière partie constituait en effet, à la connaissance de l’auteur, la première tentative d’extractions et inversions entièrement automatiques sur un grand nombre de cas. Le fait que certaines caractéristiques attendues (positivité systématique de la conversion interne, évolution de l’énergie cinétique en adéquation avec le maximum d’amplitude, scénario énergétique correspondant à l’étude idéalisée dans un cas sur quatre) soient effectivement retrouvées est encourageant. Il n’en demeure pas moins que la confrontation à des bilans établis par décomposition en échelles temporelles sur des cas particuliers est parfois déroutante et peu de conclusions peuvent être tirées avec certitude à ce stade.

5.5.6 Synthèse

La présente étude a montré qu’il était possible de trouver, parmi la large population de dépressions Atlantiques, une dizaine par an qui traversent un courant-jet de son côté chaud vers le côté froid et qui connaissent un changement de forme. Celles qui ont été trouvées parcourent de longues distances (la plupart traversent l’Atlantique) et sont intenses (la médiane atteint $2,2 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$). Le scénario moyen de leur évolution comprend un fort étirement au moins 18 heures avant le maximum d’amplitude, une traversée du jet dans les 6 à 18 heures avec ce même maximum puis un changement rapide d’orientation.

Dans au moins 60% de ces cas, une structure d’altitude est présente en amont – au sens du vent thermique – à une distance de moins de 1 500 km. Cette zone privilégiée de présence de structures d’altitude, initialement située au nord de celle-ci, se trouve après la phase de cyclogénèse en aval, légèrement au sud. Ce mouvement est plus prononcé que l’évolution moyenne sur l’ensemble des structures dépressionnaires Atlantiques (section 4.5).

La variation horizontale de tourbillon potentiel – dont la section 5.1 suggère qu’elle est un élément clé dans le déplacement méridien des dépressions à 850 hPa – a été étudiée sur un grand nombre de cas réels. Les résultats viennent confirmer ce rôle : une différence de l’ordre de 20% a été trouvée entre les trajectoires longeant le courant-jet et celles le traversant le plus rapidement.

Enfin, le calcul de quelques termes du bilan de l’énergie cinétique de la partie “structures” tend à indiquer le rôle généralement secondaire de la conversion barotrope ainsi que la vérification du scénario énergétique obtenu dans l’étude idéalisée dans un cas sur quatre. Les nombreuses approximations faites dans le calcul des termes de conversion invitent à prendre ces résultats avec une certaine prudence ; un examen plus avancé semble nécessaire.

Chapitre 6

Conclusions générales et perspectives

Cette thèse a visé à apporter des contributions concernant deux aspects complémentaires de la recherche en météorologie dynamique, d'une part le développement d'outils numériques d'analyse d'une situation météorologique et d'autre part l'étude des mécanismes en jeu lors de la phase de maturation des dépressions croisant un courant-jet d'altitude.

Méthodes numériques de détection et d'extraction de structure

Les développements réalisés durant cette thèse ont permis d'enrichir les outils existants : une chaîne de traitement comprenant une détection de structure par analyse en ondelettes quasi-stationnaire, leur suivi dans le temps puis leur extraction par projection sur une base orthogonale d'ondelettes a été construite et a fonctionné de manière totalement automatique sur 16 années. Une stratégie novatrice, tirant parti d'un suivi échelle par échelle, a été mise en place. Elle résulte en une détermination robuste de l'échelle caractéristique des structures, dont la connaissance est essentielle en vue d'une extraction de bonne qualité. Par ailleurs, un traitement préliminaire à l'extraction a été ajouté à l'algorithme existant, conduisant à une représentation satisfaisante de l'orientation et de l'étirement de structures dont l'anisotropie est modérée à assez forte. Au regard de la manière avec laquelle la dynamique d'échelle synoptique s'organise, la séquence algorithmique qui a été bâtie durant cette thèse est un outil efficace en vue de la description détaillée d'une situation météorologique. Elle permet de rendre compte des diverses structures cohérentes qui évoluent dans un environnement – lui-même cohérent mais d'échelle nettement supérieure pour une large partie – et défini par la soustraction des structures au champ total.

Les climatologies des positions de structures de tourbillon potentiel à 315 K et de tourbillon relatif à 850 hPa sont très comparables à celles réalisées précédemment à l'aide de méthodes spécialement dédiées. Un effort conséquent en amont de la construction de ces climatologies a été porté en vue de l'extraction, qui nécessite en particulier une connaissance de l'échelle des structures ainsi qu'une non-redondance entre elles, cette dernière étant traitée avant extraction. Il n'était pas acquis que ces traitements n'influeraient pas sur la qualité des climatologies ainsi construites. Notons que les résultats obtenus ont bénéficié de la qualité de la dernière génération de réanalyse du Centre Européen, ERA-Interim.

Une première piste d'amélioration de la méthode proposée ici concerne la prise en compte de la dimension verticale pour l'extraction des structures de tourbillon potentiel. En effet, en vue d'aboutir à des calculs d'inversion, une méthode nécessairement peu coûteuse en temps de calcul au regard du nombre de cas considérés, a été construite (section 5.4.2). Néanmoins, sa simplicité est une limitation majeure à la robustesse des résultats. Plu et al. (2008) proposent d'effectuer, sur un unique cas de structure d'altitude, une succession d'extractions sur un grand nombre de niveaux isobares. Cependant, une méthode automatique et aussi objective que possible destinée à relier les extractions effectuées d'un niveau à l'autre reste à définir. Par ailleurs, l'étape de suivi temporel est telle qu'elle fournit des listes de positions qui ne conduiront pas à des extractions redondantes, avec une très bonne confiance. L'étude de nombreux cas conduit toutefois à penser qu'elle est un peu trop limitative. En effet, certaines structures, bien que détectées, ne sont pas extraites à cause de l'écrémage lors de l'hybridation. Ceci conduit à un environnement possédant régulièrement une composante synoptique conséquente. Une dernière piste d'amélioration, évoquée à la section 3.7 et qui mérite d'être remise en avant ici, concerne la recherche de manières alternatives d'extraire des structures afin de pallier les défauts de la méthode actuelle qui apparaissent dans certaines situations, comme on l'a vu sur le tourbillon potentiel et plus encore sur des champs dont les propriétés sont radicalement différentes, comme le champ d'humidité relative ou spécifique.

Les perspectives ouvertes par l'élaboration de cet algorithme sont nombreuses. On peut penser en premier lieu à des études de cas où chaque structure pourrait être examinée pour elle-même, comme dans l'étude réalisée par Plu (2008) sur un instant précédant le développement de la tempête T2 des 27 et 28 décembre 1999. La dimension temporelle enrichit considérablement les possibilités d'étude. Le fait en particulier que la structure soit extraite à chaque instant permet de considérer un environnement défini localement dans le temps, qui n'est donc pas obtenu par évolution d'un état construit dans le passé. Un autre champ d'étude ouvert est celui du lien entre le changement de forme des structures d'altitude et le profil horizontal du champ de vent dans lequel elles sont placées. Les outils développés ici sont susceptibles de fournir un cadre pertinent pour approfondir l'étude menée par Rivière (2008) concernant l'influence des variations horizontales du courant-jet sur la régénération énergétique des structures d'altitude par mécanismes barotropes.

Enfin, d'autres études comme celle entreprise à la section 4.5 (Gilet et al., 2010), basées sur une climatologie de position des structures, sont envisageables. Pour aller plus loin que l'étude proposée, un grand nombre d'éléments supplémentaires pourraient être utilisés, notamment l'information issue de l'extraction, pour aboutir à une description détaillée des tourbillons, plus riche que les quelques éléments synthétiques donnés dans l'article. Par ailleurs, la recherche de sous-ensembles plus homogènes que ceux étudiés durant cette thèse (sections 4.5 et 5.5) pourrait permettre d'identifier des évolutions-type selon la présence ou non d'une structure d'altitude, sa localisation, sa vitesse de déplacement, son instant d'apparition etc.

Etude de la dynamique des dépressions lors du croisement d'un courant-jet d'altitude

La problématique de la croissance des dépressions d'échelle synoptique à la traversée d'un courant-jet a été abordée sous deux angles différents. Une étude idéalisée (Gilet et al., 2009),

a synthétisé les mécanismes en action lors d'une cyclogenèse au sein d'un courant-jet dont les propriétés ont été simplifiées au maximum. À l'aide d'expériences dans un modèle filtré, il est montré que le profil horizontal du courant-jet joue un rôle majeur – par le biais de processus pour une bonne part non-linéaires – quant à l'évolution de l'orientation, de l'étirement et de la trajectoire des structures de surface. Dans le cas où le jet est suffisamment confiné méridionalement, une structure initialement située au sud de celui-ci peut être amenée à le franchir. Un bilan énergétique montre de surcroît qu'une régénération est possible lors de cette traversée, mais de nature différente de celle observée par exemple lors de la POI 17 de la campagne FASTEX (Rivière et Joly, 2006a). En résumé, les résultats obtenus indiquent que les mécanismes non-linéaires jouent un rôle prépondérant pour une cyclogenèse du type de celle étudiée. Quand bien même ceux-ci sont faibles devant les termes linéaires dans un bilan instantané, ils ont une influence décisive et incontournable quant à la forme et la trajectoire des dépressions étudiées. Dans la continuité de ce travail, la poursuite des études idéalisées dans des cadres moins restrictifs, notamment avec des environnements plus complexes – non homogènes zonalement – est naturelle et permettra peut-être de jeter un pont entre les résultats montrés ici et les propriétés énergétiques observées dans des cas réels.

De manière complètement indépendante et sans faire d'hypothèse préalable, la longue climatologie a été mise à profit afin d'élaborer dans un premier temps des statistiques générales concernant la forme des structures tourbillonnaires à 850 hPa autour du moment de leur maximum d'amplitude. Elles montrent que l'orientation et l'étirement des structures sont assez fortement contraints par l'occurrence de son maximum d'intensité : pour ne parler que de l'étirement, une structure devient en moyenne de moins en moins étirée durant la phase de cyclogenèse conduisant à son maximum d'amplitude, puis s'étire à nouveau, à un rythme moindre.

En s'appuyant sur ces résultats, une recherche de cas traversant le courant-jet et possédant les caractéristiques de forme montrées dans l'article a également été menée et une dizaine de tels événements ont été trouvés annuellement sur l'Atlantique. Cette valeur, qui peut paraître faible, est vraisemblablement à considérer comme une borne inférieure. Parmi les nombreux facteurs pouvant conduire à une sous-estimation, soulignons le fait que certaines dépressions au cycle de vie très rapide ou dont le suivi est difficile ne sont pas comptabilisées. Par ailleurs, la détermination de la position d'une structure relativement au courant-jet s'est avérée délicate, le champ de vent environnemental d'altitude n'étant pas toujours lisse avec un maximum bien localisé. Les cas identifiés de traversée ont fait l'objet d'un examen détaillé. Parmi les caractéristiques mises en avant, la plus marquante est le fait que le lien entre le mouvement perpendiculaire au courant-jet d'une structure tourbillonnaire et le profil horizontal de son environnement correspond aux résultats mis en évidence dans l'étude idéalisée.

La caractérisation des cas identifiés de traversée de courant-jet, notamment par le biais des bilans énergétiques, doit être vue comme une étude préliminaire et d'autres travaux permettant de consolider les premiers éléments obtenus sont nécessaires. La manière originale que nous proposons de décomposer un écoulement en une partie "structures" et un environnement est prometteuse dans la mesure où elle permet de rendre compte d'un large panel de situations et peut aisément

s'adapter à la nature des problèmes scientifiques envisagés mais, de par sa maturité, mérite un examen très attentif lors de son application.

Au-delà des nombreuses difficultés techniques, pour certaines résolues et pour d'autres encore à explorer, de ce travail a découlé – à la connaissance de l'auteur – la première séquence algorithmique entièrement automatique effectuant l'analyse d'une situation météorologique en différentes structures d'altitude et de basses couches. Nous nous autorisons à penser que sa grande flexibilité laissera la part belle à de nombreux développements, en vue d'applications les plus diverses.

Notations

Les diverses notations utilisées dans ce manuscrit – mises à part les annexes par souci de lisibilité – sont regroupées ci-dessous.

Lettres latines

- $C_{F,V}$: partie verticale des flux agéostrophiques de géopotentiel
- C_I : conversion interne
- C_K : conversion barotrope
- C_ψ : grandeur liée à la condition d’admissibilité et définie, pour une ondelette ψ ,
par : $C_\psi = \int_0^\infty \omega^{-1} |\hat{\psi}(\omega)|^2 d\omega$
- $d(x_1, x_2)$: distance orthodromique entre deux points x_1 et x_2
- $ech(\cdot)$: échelle de la trajectoire mono-échelle ·
- \overrightarrow{D} : partie du terme de conversion barotrope liée à l’environnement
- $\overrightarrow{E'}$: partie du terme de conversion barotrope liée à la partie “structures”
- f : paramètre de Coriolis; uniquement dans le chapitre 2, fonctionnelle utilisée dans le processus itératif de recherche de l’angle adéquat pour l’extraction
- g : accélération de la pesanteur (*cf.* Constantes);
au chapitre 2, fenêtre de la transformée de Fourier fenêtrée
- $g_{u,\zeta}$: fenêtre g dilatée et translatée
- K' : énergie cinétique de la partie “structures”
- $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$: ensemble des fonctions définies sur \mathbb{R} de carré intégrable
- $l(\cdot)$: liste des instants auxquels la trajectoire · existe
- N : lettre attribuée à une structure située au nord du courant-jet
- N^2 : carré de la fréquence de Brunt-Väisälä : $N^2 = g/\theta_0 \partial\theta_r/\partial z$
- O : lettre attribuée à une structure collocalisée avec un courant-jet
- p : pression ; proximité de deux trajectoires, définie au chapitre 3
- P, P_s, P_r : tourbillon potentiel d’Ertel total, de la partie “structures”, de l’environnement
- $PB.$: champ filtré par le filtre passe-bande mono-échelle d’échelle ·
- PV : tourbillon potentiel
- $PV315$: champ de tourbillon potentiel sur la surface isentrope 315K
- PVU : unité couramment employée pour mesurer le tourbillon potentiel,
1 PVU = $10^{-6} \text{m}^2 \text{s}^{-1} \text{K kg}^{-1}$

\vec{Q}	: vecteur de Hoskins, diagnostic de la vitesse verticale quasi-géostrophique
q	: centile d'ordre \cdot (q_{50} est la médiane)
q_g	: tourbillon pseudo-potentiel quasi-géostrophique
r, r_0	: rapport d'anisotropie d'une structure, égal à l'inverse du carré du rapport d'aspect
\mathbb{R}	: ensemble des réels
\mathcal{R}	: terme intervenant dans le bilan énergétique, défini par : $\mathcal{R} = R/p(p/p_0)^{R/c_p}$
s	: échelle d'ondelette
S	: lettre attribuée à une structure située au sud du courant-jet
$S\cdot$: transformée de Fourier fenêtrée
$s_i(k)$: score de la trajectoire finissant par la trajectoire i et effectuant un saut à l'instant k
sd	: seuil de proximité, égal à 1300km aux échelles considérées
SWT	: transformation quasi-continue (Stationary Wavelet Transform en anglais)
T	: température
t_1, t_2	: trajectoires
t_{e_1}	: instant d'étirement maximal selon une orientation "côté anticyclonique"
t_{e_2}	: instant tel que la forme est caractéristique d'une position "côté cyclonique"
t_j	: instant de traversée du courant-jet
t_{M_x}	: instant où une structure atteint son amplitude maximale
$TR850$: champ de tourbillon relatif sur la surface isobare 850hPa
\vec{u}'	: champ de vent horizontal de la partie "structures"
$W\cdot$: transformée en ondelette
X	: lettre attribuée quand la recherche d'un courant-jet au voisinage d'une structure est infructueuse

Lettres grecques

α, α_0	: paramètre de forme utilisé au chapitre 2, quantifiant l'orientation d'une structure
$\gamma_{i,j}$: critère de vraisemblance de l'algorithme de suivi lié à la variation d'amplitude
$\delta_{i,j}$: critère de vraisemblance de l'algorithme de suivi lié à la position géographique
ζ	: tourbillon relatif
ζ_s, ζ_r	: tourbillon relatif de la partie "structures", de l'environnement
θ	: température potentielle, définie par : $\theta = T(p_0/p)^{R/c_p}$; uniquement à la section 2.5 : angle de rotation
$\Theta(p)$: température potentielle tirée d'un profil idéalisé, ne dépendant que de la pression p
θ_s, θ_r	: température potentielle de la partie "structures", de l'environnement
ρ	: masse volumique
σ_t^2	: précision temporelle, définie, pour une fonction $f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, par : $\sigma_t^2 = \int_{\mathbb{R}} (x - u)^2 f(x) ^2 dx$
σ_ω^2	: précision fréquentielle, définie, pour une fonction $f \in \mathcal{L}^2(\mathbb{R})$, par : $\sigma_\omega^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathbb{R}} (\omega - \xi)^2 \hat{f}(\omega) ^2 d\omega$

ϕ	:	géopotentiel; uniquement dans le chapitre 2 fonction d'échelle
ϕ'	:	géopotentiel de la partie "structures"
ψ	:	ondelette
$\psi_{u,s}$:	ondelette ψ translatée de u et dilatée pour atteindre l'échelle s
ω	:	vitesse verticale
$\omega', \omega_s, \omega_r$:	vitesse verticale de la partie "structures", de l'environnement
$\vec{\Omega}$:	vecteur rotation de la Terre

Constantes

β	=	$1,618 \cdot 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$:	dérivée méridienne du paramètre de Coriolis f
c_p	=	$1005 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$ (à 273 K)	:	chaleur massique à pression constante
f_0	=	10^{-4} s^{-1}	:	valeur du paramètre de Coriolis f à la latitude $43,3^\circ \text{ N}$
g	=	$9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:	accélération de la pesanteur
p_0	=	$1013,25 \text{ hPa}$:	valeur de la pression standard au niveau de la mer
R	=	$287,05 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$:	constante des gaz parfaits
θ_0	=	300 K	:	valeur standard de θ

Symboles

$\langle \cdot \cdot \rangle$:	produit scalaire
$\ \cdot \ $:	norme, au sens du produit scalaire $\langle \cdot \cdot \rangle$
$\hat{\cdot}$:	transformée de Fourier de \cdot
\cdot^*	:	complexe conjugué du nombre complexe \cdot
\otimes	:	produit tensoriel

Annexe A

Caractéristiques de forme des dépressions en Atlantique et en Méditerranée

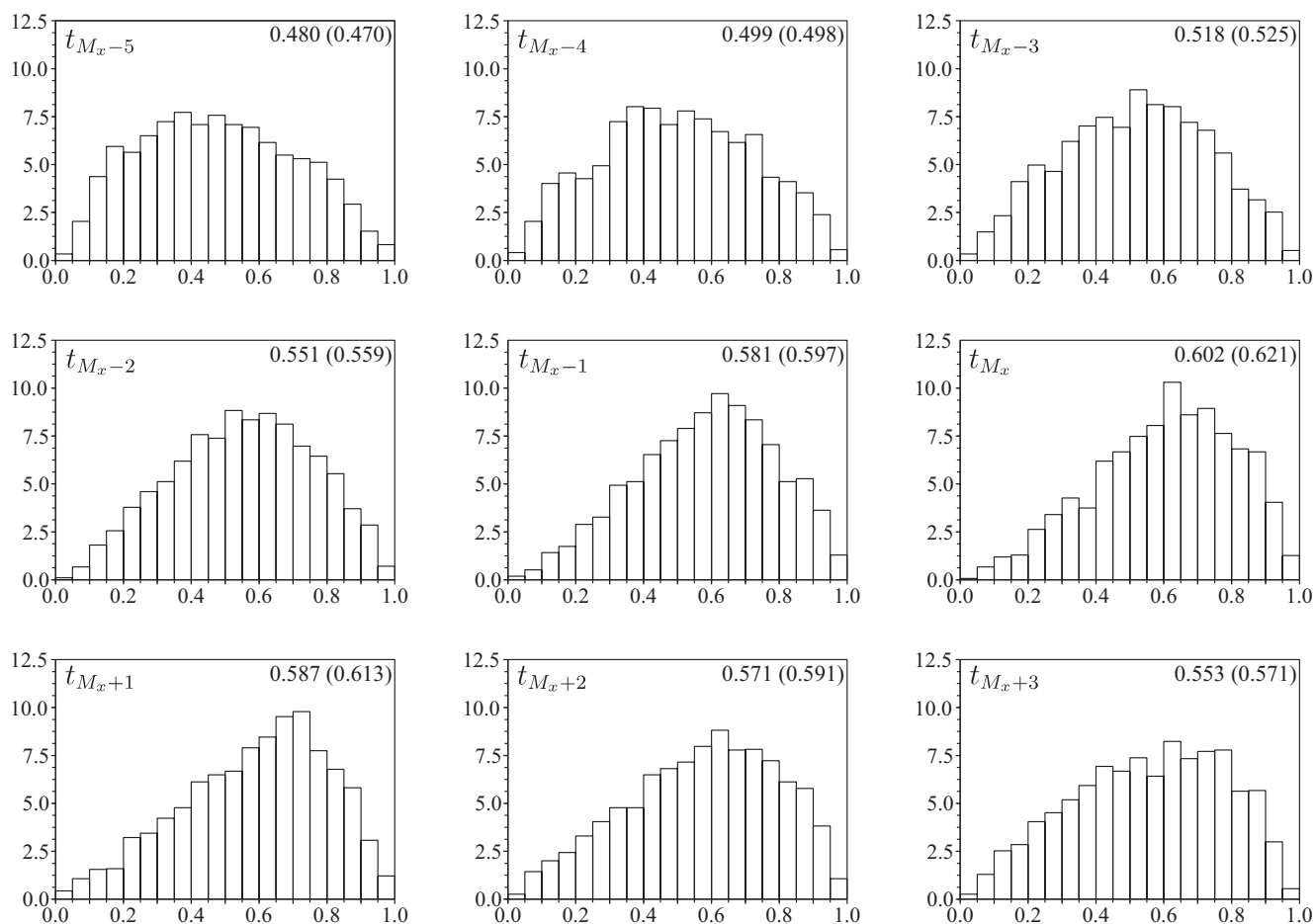


FIG. A.1 – Idem Fig. 5.4 pour la population Atlantique.

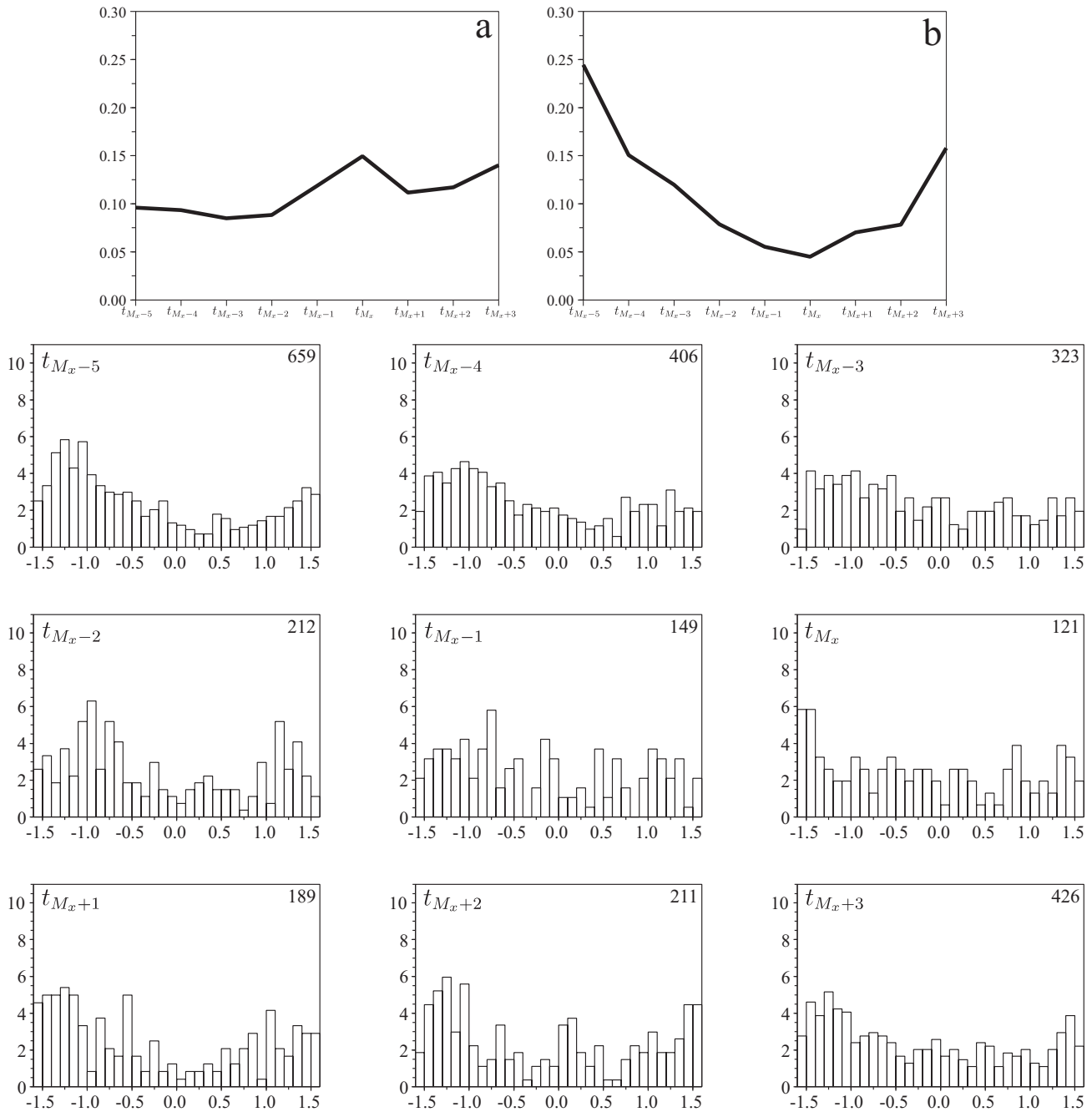


FIG. A.2 – Idem Fig. 5.7 pour la population Atlantique.

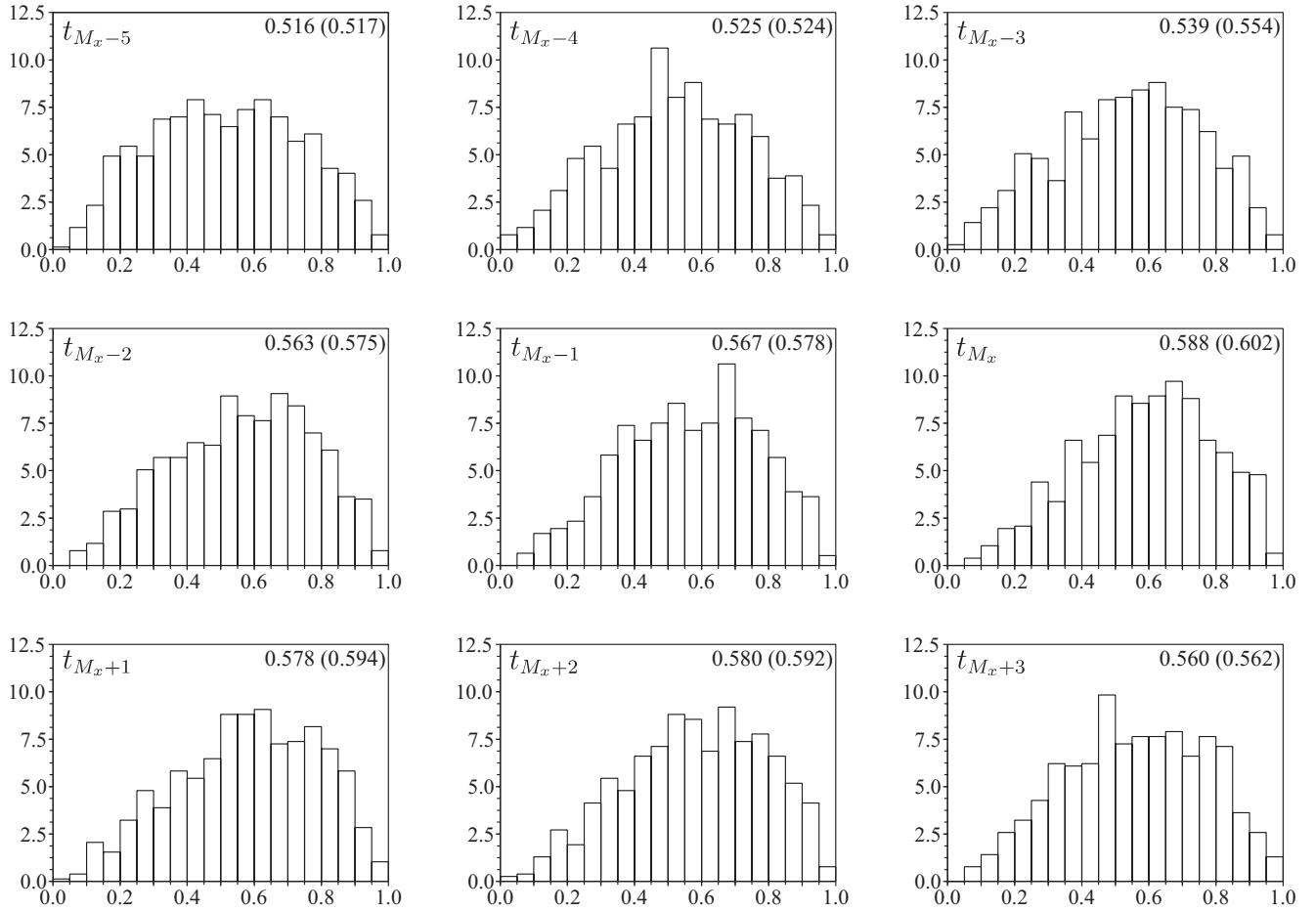


FIG. A.3 – Idem Fig. 5.4 pour la population Méditerranéenne.

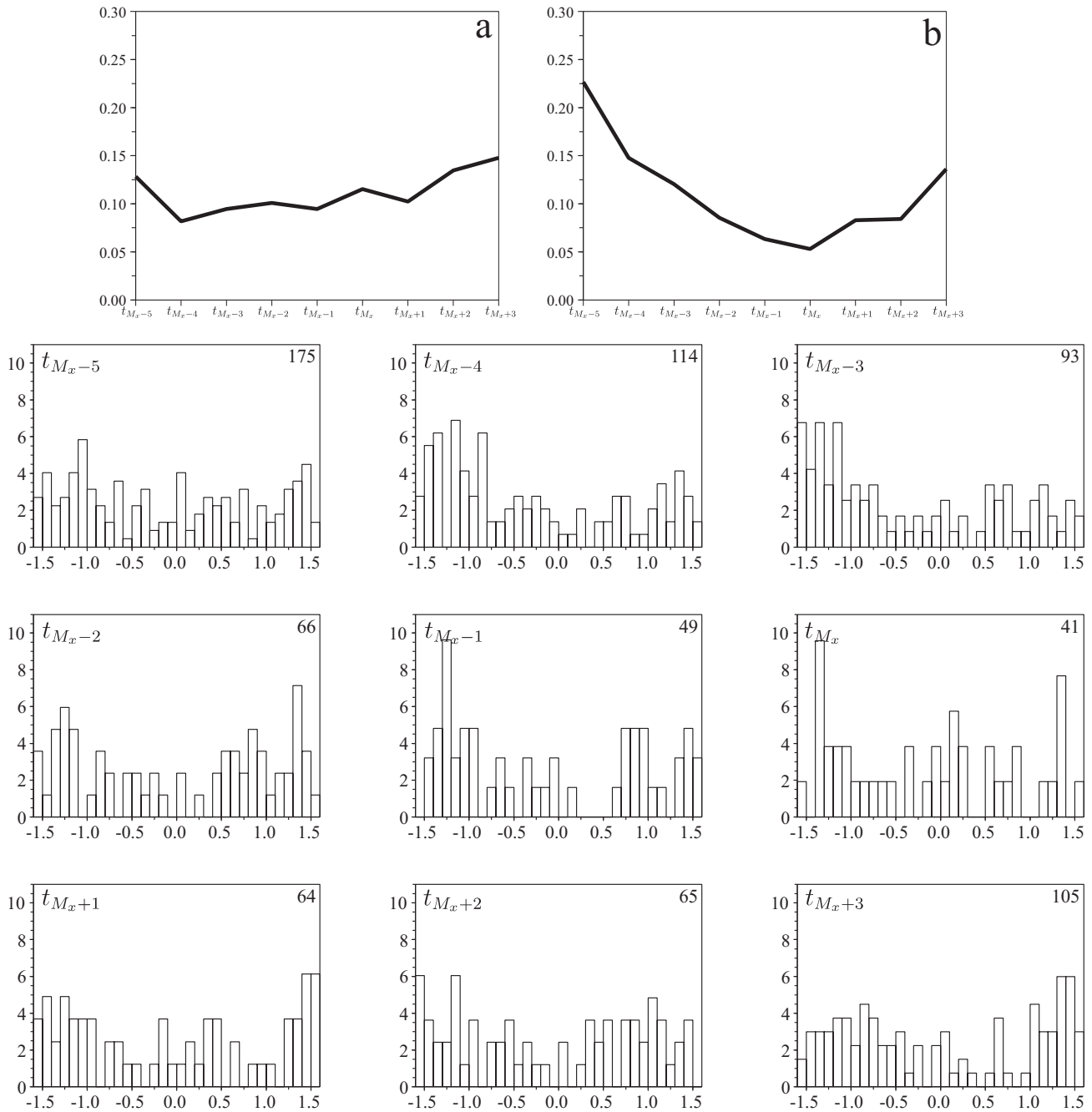


FIG. A.4 – Idem Fig. 5.7 pour la population Méditerranéenne.

Annexe B

Quelques compléments sur la technique d'inversion

La section 5.4 présente la manière avec laquelle l'étape d'inversion du tourbillon potentiel a été conduite. En particulier, une simplification du tourbillon potentiel d'Ertel a été faite et cette annexe en fournit une justification, par analyse en ordre de grandeur.

Expression du tourbillon potentiel d'Ertel

Avec la coordonnée pseudo-altitude z^* définie par

$$z^* = \frac{C_p \theta_o}{g} \left[1 - \left(\frac{p}{p_o} \right)^{\frac{R_a}{C_p}} \right],$$

le tourbillon potentiel d'Ertel P peut s'écrire de la manière suivante :

$$\rho^* P = -\frac{\partial v}{\partial z^*} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z^*} \frac{\partial \theta}{\partial y} + (f + \zeta) \frac{\partial \theta}{\partial z^*},$$

où ρ^* est une pseudo densité.

On peut décomposer le vent \vec{v} en la partie géostrophique \vec{v}_g (majoritaire) et une partie agéostrophique \vec{v}_a : $\vec{v}_g = \vec{v} - \vec{v}_a$

Par ailleurs, l'équilibre du vent thermique dans le même système de coordonnées s'écrit :

$$f \frac{\partial v_g}{\partial z^*} = \frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial x} \text{ et } f \frac{\partial u_g}{\partial z^*} = -\frac{g}{\theta_0} \frac{\partial \theta}{\partial y}.$$

Enfin, on décompose le champ de température en une partie indépendante de l'horizontale $\bar{\theta}$, dont la variation n'est liée qu'à la stratification moyenne de l'atmosphère, et une fluctuation $\tilde{\theta}$:

$$\theta(x, y, z^*, t) = \bar{\theta}(z^*) + \tilde{\theta}(x, y, z^*, t).$$

En définitive, le tourbillon potentiel peut s'écrire comme suit :

$$\rho^* P = (f + \zeta) \left(\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z^*} + \frac{\partial \tilde{\theta}}{\partial z^*} \right) - \frac{f \theta_0}{g} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z^*} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z^*} \right)^2 \right] + \frac{f \theta_0}{g} \left[\frac{\partial u}{\partial z^*} \frac{\partial u_a}{\partial z^*} + \frac{\partial v}{\partial z^*} \frac{\partial v_a}{\partial z^*} \right].$$

Analyse en ordre de grandeur

Ecrivons chaque variable \mathcal{M} de la manière suivante : $\mathcal{M} = [\mathcal{M}]\mathcal{M}'$ où $[\mathcal{M}]$ est l'ordre de grandeur de la variable et \mathcal{M}' la même variable sans dimension. On choisit les ordres de grandeur suivants :

- $[U_H] = U_H$,
- $[U_L] = U_L = aU_H$ (la différentiation entre les échelles de variations verticales et horizontales du champ sera justifiée plus loin),
- $[x] = [\delta x] = [y] = [\delta y] = L$,
- $[z^*] = [\delta z^*] = H$,
- $N^2 = g/\theta_o [\partial\theta/\partial z^*]$ où N^2 est la fréquence de Brunt-Vaissala de référence.

Une fois ces échelles définies, on peut écrire l'analyse en ordre de grandeur des quantités suivantes :

- $[\zeta] = U_L/L$,
- $[\partial U/\partial z^*] = U_H/H$,
- $[\partial\tilde{\theta}/\partial z^*] = f\theta_o LU_H/gH^2$.

On exhibe deux nombres sans dimension caractéristiques, le nombre de Rossby $R_0 = U_L/fL = aU_H/fL$ et le nombre de Froude $F = U_H/NH$. Enfin, $[\delta u_a]/[\delta z^*] = R_0 U_L/H$.

La forme sans dimension de l'équation du tourbillon potentiel est la suivante :

$$\begin{aligned} \frac{g}{f\theta_o N^2} \rho^{*'} P' &= \frac{\partial \bar{\theta}'}{\partial z^{*'}} + F^2 R_0^{-1} \frac{\partial \tilde{\theta}'}{\partial z^{*'}} + R_0 \zeta' \frac{\partial \bar{\theta}'}{\partial z^{*'}} + a F^2 \zeta' \frac{\partial \tilde{\theta}'}{\partial z^{*'}} \\ &\quad - F^2 \left(\frac{\partial u'}{\partial z^{*'}} \right)^2 + F^2 R_0 \frac{\partial u'}{\partial z^{*'}} \frac{\partial u'_a}{\partial z^{*'}} \\ &\quad - F^2 \left(\frac{\partial v'}{\partial z^{*'}} \right)^2 + F^2 R_0 \frac{\partial v'}{\partial z^{*'}} \frac{\partial v'_a}{\partial z^{*'}}. \end{aligned}$$

A l'échelle synoptique on suppose que F et R_0 sont petits devant l'unité et on suppose que l'échelle horizontale de variation du vent l'emporte sur l'échelle verticale. En moyenne dans l'atmosphère le cisaillement vertical domine. En réalité au sein d'une cyclogénèse intense, en présence d'un maximum de tourbillon très allongé sur la verticale et très intense, les variations horizontales du vent associé aux structures tourbillonnaires peuvent dominer les variations verticales.

On considère pour la démonstration que a est de l'ordre de quelques unités (par exemple $a = R_0^{-1}$). On a par conséquent $F \simeq R_0^2$. En tronquant à l'ordre 3 en nombre de Rossby, on aboutit à l'égalité :

$$\frac{g}{f\theta_o N^2} \rho^{*'} P' = \frac{\partial \bar{\theta}'}{\partial z^{*'}} + R_0^3 \frac{\partial \tilde{\theta}'}{\partial z^{*'}} + R_0^1 \zeta' \frac{\partial \bar{\theta}'}{\partial z^{*'}} + R_0^3 \zeta' \frac{\partial \tilde{\theta}'}{\partial z^{*'}}.$$

Bibliographie

- Alpert, P., B. Neeman, et Y. Shay-El, 1990 : Climatological analysis of Mediterranean cyclones using ECMWF data. *Tellus*, **42A**, 65–77.
- Antoine, J.-P. *The 2D-wavelet transform, physical application and generalizations*, volume Wavelets in physics, chapter 2, pages 23–76. Cambridge University Press, 2004.
- Arbogast, P., K. Maynard, et F. Crepin, 2008 : Ertel potential vorticity inversion using a digital filter initialization method. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **134**, 1287–1296.
- Arbogast, P. *L'inversion du tourbillon potentiel : méthodologie, application à l'étude des interactions non-linéaires dans la formation des dépressions météorologiques*. Doctorat de l'Université P. Sabatier, Toulouse, 1998. 229pp.
- Ayrault, F. *Environnement, structure et évolution des dépressions météorologiques : réalité climatologique et modèles types*. Doctorat de Université P. Sabatier, Toulouse, 1998. 328pp.
- Ayrault, F., F. Lalaurette, A. Joly, et C. Loo, 1995 : North atlantic ultra high frequency variability. *Tellus*, **47 A**, 671–696.
- Azzalini, A., M. Farge, et K. Schneider, 2005 : Nonlinear wavelet thresholding : a recursive method to determine the optimal denoising threshold. *Appl. Comput. Harmonic Anal.*, **18**, 177–185.
- Black, R., et R. Dole, 1993 : The dynamics of large-scale cyclogenesis over the North Pacific atmosphere. *J. Atmos. Sci.*, **50**, 421–442.
- Chaigne, E., et P. Arbogast, 2000 : Multiple potential vorticity inversions in two FASTEX cyclones. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **126**, 1711–1734.
- Charney, J. G., 1947 : The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current. *J. Meteor.*, **4**, 135–162.
- Charney, J. G., 1955 : The use of primitive equations of motion in numerical prediction. *Tellus*, **7**, 22–26.
- Charney, J. G., 1971 : Geostrophic turbulence. *J. Atmos. Sci.*, **28**, 1087–1095.
- Coifman, R., et D. Donoho. *Translation-invariant denoising*, volume Wavelets and Statistics, pages 125–150. Springer-Verlag, 1995.

- Dacre, H., et S. Gray, 2009 : The spatial distribution and evolution characteristics of North Atlantic cyclones. *Mon. Wea. Rev.*, **137**, 99–115.
- Daubechies, I., 1988 : Orthonormal bases of compactly supported wavelets. *Commun. on Pure and Appl. Math.*, **41**, 909–996.
- Daubechies, I. *Ten Lectures on Wavelets*. SIAM, 2004. 357 pp.
- Davies, H. C., 1997 : Emergence of the mainstream cyclogenesis theory. *Meteorol. Zeitschrift*, **6**, 261–274.
- Davis, C., 1992 : A potential-vorticity diagnosis of the importance of initial structure and condensational heating in observed extratropical cyclogenesis. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 2409–2428.
- Davis, C., et K. Emanuel, 1991 : Potential vorticity diagnostics of cyclogenesis. *J. Atmos. Sci.*, **119**, 1929–1953.
- Descamps, L., D. Ricard, A. Joly, et P. Arbogast, 2007 : Is a real cyclogenesis case explained by generalized linear baroclinic instability? *J. Atmos. Sci.*, **64**(12), 4287–4308.
- Eady, E., 1949 : Long-waves and cyclone waves. *Tellus*, **1**(3), 33–52.
- Ertel, H., 1942 : Ein neuer hydrodynamischer Wirbelsatz. *Meteorologische Zeitschrift*, **59**, 271–281.
- Farge, M., 1992 : Wavelet transforms and their applications to turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, **24**, 395–457.
- Farrell, B., 1989 : Optimal excitation of baroclinic waves. *J. Atmos. Sci.*, **46**(9), 1193–1206.
- Gabor, D., 1946 : Theory of communication. *J. IEEE*, **93**, 429–457.
- Gilet, J.-B., M. Plu, et G. Rivière, 2009 : Nonlinear baroclinic dynamics of surface cyclones crossing a zonal jet. *J. Atmos. Sci.*, **66**, 3021–3041.
- Gilet, J.-B., M. Plu, A. Joly, et P. Arbogast, 2010 : The occurrence density of tracked tropopause coherent structures around intensifying mid-latitude surface cyclones. *J. Atmos. Sci.*, soumis.
- Gyakum, J., J. Roebber, et T. Bullock, 1992 : The role of antecedent surface vorticity development as a conditioning process in explosive cyclone intensification. *Mon. Wea. Rev.*, **120**, 1465–1489.
- Hakim, G. J., D. Keyser, et L. Bosart, 1995 : The Ohio valley wave-merger cyclogenesis event of 25–26 January 1978. Part II : diagnosis using quasigeostrophic potential vorticity inversion. *Mon. Wea. Rev.*, **124**, 2176–2205.
- Hodges, K., 1994 : A general method for tracking analysis and its application to meteorological data. *Mon. Wea. Rev.*, **122**(11), 2573–2586.

- Hodges, K., B. Hoskins, J. Boyle, et C. Thorncroft, 2003 : A comparison of recent reanalysis datasets using objective feature tracking : storm tracks and tropical easterly waves. *Mon. Wea. Rev.*, **131**, 2012–2037.
- Hoskins, B. J., I. Draghici, et H. C. Davies, 1978 : A new look at the ω -equation. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **104**, 31–38.
- Hoskins, B. J., M. E. McIntyre, et R. W. Robertson, 1985 : On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **111**, 877–946.
- Hoskins, B., et K. Hodges, 2002 : A new perspective on northern hemisphere storm tracks. *J. Atmos. Sci.*, **59**, 1041–1062.
- Hoskins, B., et K. Hodges, 2005 : A new perspective on southern hemisphere storm tracks. *Journal of Climate*, **18**, 4108–4129.
- Huo, Z., D. Zhang, et J. Gyakum, 1999 : Interaction of potential vorticity anomalies in extratropical cyclogenesis. Part I : static piecewise inversion. *Mon. Wea. Rev.*, **127**, 2546–2561.
- Jansà, A., A. Genoves, M. Picornell, J. Campins, R. Riosalido, and O. Carretero, 2001 : Western mediterranean cyclones and heavy rain. Part II : statistical approach. *Meteorol. Appl.*, **8**, 43–56.
- Joly, A., K. A. Browning, P. Bessemoulin, J. Cammas, G. Caniaux, J. Chalon, S. Clough, R. Dirks, K. A. Emanuel, L. Eymard, R. Gall, T. Hewson, P. Hildebrand, D. Jorgensen, F. Lalaurette, R. Langland, Y. Lemaitre, P. Mascart, J. Moore, P. Persson, F. Roux, M. Shapiro, C. Snyder, Z. Toth, et R. Wakimoto, 1999 : Overview of the field phase of the Fronts and Atlantic Storm-Track Experiment (FASTEX) project. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 3131–3164.
- Kelvin, L., 1887 : Stability of fluid motions : rectilinear motion of a viscous fluid between two parallel plates. *Phil. Mag.*, **24**, 188–196.
- Kida, S., 1981 : Motion of an elliptic vortex in a uniform shear flow. *Journal of the Physical Society of Japan*, **50**(10), 3517–3520.
- Kleinschmidt, E., 1950a : Über Aufbau und Entstehung von Zyklonen, II Teil. *Met. Rundschau*, **3**, 54–61.
- Kleinschmidt, E., 1950b : Über Aufbau und Entstehung von Zyklonen, I Teil. *Met. Rundschau*, **3**, 1–6.
- Lackmann, G., D. Keyser, et L. F. Bosart, 1999 : Energetics of an intensifying jet streak during the experiment on rapidly intensifying cyclones over the Atlantic (ERICA). *Mon. Wea. Rev.*, **127**, 2777–2795.
- Lefevre, R., et J. Nielsen-Gammon, 1995 : An objective climatology of mobile troughs in the northern hemisphere. *Tellus*, **47A**, 638–655.

- Legras, B., et D. Dritschel, 1993 : Vortex stripping and the generation of high vorticity gradients in two-dimensional flows. *Applied Scientific Research*, **51**, 445–455.
- Lionello, P., F. Dalan, et E. Elvini, 2002 : Cyclones in the Mediterranean region : the present and the doubled CO₂ climate scenario. *Climate research*, **22**, 147–159.
- Malardel, S. *Fondamentaux de météorologie*. Cépaduès Editions, 2005. 708p.
- Mallat, S. *A wavelet tour of signal processing*. Academic Press, 1998. 637 pp.
- Mallat, S., et S. Zhong, 1992 : Characterization of signals from multiscale edges. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, pages 710–732.
- Manobianco, J., 1989 : Explosive East-Coast cyclogenesis over the west-central North Atlantic ocean : a composite study derived from ECMWF operational analyses. *Mon. Wea. Rev.*, **117**, 2365–2383.
- Marcus, P., T. Kundu, et C. Lee, 2000 : Vortex dynamics and zonal flows. *Physics of plasmas*, **7**, 1630–1640.
- Meyer, Y. *Ondelettes et opérateurs I*. Hermann, éditeur des sciences et des arts, 1989. 215 pp.
- Montgomery, M., et B. Farrell, 1992 : Polar low dynamics. *J. Atmos. Sci.*, **49**, 2484–2505.
- Nielsen-Gammon, J., et R. Lefevre, 1996 : Piecewise tendency diagnosis of dynamical processes governing the development of an upper-tropospheric mobile trough. *J. Atmos. Sci.*, **53**, 3120–3142.
- Orlanski, I., et J. Kaftzey, 1991 : The life cycle of a cyclone wave in the southern hemisphere. Part I : Eddy kinetic budget. *J. Atmos. Sci.*, **48**, 1972–1998.
- Orlanski, I., et J. Sheldon, 1995 : Stages in the energetics of baroclinic systems. *Tellus*, **47A**, 605–628.
- Petterssen, S., 1955 : A general survey of factors influencing development at sea level. *J. Meteor.*, **12**, 36–42.
- Petterssen, S. *Weather analysis and forecasting*, volume I. McGraw-Hill, 1956. 428pp.
- Petterssen, S., et S. Smebye, 1971 : On the development of extratropical cyclones. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **97**, 457–482.
- Picornell, M., A. Jansà, A. Genoves, et J. Campins, 2001 : Automated database of mesocyclones from the HIRLAM/INM-0.5° analyses in the western mediterranean. *International Journal of Climatology*, **21**, 335–354.
- Plu, M. *Représentation numérique et mathématique des structures cohérentes d'échelle synoptique*. Doctorat de l'Université de Toulouse, 2008. 218pp.

- Plu, M., et P. Arbogast, 2005 : A cyclogenesis evolving into two distinct scenarios and its implications for short-term ensemble forecasting. *Mon. Wea. Rev.*, **133**(7), 2016–2029.
- Plu, M., P. Arbogast, et A. Joly, 2008 : A wavelet representation of synoptic-scale coherent structures. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 3116–3138.
- Raible, C., P. Della-Marta, C. Schwierz, H. Wernli, et R. Blender, 2008 : Northern hemisphere extratropical cyclones : a comparison of detection and tracking methods and different reanalyses. *Mon. Wea. Rev.*, **136**, 880–897.
- Rayleigh, L., 1880 : On the stability, or instability, of certain fluid motions. *Proc. Lond. Math. Soc.*, **11**, 57–70.
- Raymond, D., 1992 : Nonlinear balance and potential-vorticity thinking at large Rossby number. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **118**, 987–1015.
- Rivière, G., 2008 : Barotropic regeneration of upper-level synoptic disturbances in different configurations of the zonal weather regime. *J. Atmos. Sci.*, **65**, 3159–3178.
- Rivière, G., et A. Joly, 2006a : Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part I : barotropic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63**(8), 1965–1981.
- Rivière, G., et A. Joly, 2006b : Role of the low-frequency deformation field on the explosive growth of extratropical cyclones at the jet exit. Part II : baroclinic critical region. *J. Atmos. Sci.*, **63**(8), 1982–1995.
- Roebber, P., D. Schultz, et R. Romero, 2002 : Synoptic regulation of the 3 may 1999 tornado outbreak. *Mon. Wea. Rev.*, **17**, 399–429.
- Rosca, D., 2005 : Locally supported rational spline wavelets on a sphere. *Mathematics of Computation*, **74**, 1803–1829.
- Rosenbrock, H., 1960 : An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *Comput. J.*, **3**, 175–184.
- Rossby, C. G., 1939 : Relation between variations in the intensity of the zonal circulation of the atmosphere and the displacements of the semi-permanent centers of action. *J. Marine Res.*, **2**(1), 38–55.
- Rossby, C. G., 1940 : Planetary flow patterns in the atmosphere. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **66**, Suppl., 68–87.
- Rué, F., et A. Bijaoui, 1997 : A multiscale vision model to analyse field astronomical images. *Experimental Astronomy*, **7**, 129–160.

- Sanders, F., 1986 : Explosive cyclogenesis over the west-central North Atlantic ocean, 1981–1984. Part I : composite structure and mean behaviour. *Mon. Wea. Rev.*, **114**, 1781–1794.
- Schär, C., et H. Wernli, 1993 : Structure and evolution of an isolated semi-geostrophic cyclone. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 57–90.
- Schröder, P., et W. Sweldens. Spherical wavelets : efficiently representing functions on the sphere. In *Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 161–172, New York, 1995.
- Schwierz, C., S. Dirren, et H. C. Davies, 2004 : Forced waves on a zonally aligned jet stream. *J. Atmos. Sci.*, **61**(1), 73–87.
- Simmons, A., S. Uppala, D. Dee, et S. Kobayashi, 2007 : ERA-Interim : new ECMWF reanalysis products from 1989 onwards. *ECMWF Newsletter*, **Winter 2006/07**(110), 25–35.
- Sinclair, M., 1994 : An objective cyclone climatology for the southern hemisphere. *Mon. Wea. Rev.*, **122**, 2239–2256.
- Sutcliffe, R., 1939 : Cyclonic and anticyclonic development. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **65**, 518–524.
- Sutcliffe, R., 1947 : A contribution to the problem of development. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **73**, 370–383.
- Sutcliffe, R., 1952 : Principles of synoptic weather forecasting. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **78**, 291–320.
- Thorncroft, C. D., B. J. Hoskins, et M. McIntyre, 1993 : Two paradigms of baroclinic-wave life-cycle behaviour. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **119**, 17–55.
- Thorpe, A., et M. Pedder, 1999 : The semi-geostrophic diagnosis of vertical motion. II : results for an idealized baroclinic wave life cycle. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **125**, 1257–1276.
- Torrésani, B. *Analyse continue par ondelettes*. EDP Sciences, 1995. 239 pp.
- Trenberth, K., 1978 : On the interpretation of the diagnostic quasi-geostrophic omega equation. *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 131–137.
- Trigo, I., T. Davies, et G. Bigg, 1999 : Objective climatology of cyclones in the Mediterranean region. *Journal of Climate*, **12**, 1685–1696.
- Trigo, I., T. Davies, et G. Bigg, 2002 : Climatology of cyclogenesis mechanisms in the Mediterranean. *Mon. Wea. Rev.*, **130**, 549–569.
- Uccellini, L. W. *Processes contributing to the rapid development of extratropical cyclones*, volume Extratropical cyclones, Newton and Holopainen eds. American Meteorological Society, 1990.

- Uppala, S. M., P. W. Kallberg, A. J. Simmons, U. Andrae, V. da Costa Bechtold, M. Fiorino, J. K. Gibson, J. Haseler, A. Hernandez, G. A. Kelly, X. Li, K. Onogi, S. Saarinen, N. Sokka, R. P. Allan, E. Andersson, K. Arpe, M. A. Balmaseda, A. Beljaars, L. van de Berg, J. Bidlot, N. Bormann, S. Caires, F. Chevallier, A. Dethof, M. Dragosavac, M. Fisher, M. Fuentes, S. Hagemann, E. Holm, B. J. Hoskins, L. Isaksen, P. A. E. M. Janssen, R. Jenne, A. P. McNally, J.-F. Mahfouf, J.-J. Morcrette, N. A. Rayner, R. W. Saunders, P. Simon, A. Sterl, K. E. Trenberth, A. Untch, D. Vasiljevic, P. Viterbo, and J. Woollen, 2005 : The ERA-40 re-analysis. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, **131**, 2961–3012.
- Wernli, H., et C. Schierz, 2006 : Surface cyclones in the ERA40 dataset (1958-2001). Part I : novel identification method and global climatology. *J. Atmos. Sci.*, **63**, 2486–2507.

Abstract

A classical and widely held way to explain mid-latitude synoptic-scale cyclogenesis is based on nonlinear interaction mechanisms between a few finite-amplitude structures in a favorable environment. From this point of view, the purpose of this PhD is twofold.

From existing and independent numerical tools, a totally automated algorithm is built, which enables the analysis of a meteorological situation with the help of a decomposition into synoptic-scale structures and their environment. The main contribution is the definition of a methodology that enables the coupling of a tracking algorithm with a structure extracting one. Such a coupling gives access to structures' history and to get a reliable extraction. This algorithm has been applied to 16-year long isentropic 315 K potential vorticity and 850 hPa relative vorticity field series from ERA-Interim reanalysis. The geographical position temporal series of the coherent structures compares well with previous climatologies that were built with more classical methods.

Moreover, dynamical mechanisms leading to some observed extratropical cyclones' characteristics during their crossing of a tropopause jet from the south to the north are examined. An idealized study in a two-layer quasi-geostrophic model is led. It shows that the horizontal profile of the jet plays a key role as for the orientation, the shape and the trajectory of mid-latitude cyclones, and for its subsequent energy budget. The findings of this study are documented with the help of the structures time series previously built. It is shown that the occurrence of the amplitude maximum of a vortex matches well with a temporary phase of moderate anisotropy. At last, a large number (about one thousand) of automated potential vorticity inversions are performed on a set of carefully chosen 850 hPa vortices. 315 K and 850 hPa extractions, combined with a simple vertical model, supply with a three-dimensional decomposition into a "structures" part and its environment. The PV inversion step makes up the dynamical description : it provides the three-dimensional wind fields of both flow parts. On the Atlantic, about ten depressions are yearly found to follow a life cycle comprising a change of horizontal shape and a jet crossing. Among the results, the link between the intensity of the environmental potential vorticity horizontal variation and the cross-jet low-level vortex shift is found.

Key words

Dynamical meteorology, coherent structures, wavelets, cyclogenesis, climatology, mid-latitude cyclones.

INTERACTIONS NON-LINEAIRES DE STRUCTURES COHERENTES TOURBILLONNAIRES D'ECHELLE SYNOPTIQUE

Doctorat de l'Université de Toulouse délivré par l'Université Toulouse III — Paul Sabatier

Spécialité : Océan-Atmosphère

Auteur : Jean-Baptiste GILET

Directrice de thèse : Véronique DUCROCQ

Co-directeurs : Matthieu PLU, Philippe ARBOGAST et Alain JOLY

Résumé

Une manière classique et de plus en plus répandue d'expliquer le creusement des dépressions météorologiques d'échelle synoptique repose sur des mécanismes d'interactions non-linéaires entre un nombre réduit de structures d'amplitude finie au sein d'un environnement propice. Dans cette perspective, la thèse a un double objectif.

Une séquence algorithmique entièrement automatique analysant une situation météorologique par décomposition de l'écoulement en une série de structures et leur environnement a été bâtie à partir d'outils existants et jusque-là indépendants. Le principal apport est la construction d'une méthodologie de couplage entre un algorithme de suivi temporel et un algorithme d'extraction de structure. Elle permet d'aboutir à la connaissance de l'histoire des structures ainsi qu'à une extraction plus robuste. En appliquant l'algorithme aux champs de tourbillon potentiel à 315 K et de tourbillon relatif à 850 hPa sur 16 années de la réanalyse ERA-Interim, les climatologies de positions de structures cohérentes se comparent de manière satisfaisante avec d'autres issues de méthodes plus classiques. Combinées à un modèle vertical simple, les extractions sur les deux niveaux fournissent une décomposition tridimensionnelle en une partie "structures" et son environnement.

D'autre part, les mécanismes dynamiques conduisant à l'observation de certaines caractéristiques de dépressions qui traversent un courant-jet d'altitude du sud vers le nord ont été examinés. Une étude idéalisée dans un modèle quasi-géostrophique à deux couches a été menée, montrant que le profil horizontal du courant-jet joue un rôle clé quant à l'orientation, la forme, la trajectoire des dépressions ainsi que le cycle énergétique qui en découle. Les conclusions de cette étude sont documentées à l'aide de la série temporelle de structures. Il est montré que l'occurrence du maximum d'amplitude d'une structure tourbillonnaire correspond de manière générale à un retour temporaire à une anisotropie modérée. Par ailleurs, un calcul automatique d'inversion du tourbillon potentiel sur un ensemble conséquent de cas choisis – de l'ordre du millier – est mené. Cette dernière étape fournit les champs de vent tridimensionnels liés aux deux parties de l'écoulement. Il s'avère que sur l'Atlantique, au moins une dizaine de dépressions par an suivent une évolution comprenant un changement de forme horizontale ainsi qu'une traversée du courant-jet. Parmi les résultats obtenus, le lien entre l'intensité de la variation horizontale de tourbillon potentiel de l'environnement et le mouvement méridien d'une dépression est retrouvé.

Mots-clés

Météorologie dynamique, structures cohérentes, ondelettes, cyclogénèse, climatologie, dépressions météorologiques des moyennes latitudes.