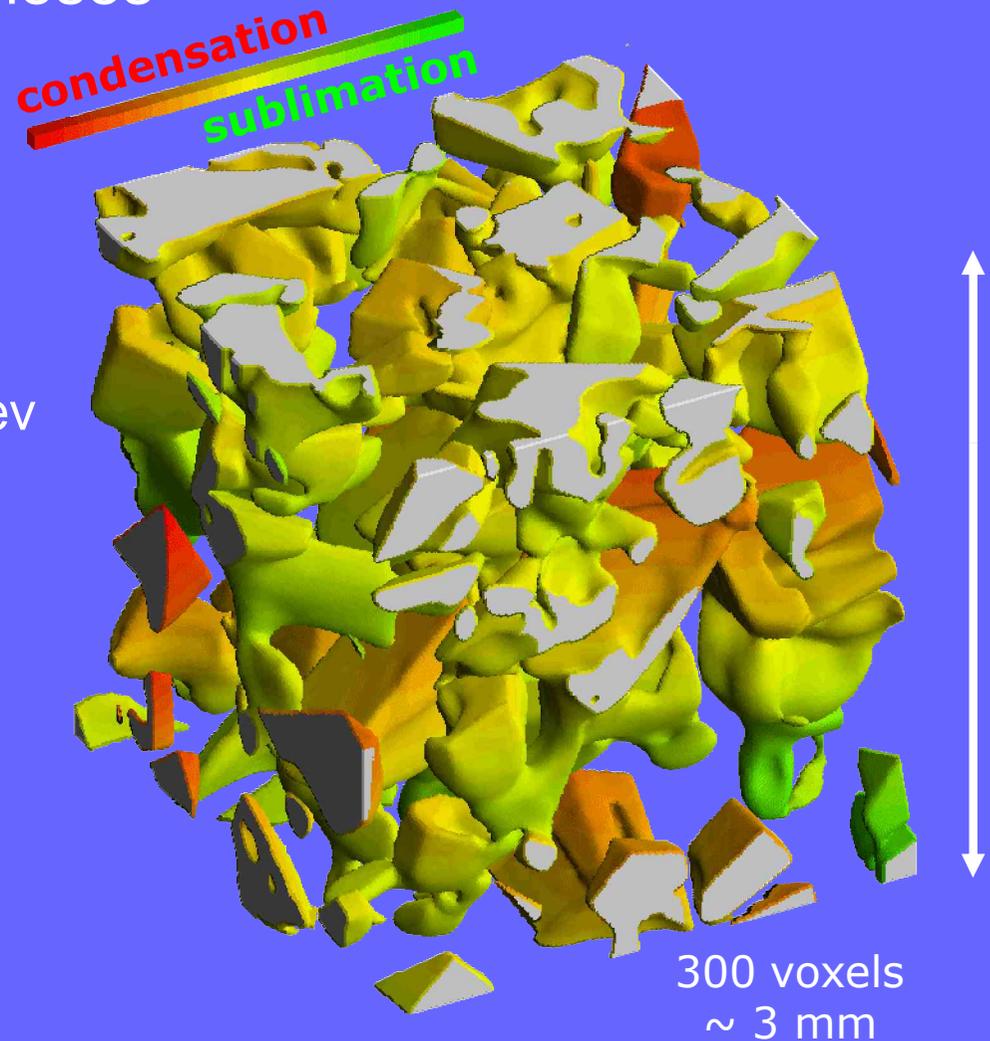


# Neige sèche et neige humide

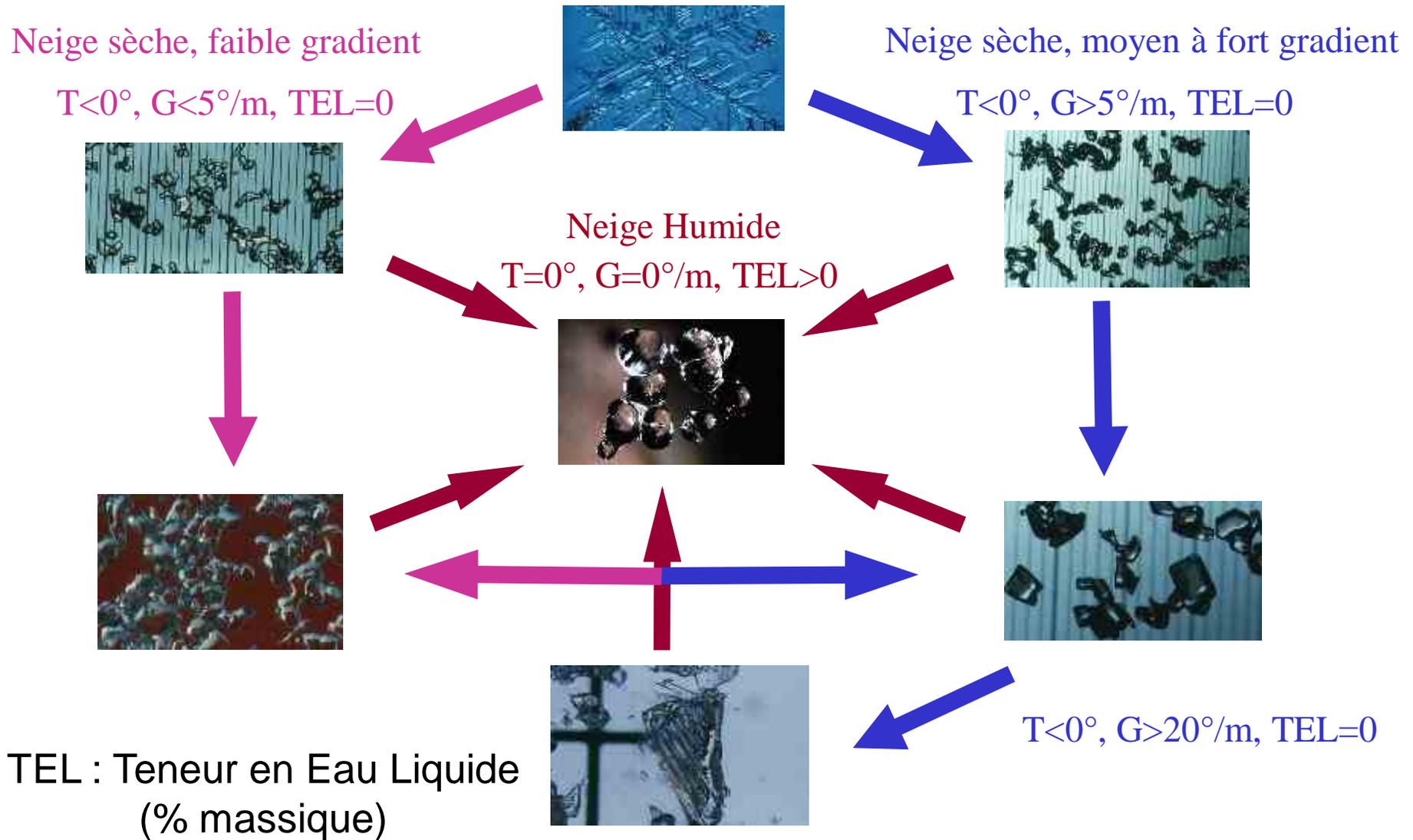
## ” Physique des métamorphoses de la neige

- . Cours JB Brzoska
- . Cours JF Daïan
- . Livres Markov, Mutaftschiev

Frédéric Flin :  
frederic.flin@meteo.fr



# Métamorphoses de neige

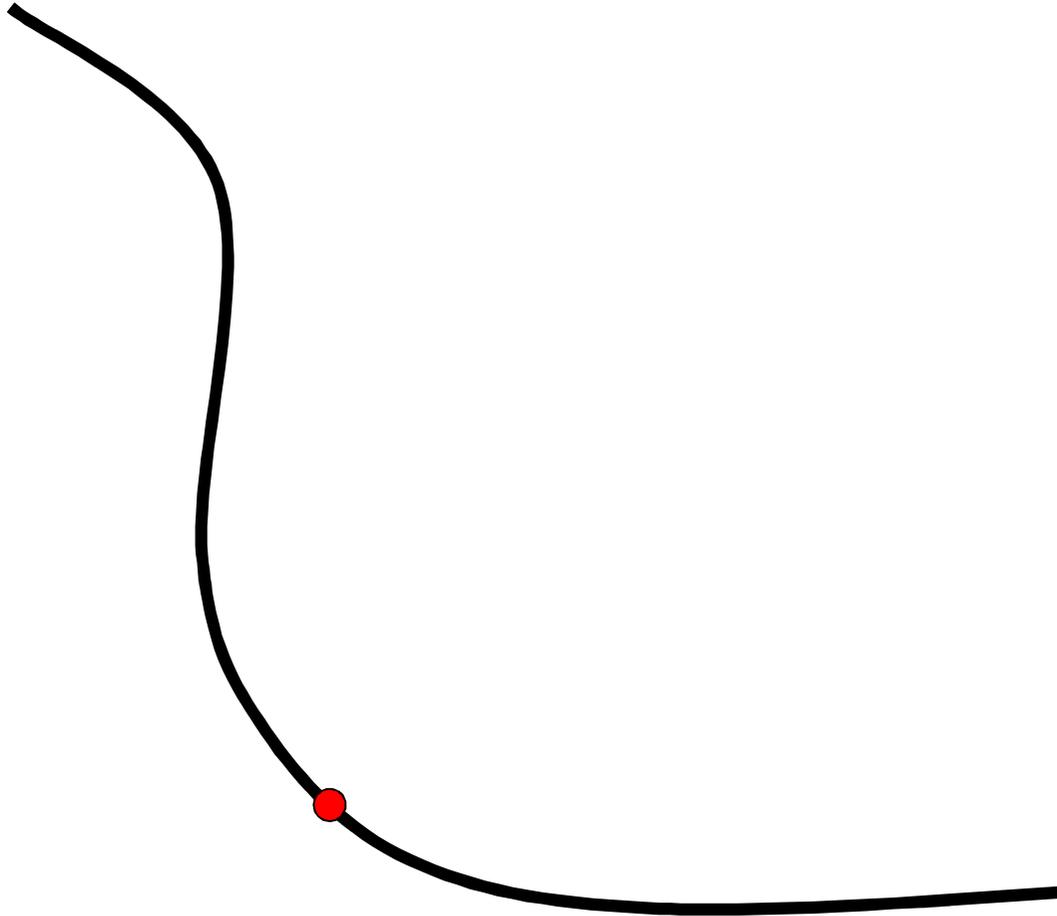


# Plan de l'exposé

1. Courbure : définitions
2. Rappels de thermodynamique
  1. Tension superficielle
  2. Gibbs-Duhem
3. Métamorphoses de neige sèche
  1. Faible gradient
  2. Moyen à fort gradient
4. Métamorphoses de neige humide
  1. Généralités
  2. Forte TEL
  3. Faible TEL
5. Conclusion

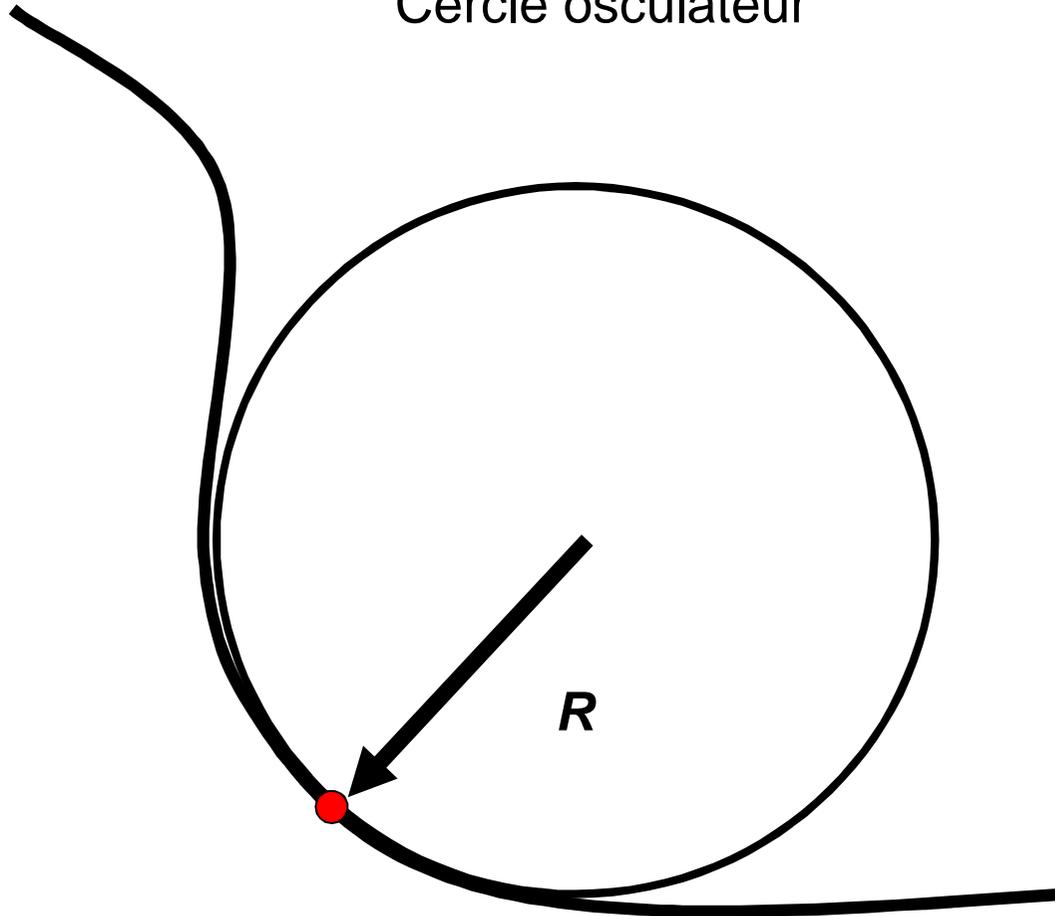
# 1. Courbure : définitions

# Courbure d'une ligne dans un espace 2D



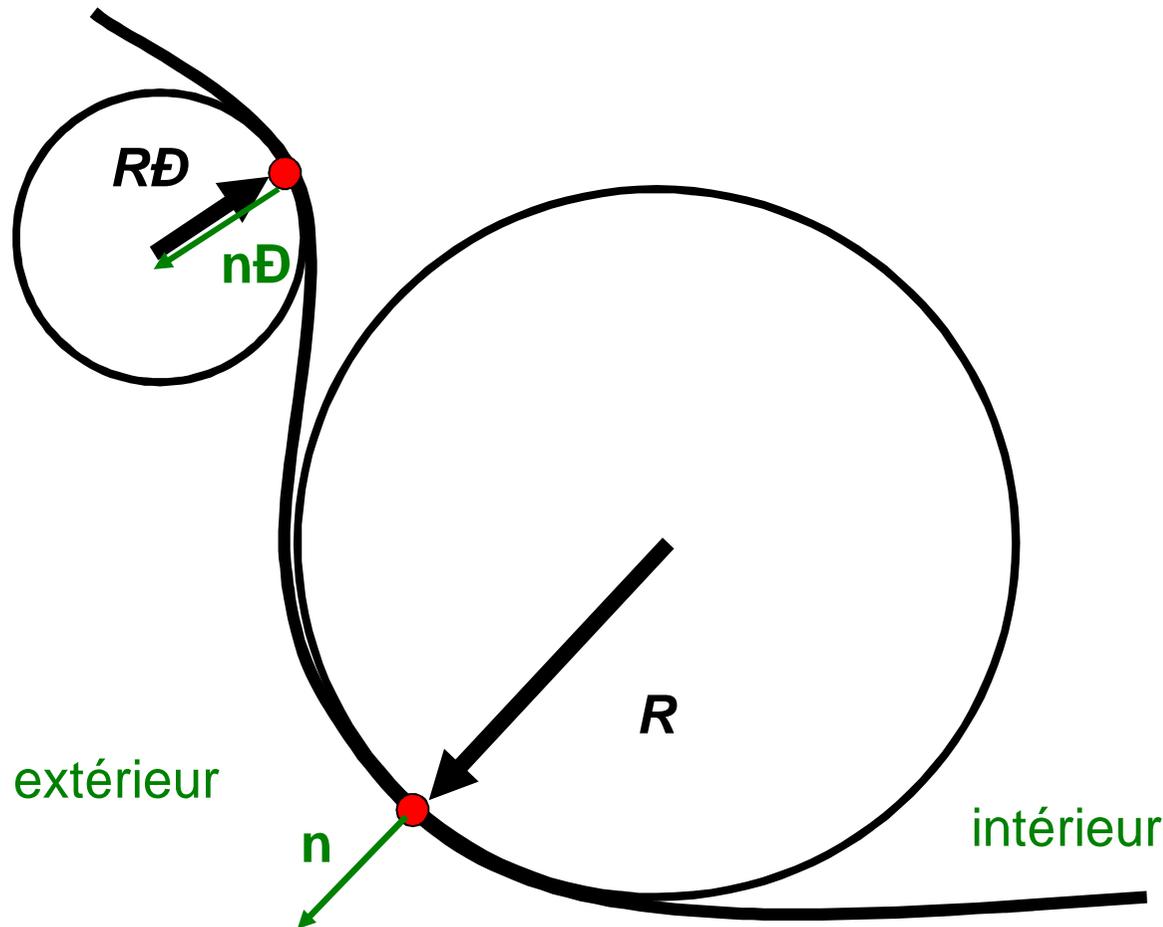
# Courbure d'une ligne dans un espace 2D

Cercle osculateur



$$C = 1/R$$

# Courbure d'une ligne dans un espace 2D



$$C = 1/R$$

Une ligne droite  
(courbure nulle)  
a un rayon  $R$  infini

Courbure positive : convexité ( $n$  dans le même sens que  $R$ )  
Courbure négative : concavité ( $n$  dans le sens opposé à  $R$ )

# Courbure d'une surface dans un espace 3D

Courbure moyenne :

$$C = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad [L^{-1}]$$

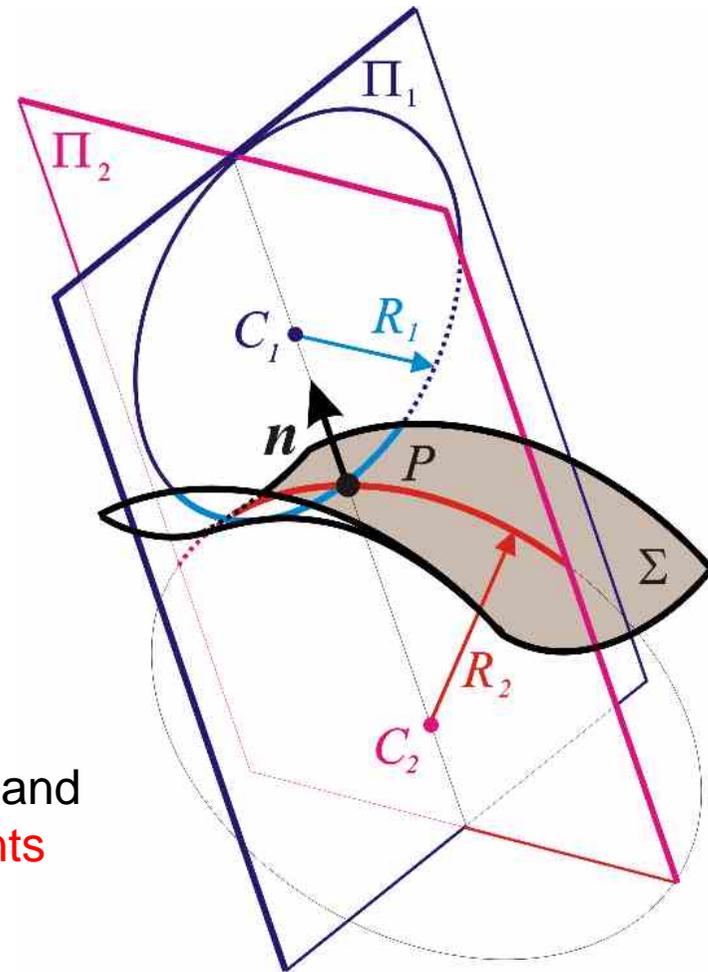
→ physique des interfaces

Courbure gaussienne :

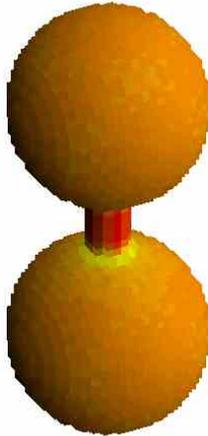
$$G = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2} \quad [L^{-2}]$$

→ distinction des surfaces dont les rayons  $R_1$  and  $R_2$  sont de signes opposés : **détection des ponts entre les grains**

→ mécanique

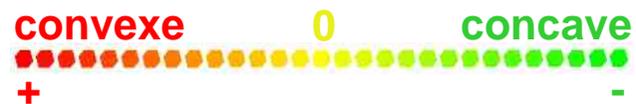
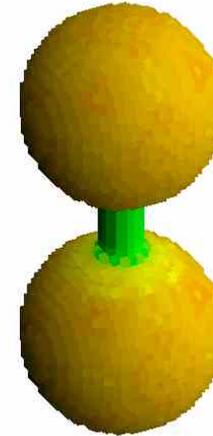


Le pont est :



-**convexe** au sens de la  
**courbure moyenne**

-**concave** au sens de la  
**courbure gaussienne**



Courbure moyenne :

$$C = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad [L^{-1}]$$

Courbure gaussienne :

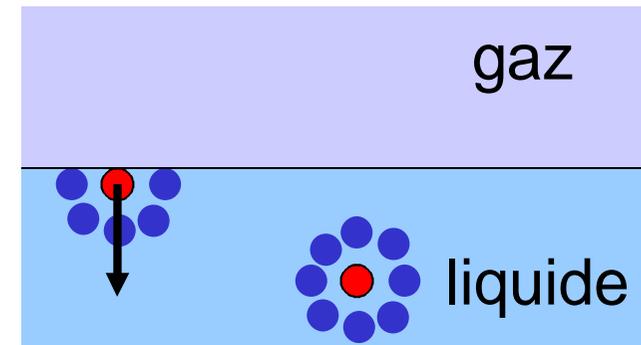
$$G = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2} \quad [L^{-2}]$$

## 2. Rappels de thermodynamique

# Tension superficielle et équation de Laplace

” Tension superficielle :

Force de rappel (Van der Waals)



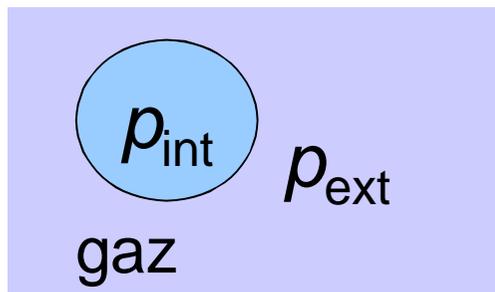
- Tension superficielle  $\gamma$  : travail à fournir par unité de surface ( $\text{J} \cdot \text{m}^{-2}$ ) pour déformer l'interface

$\gamma$  dépend des phases considérées :

$$\gamma_{\text{glace-vapeur}} = 109 \text{ mJ/m}^2$$

$$\gamma_{\text{liq-vapeur}} = 76 \text{ mJ/m}^2$$

” Formule de Laplace :



$$(p_{\text{int}} - p_{\text{ext}}) = 2\gamma C$$

$\delta p_c = (p_{\text{int}} - p_{\text{ext}})$  est appelée pression capillaire

## Rappels (?)

### Potentiels thermodynamiques : état du système

Nom	Formule	Variables naturelles
Énergie interne	$U$	$S, V, \{N_i\}$
Énergie libre de Helmholtz	$F = U - TS$	$T, V, \{N_i\}$
Enthalpie	$H = U + PV$	$S, P, \{N_i\}$
Enthalpie libre de Gibbs	$G = U + PV - TS$	$T, P, \{N_i\}$

$$dU = \delta Q + \delta W + \sum_i \mu_i dN_i$$

$\delta Q \leq TdS$  l'égalité est obtenue pour les transformations réversibles

(J)

$$\delta W = -PdV$$

T est la température, S l'entropie (J/K), P la pression et V le volume.  
 $N_i$  et  $\mu_i$  sont le nombre de molécules et le potentiel chimique (J/molécule) de la phase i.

# Gibbs-Duhem

- ” Choix d'un potentiel thermodynamique qui « convient bien »

$$dG = V dp - S dT + \sum_i \mu_i \cdot dN_i \quad (1)$$

- ” Identité de Euler

$$G = \sum_i N_i \cdot \mu_i$$

G variable d'état extensive

$$\rightarrow dG = \sum_i d(\mu_i \cdot N_i) = \sum_i N_i \cdot d\mu_i + \sum_i \mu_i \cdot dN_i \quad (2)$$

(1)=(2) →

$$V dp - S dT + \sum_i \mu_i \cdot dN_i = \sum_i N_i \cdot d\mu_i + \sum_i \mu_i \cdot dN_i$$

# Gibbs-Duhem

## Relation de Gibbs-Duhem

$$\sum_i N_i \cdot d\mu_i = V dp - S dT$$

Après intégration (pour une molécule) :

$$\mu = \mu_0 - \int_{T_0}^T s dT + \int_{p_0}^p v dp$$

Pot. chimique =  $\mu$  (état de référence)  
État de référence :  $\mu_0, T_0, p_0$

$s$  et  $v$  sont des valeurs moléculaires

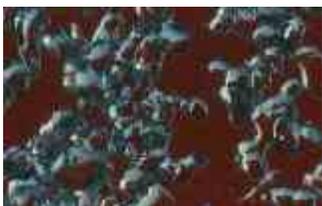
### 3. Neige sèche

Neige sèche, faible gradient

$T < 0^\circ$ ,  $G < 5^\circ/\text{m}$ ,  $T_e I = 0$



-Faible sursaturation  
-Formes arrondies



Neige sèche, moyen à fort gradient

$T < 0^\circ$ ,  $G > 5^\circ/\text{m}$ ,  $T_e I = 0$



-Sursaturation plus élevée  
-Présence de formes facettées



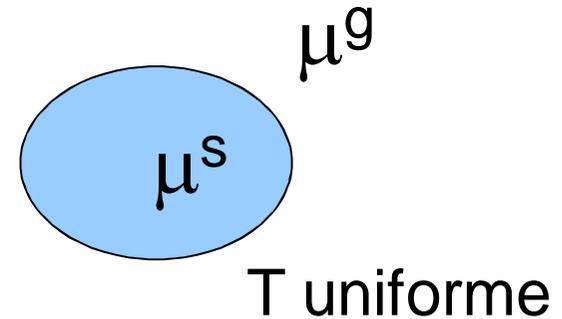
$T < 0^\circ$ ,  $G > 20^\circ/\text{m}$ ,  $T_e I = 0$



### 3.1 Isothermie . faible gradient : eq. de Kelvin

” Gibbs-Duhem avec  $dT = 0$

$$\mu = \mu_0 - \int_{T_0}^T s dT + \int_{p_0}^p v dp$$



. Gaz :

$$\begin{aligned} \mu^g(p^g, T) &= \mu_0^g(p_0^g, T) + \int_{p_0^g}^{p^g} v dp \\ &= \mu_0^g(p_0^g, T) + kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} \end{aligned} \quad \text{Gaz parfait}$$

. Solide :

$$\mu^s(p^s, T) = \mu_0^s(p_0^s, T) + \int_{p_0^s}^{p^s} v^s dp$$

-Equilibre thermodynamique →

$$\mu^s(p^s, T) = \mu^g(p^g, T)$$

$$\mu_0^s(p_0^s, T) = \mu_0^g(p_0^g, T)$$

-Egalisation de  $\mu^s$  et  $\mu^g$ , avec :

$$kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} = v^s [p^s(T) - p_0^s(T)]$$

-On fait intervenir la loi de Laplace :

$$kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} = v^s [p^s(T) - p^g(T)]$$

$$+ v^s [p^g(T) - p_0^g(T)]$$

$$+ v^s [p_0^g(T) - p_0^s(T)]$$

Pression capillaire

Sursaturation

Négligeable / capillarité

Pression capillaire  
= 0 si l'état de référence  
est celui d'une surface  
plane

D'où

$$kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} = 2v^s \gamma C$$

Equation de Kelvin (en valeurs molaires)

$$\frac{R}{M} T \ln \frac{p^g}{p_0^g} = 2v_m^s \gamma C$$

$T$  : température (K)

$p^g$  : pression de vapeur saturante vis-à-vis du grain (Pa)

$p_0^g$  : pression de vapeur du gaz pour une interface plane (Pa)

$C$  : courbure moyenne ( $m^{-1}$ )

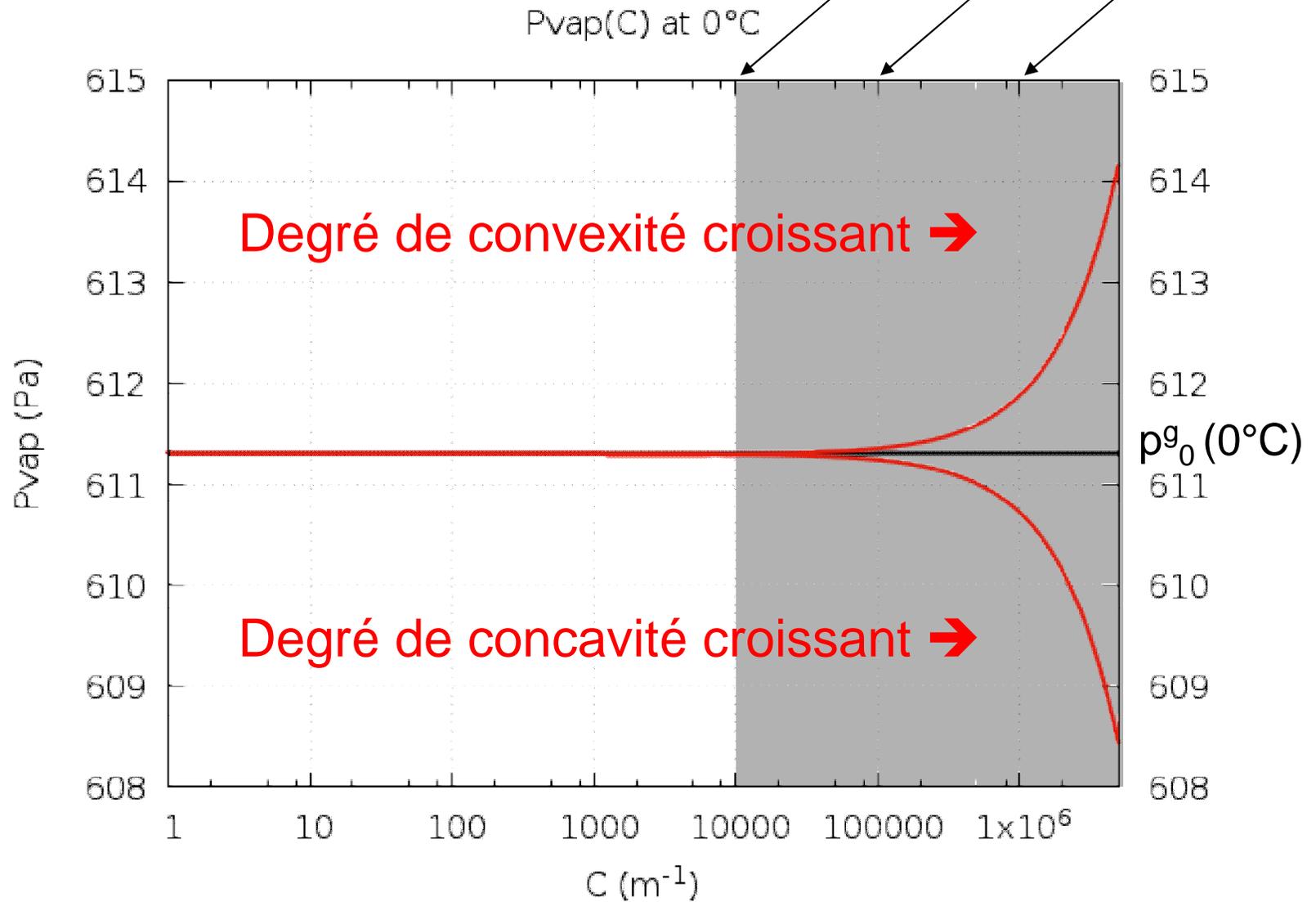
$M$  : masse molaire ( $kg \cdot mol^{-1}$ )

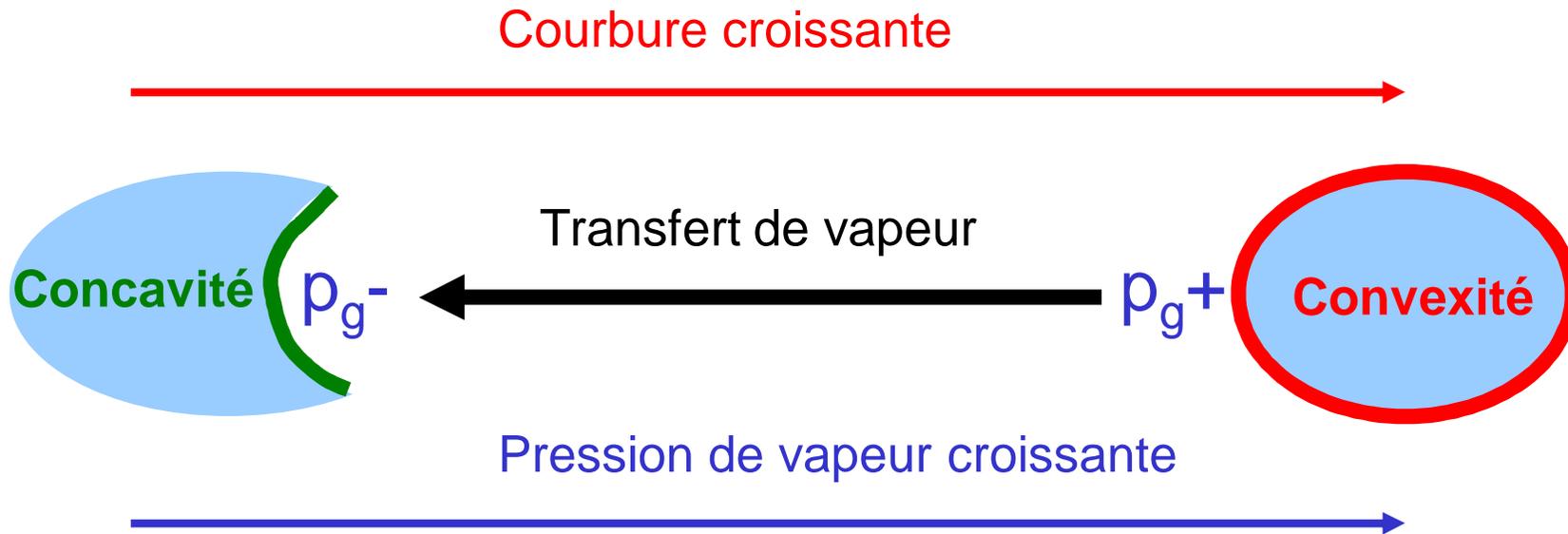
$R$  : constante des gaz parfaits ( $8.314 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$ )

$\gamma$  : tension de surface ( $J \cdot m^{-2}$ )

$v_m^s$  : volume spécifique ( $m^3 \cdot kg^{-1}$ )

$$p^g = p_0^g \exp\left(\frac{2\gamma C v_m^s M}{RT}\right)$$





Force motrice : **équation de Kelvin**

$$p^g = p_0^g \exp\left(\frac{2\gamma C v_m^s M}{RT}\right)$$

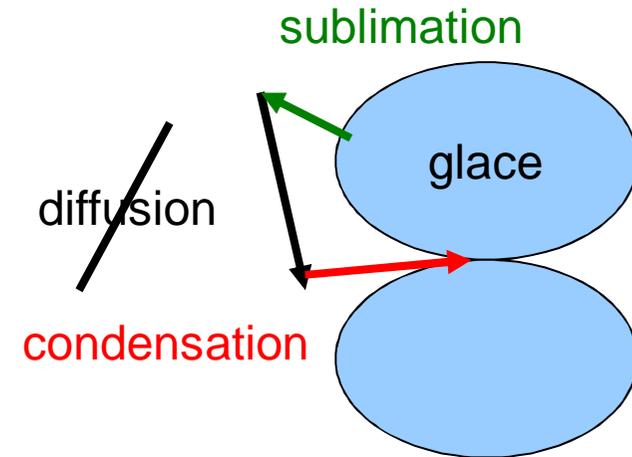
**Fonction croissante de la courbure**

Choix d'un mécanisme → loi de croissance de l'interface

# Un cas simple: la sublimation-condensation

## É Mécanisme de sublimation-condensation

$$j = \frac{\alpha (P_{moyenne} - P)}{\sqrt{2\pi MRT}} \quad \text{Langmuir Knudsen}$$



## É Force motrice = équation de Kelvin

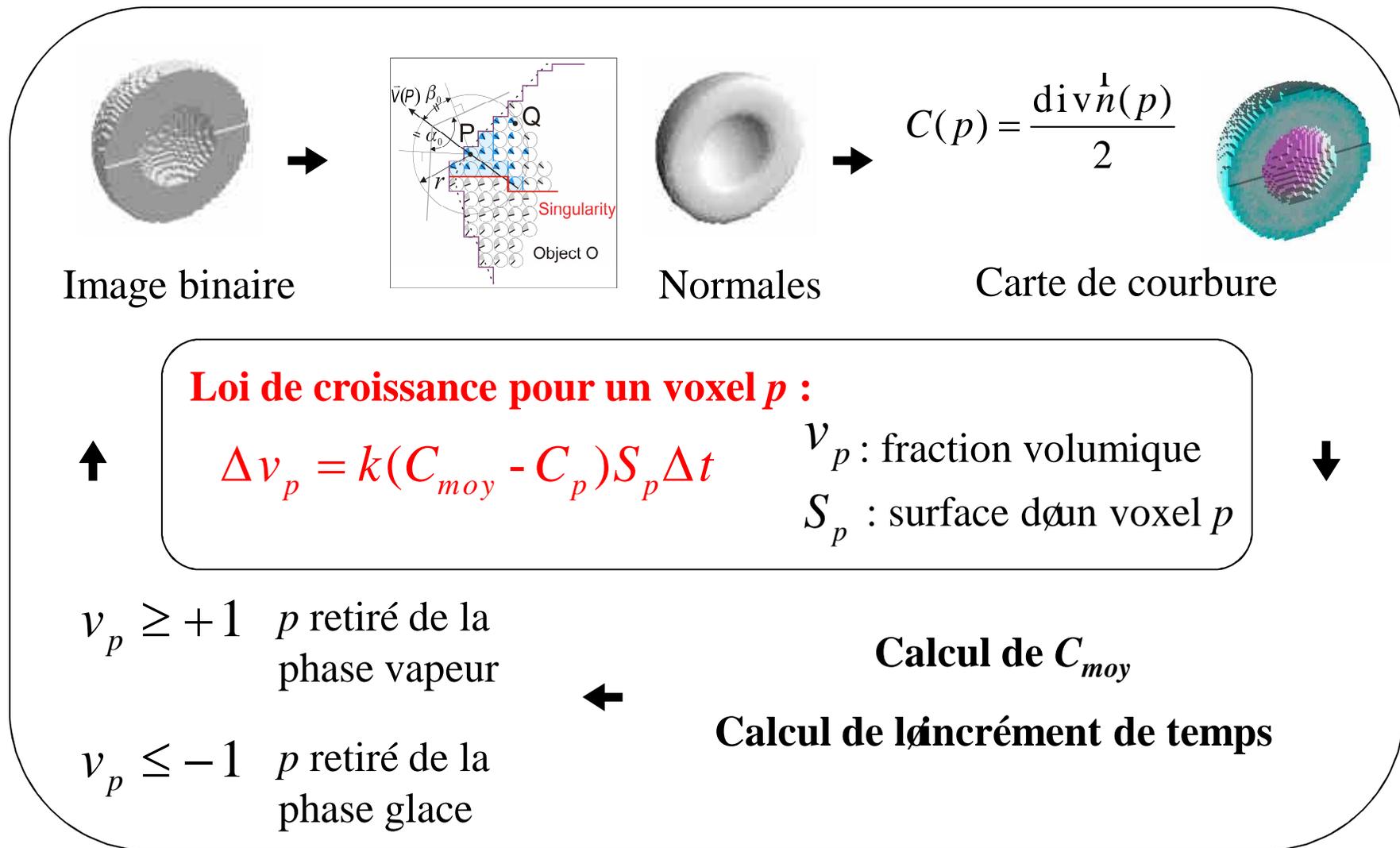
Minimisation de l'énergie d'interface → minimisation de  $\Delta P$

$$p^g = p_0^g \exp\left(\frac{2\gamma C v_m^s M}{RT}\right) \quad \text{Équation de Kelvin}$$

Terme entre parenthèses  $\ll 1$  → on peut linéariser l'exponentielle

$$\rightarrow j = K(C_{moyenne} - C_p)$$

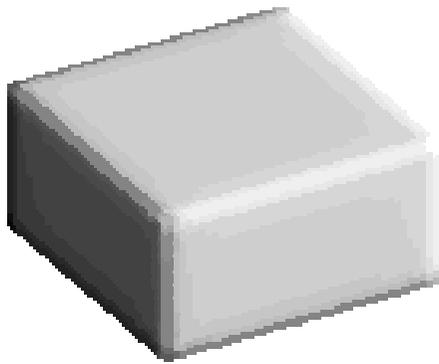
$$\rightarrow \text{Loi de croissance: } \frac{\Delta v_p}{\Delta t} = k(C_{moyenne} - C_p) S_p$$



Modèle numérique itératif

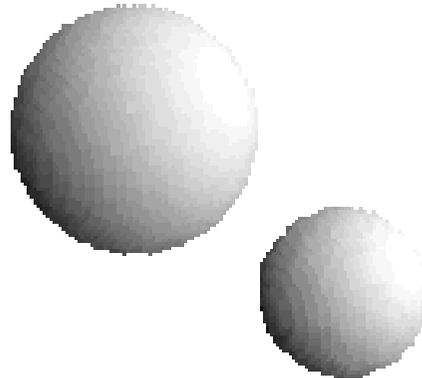
# Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

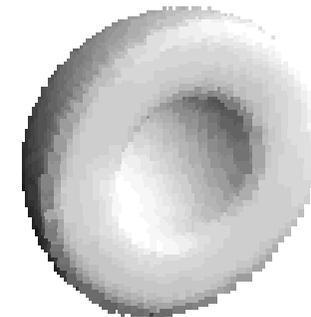


Taille :  $64^3$  voxels

Croissance dans les concavités



Taille :  $64^3$  voxels

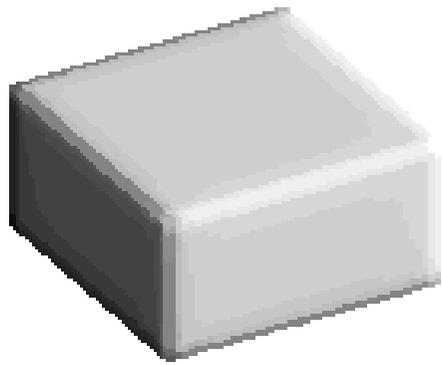


Taille :  $64^3$  voxels

Croissance des gros grains au détriment des petits

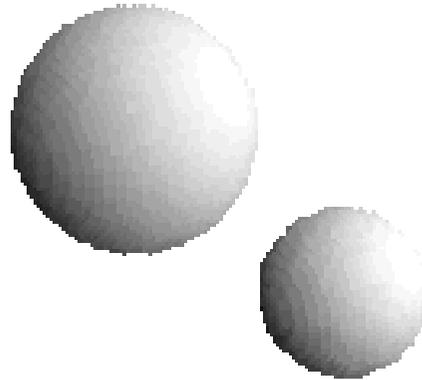
# Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

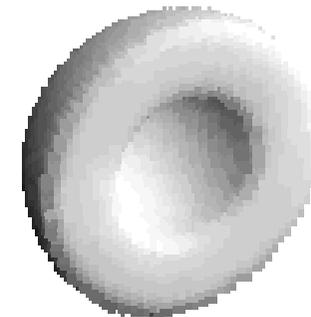


Taille :  $64^3$  voxels

Croissance dans les concavités



Taille :  $64^3$  voxels

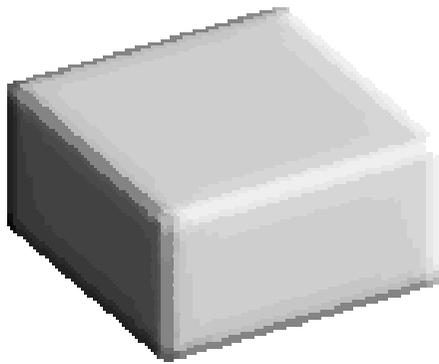


Taille :  $64^3$  voxels

Croissance des gros grains au détriment des petits

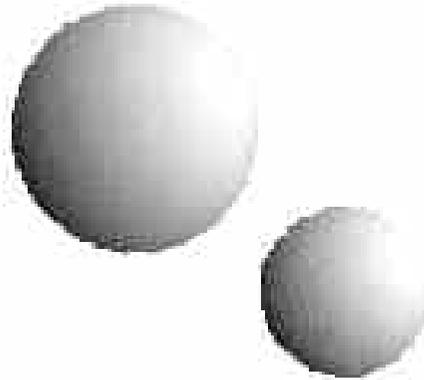
# Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

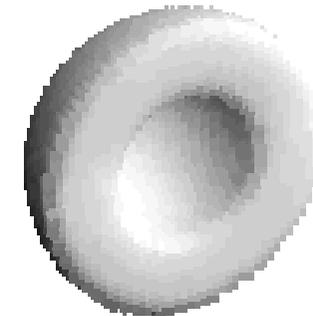


Taille :  $64^3$  voxels

Croissance dans les concavités



Taille :  $64^3$  voxels

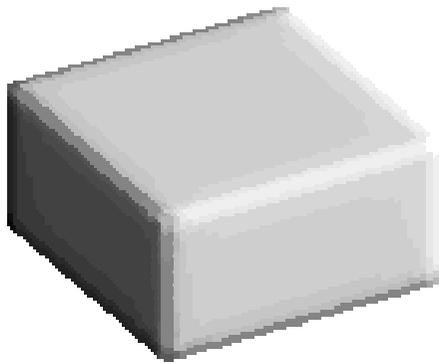


Taille :  $64^3$  voxels

Croissance des gros grains au détriment des petits

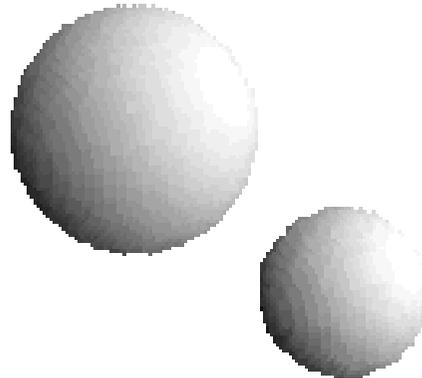
# Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

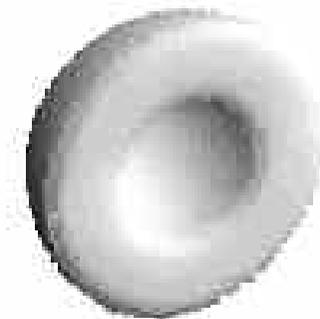


Taille :  $64^3$  voxels

Croissance dans les concavités



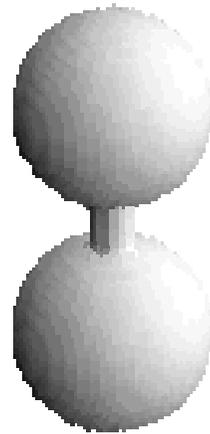
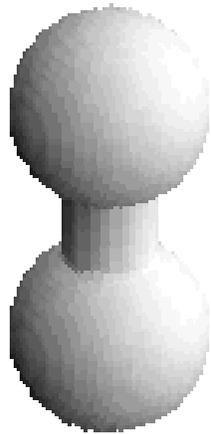
Taille :  $64^3$  voxels



Taille :  $64^3$  voxels

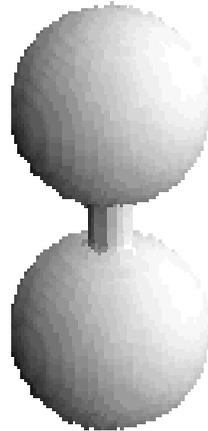
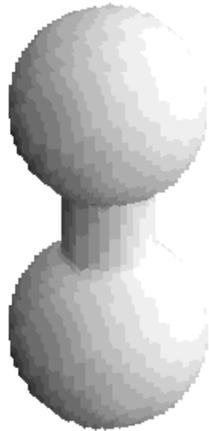
Croissance des gros grains au détriment des petits

# Déconnexion ou consolidation des ponts ?



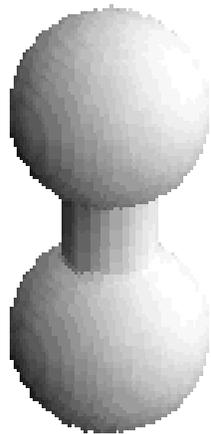
Size:  $64^3$  voxels

# Déconnexion ou consolidation des ponts ?



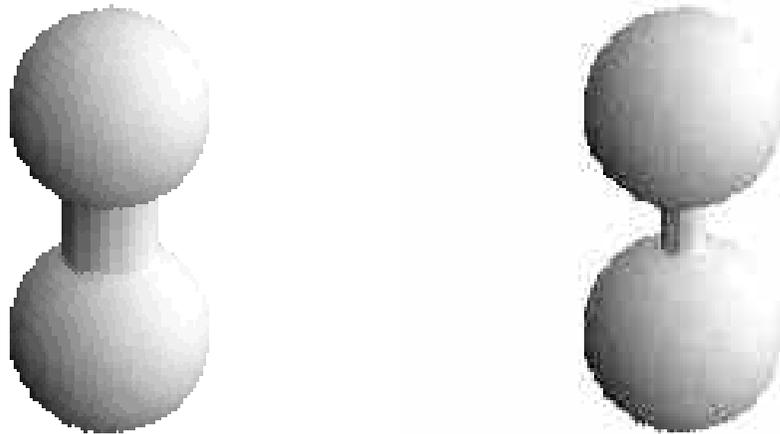
Size:  $64^3$  voxels

# Déconnexion ou consolidation des ponts ?



Size:  $64^3$  voxels

# Déconnexion ou consolidation des ponts ?



Size:  $64^3$  voxels

Rupture : **phénomène 3D**

2D : les « ponts » ne font que croître

# Expérience sur de la neige naturelle : Prélèvements



Prélèvement d'une plaque de neige récente

Chambre froide à  
 $62^{\circ}\text{C}$



Prélèvement de  
carottes de neige  
pendant 3 mois

Enceinte isolante

# Expérience sur de la neige naturelle : Prélèvements des carottes

prélèvement



Imprégnation avec du 1-chloronaphtalène



- figer la métamorphose
- consolider l'échantillon



Conservation à  $-20^{\circ}\text{C}$

# Expérience sur de la neige naturelle : Préparation des échantillons et microtomographie

Usinage en chambre froide (-25°C)



obtention de petits cylindres (9 mm de haut par 9 mm de diamètre)

Microtomographie (ligne ID19, ESRF)

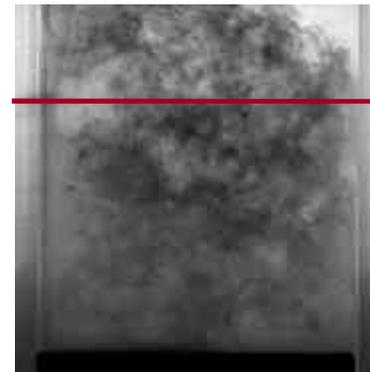
**1 pixel = 4.92 microns**

Energie 18-20 keV

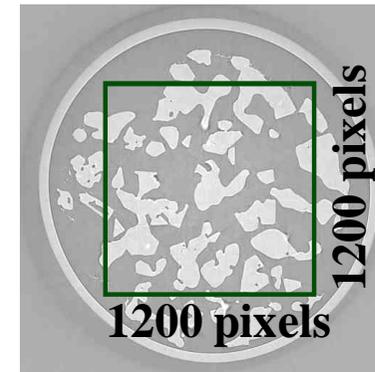
10 mm



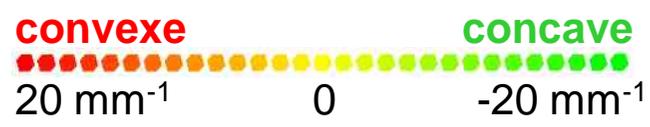
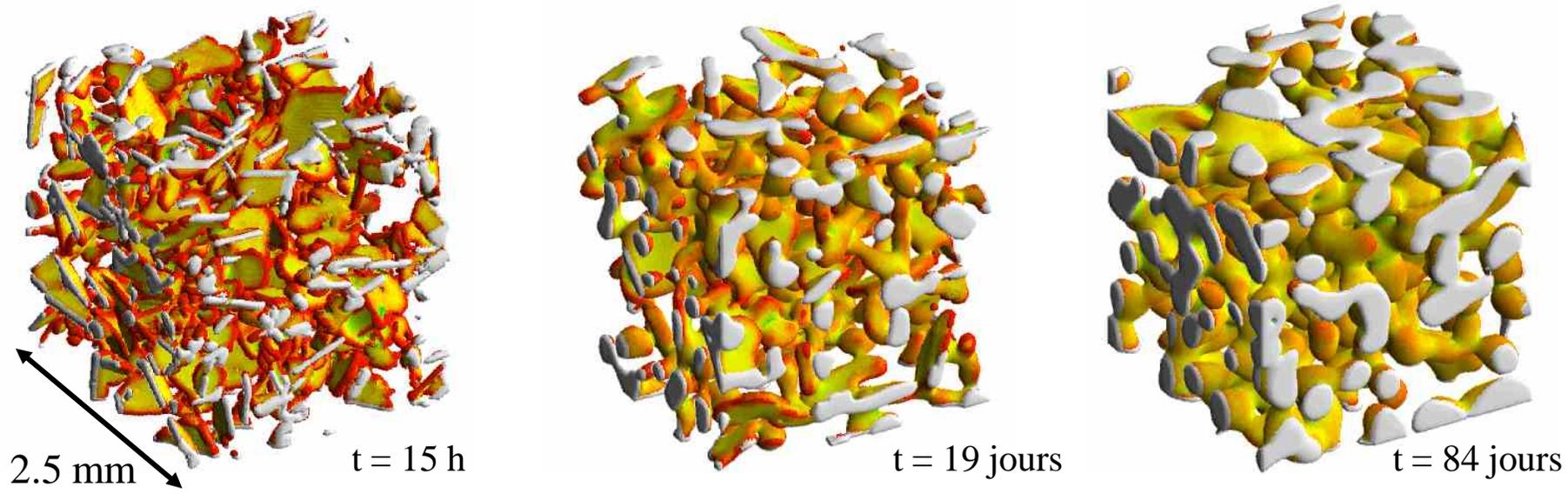
Cryostat  
LGGE - CEN - ESRF



1 radiographie

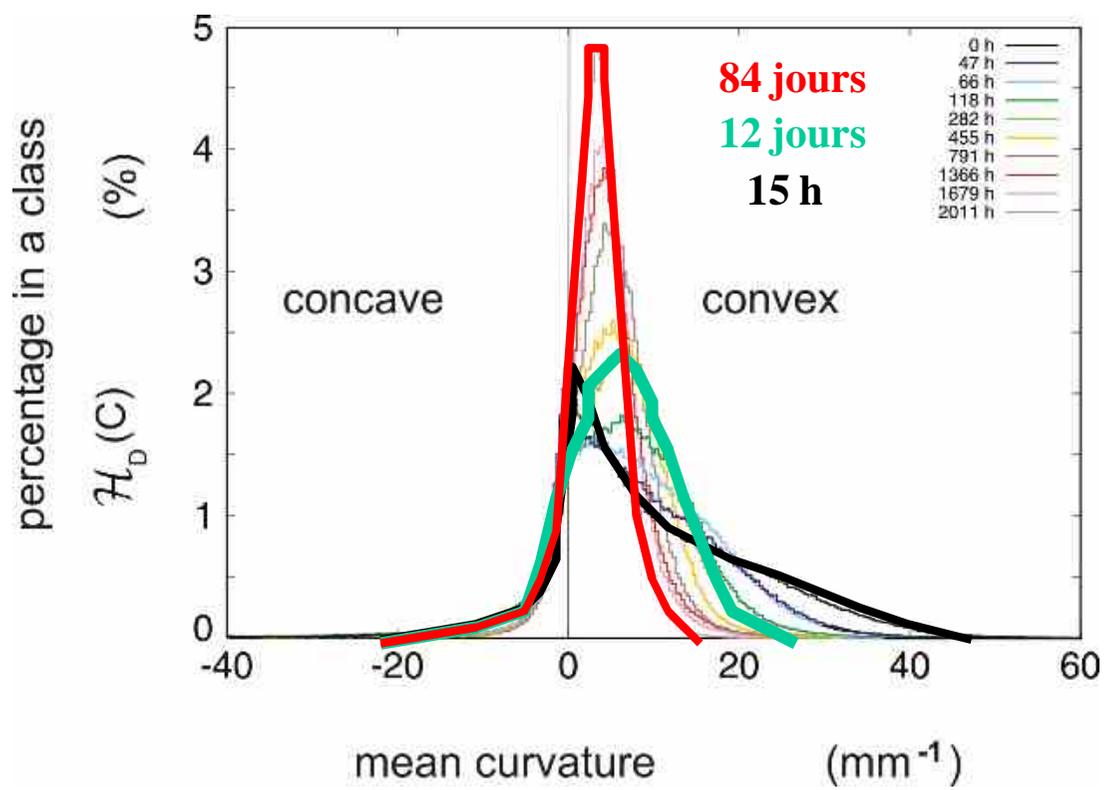


1 plan reconstruit



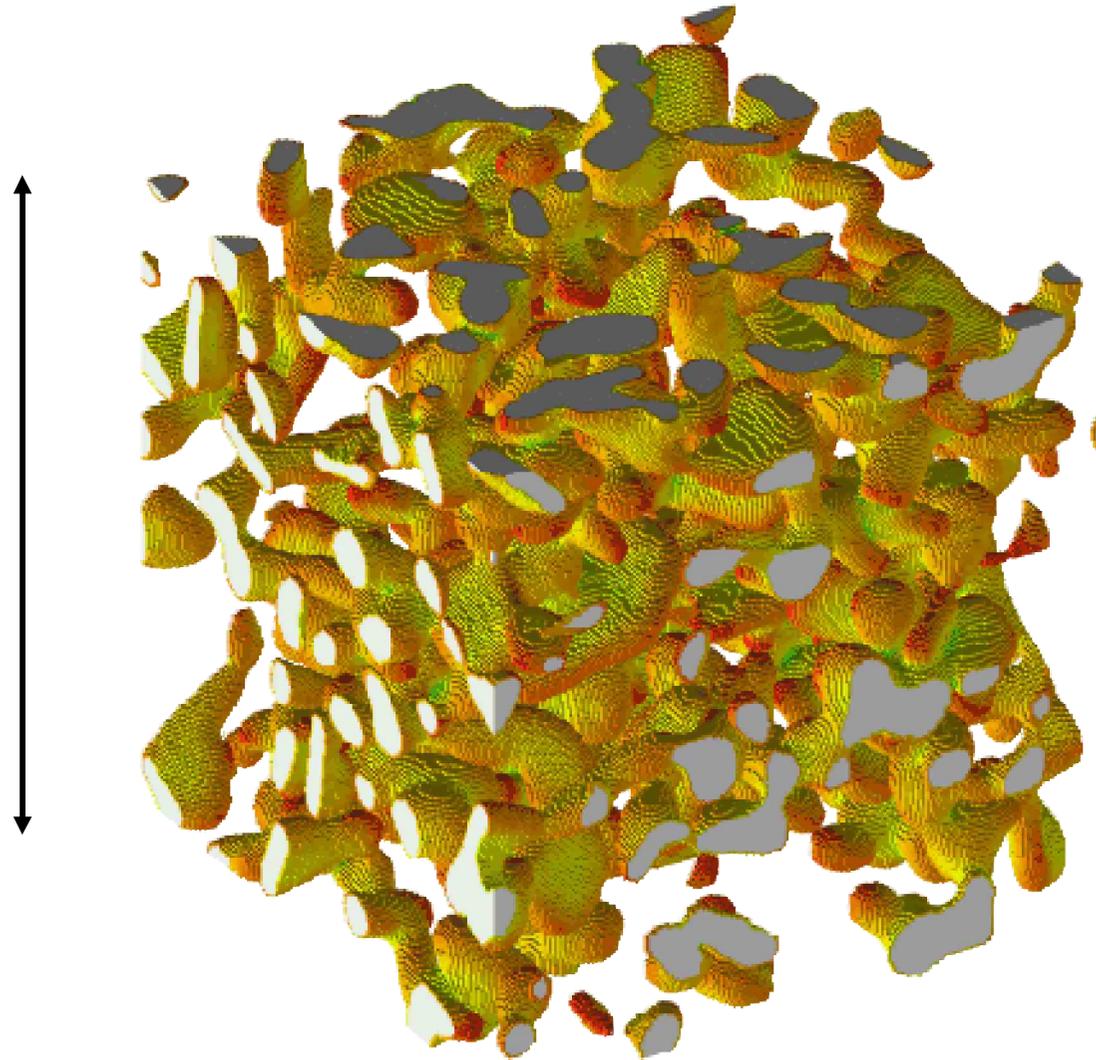
## Evolution de la courbure au cours du temps

- diminution de la moyenne
- diminution de l'écart-type



# Simulation sur une image de neige

2.5 mm



Taille de l'image : 256<sup>3</sup> voxels

**convexe** **concave**  
20 mm<sup>-1</sup> 0 -20 mm<sup>-1</sup>

## 3.2 Gradient de Température : équation de Clausius-Clapeyron

$$p^g = p_0^g \exp \left[ \frac{L_s M}{RT} \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right) \right]$$

$T$  : température (K)

$T_0$  : température de référence (K)

$p^g$  : pression de vapeur saturante vis-à-vis du grain (Pa)

$p_0^g$  : pression de vapeur (Pa) à  $T_0$

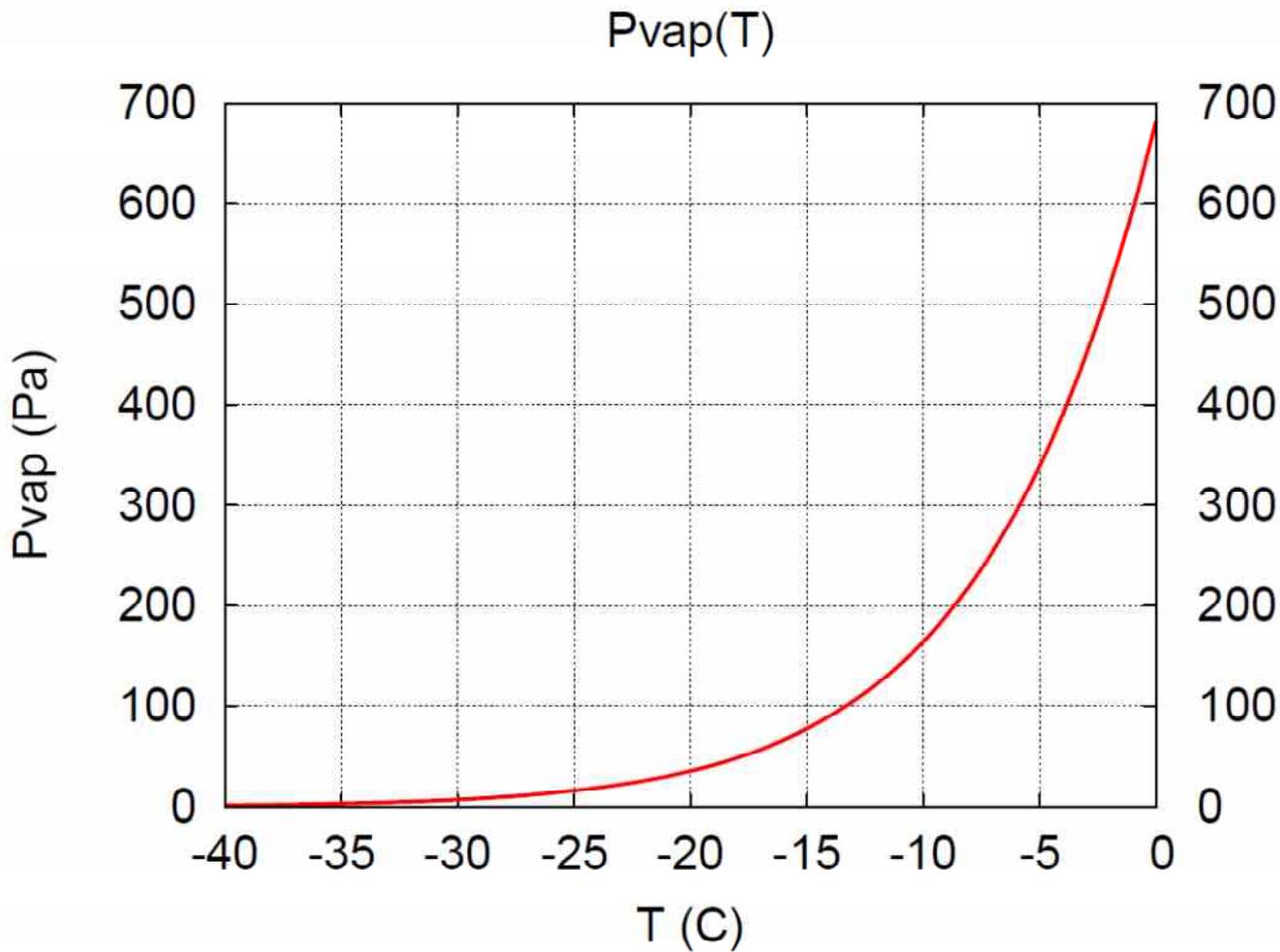
$L_s$  : chaleur latente massique (J.kg<sup>-1</sup>)

$M$  : masse molaire (kg.mol<sup>-1</sup>)

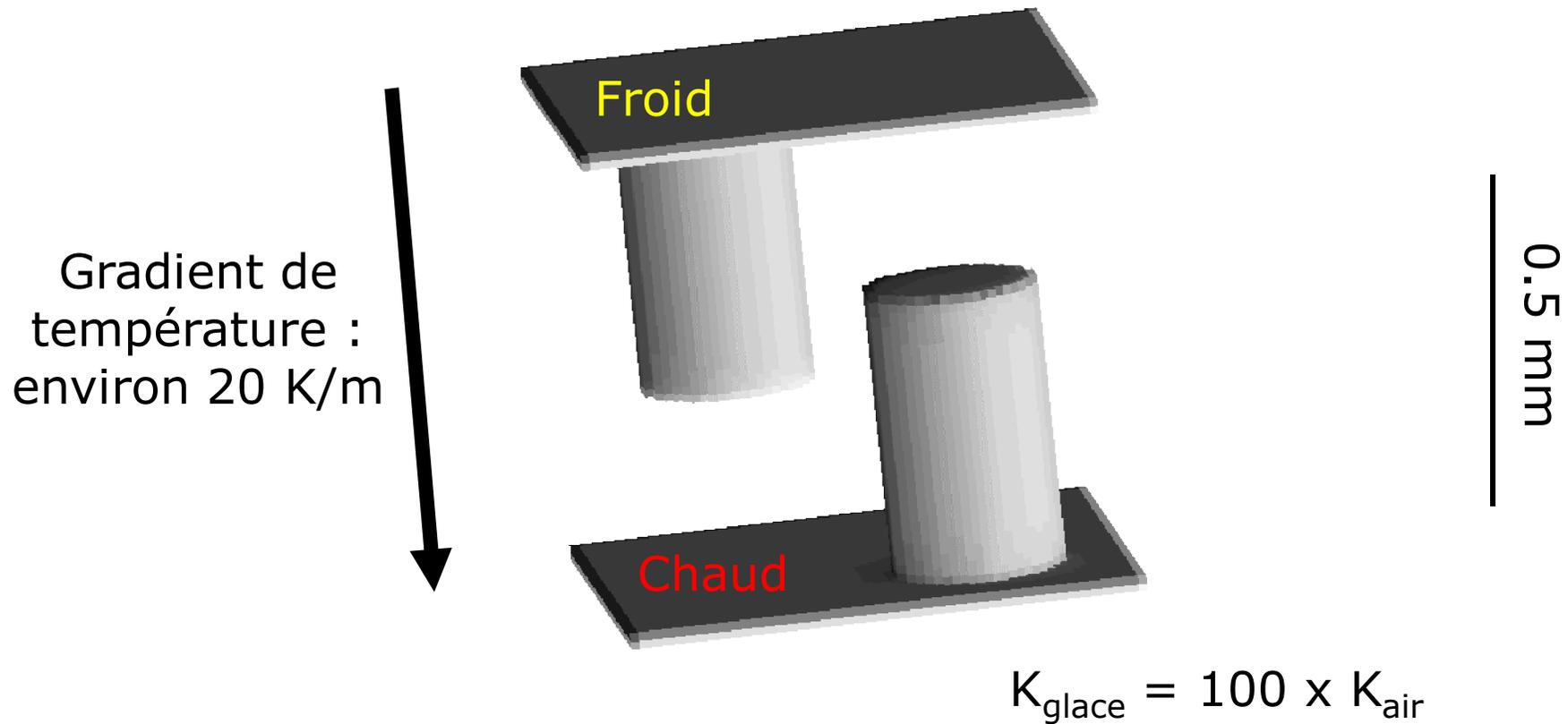
$R$  : constante des gaz parfaits (8.314 J.K<sup>-1</sup>.mol<sup>-1</sup>)

$$p^g = p_0^g \exp \left[ \frac{L_s M}{RT} \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right) \right]$$

Fonction croissante  
de la température



# Effets de la formule de Clausius-Clapeyron



Taille de l'image : 64x64x64 voxels

Température croissante



Transfert de vapeur

Froid

$p_g^-$



$p_g^+$

Chaud

Pression de vapeur croissante

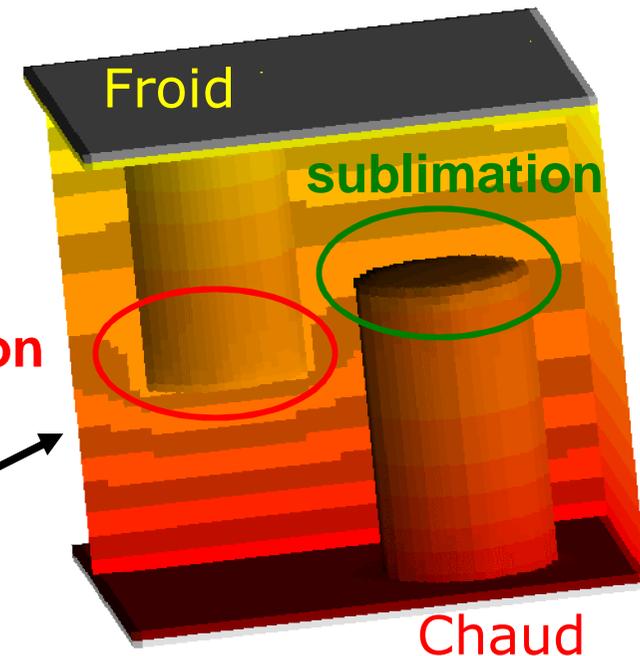
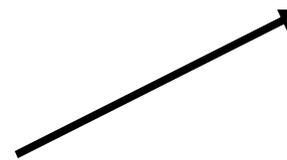


$$p^g = p_0^g \exp \left[ \frac{L_s M}{RT} \left( \frac{T}{T_0} - 1 \right) \right]$$

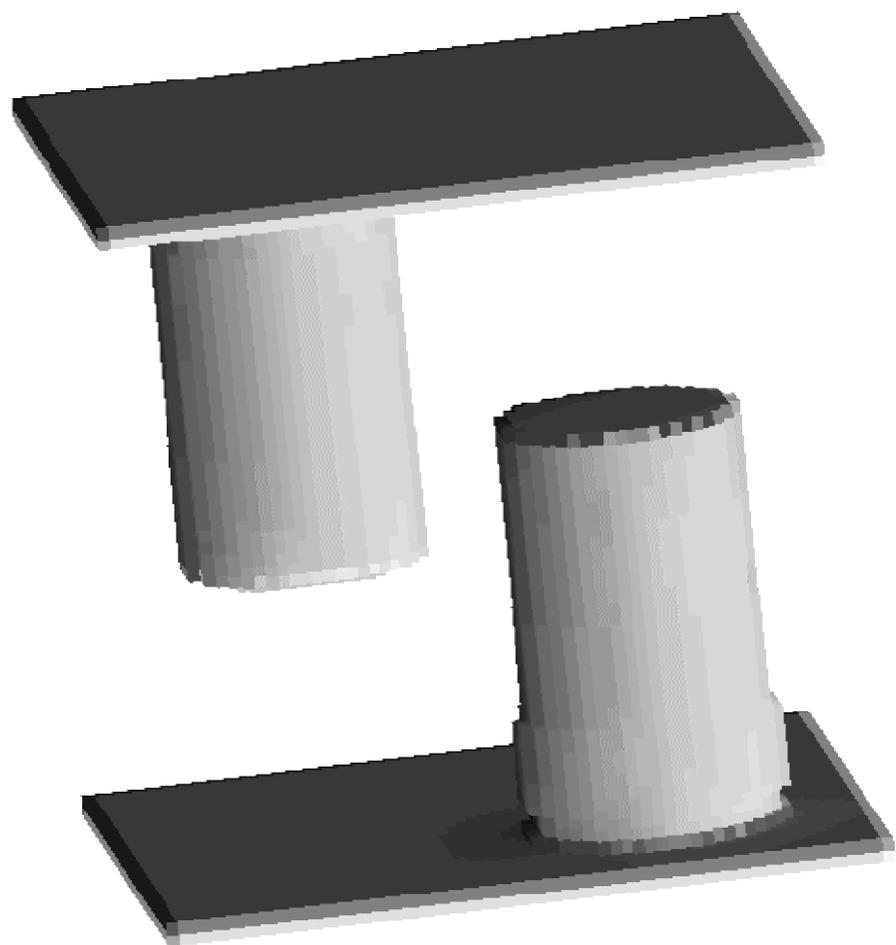
Fonction croissante  
de la température

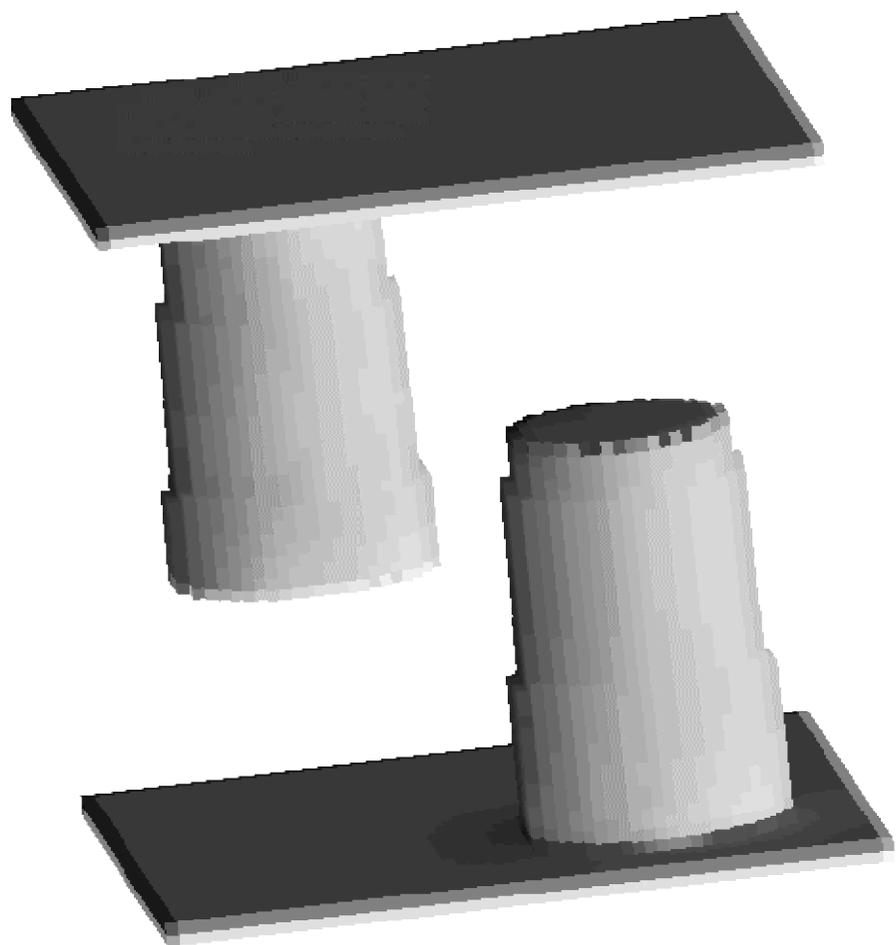
condensation

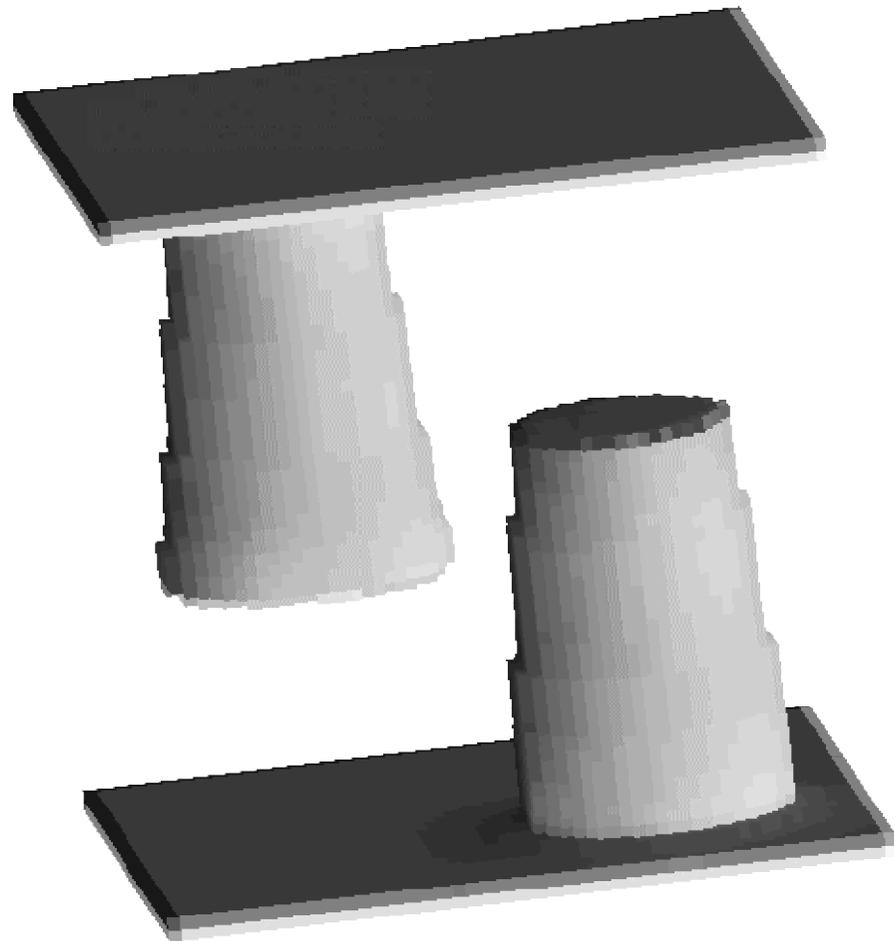
profil 2D

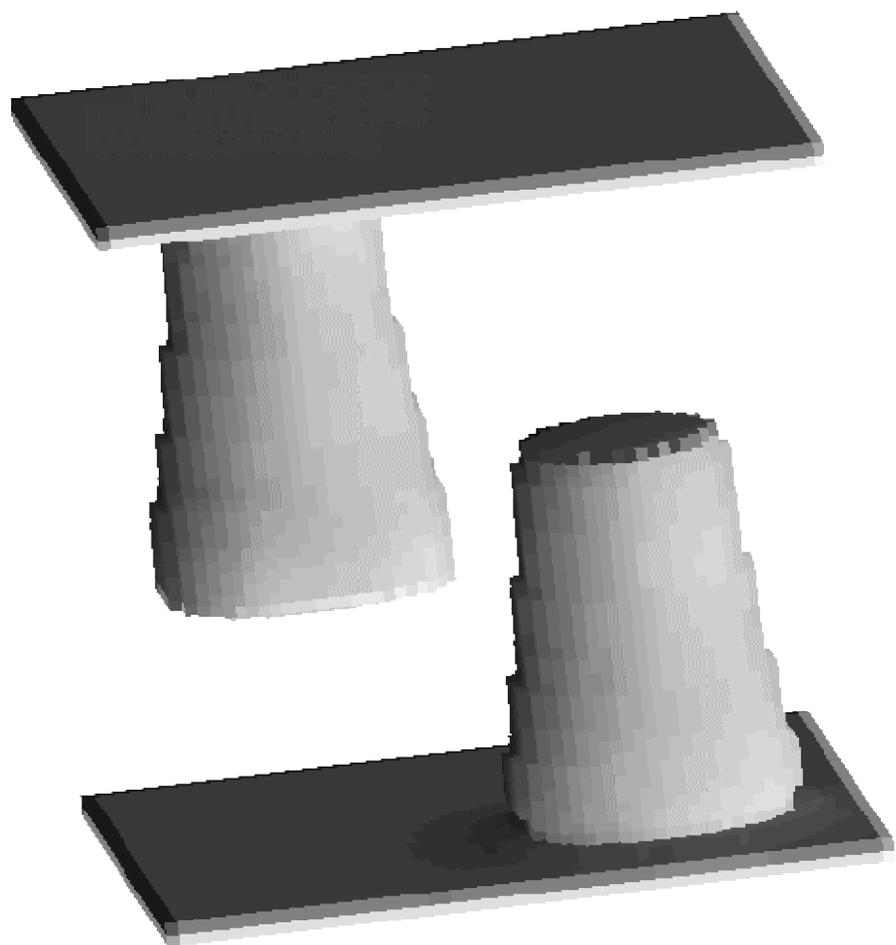


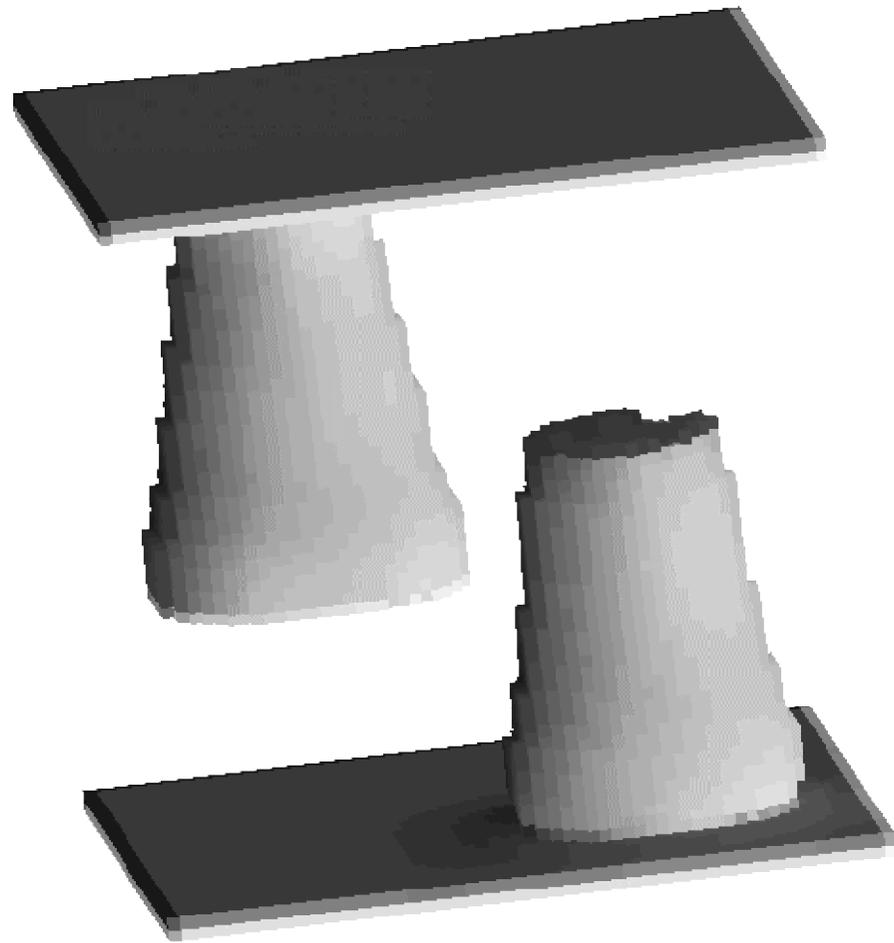
Chap de température

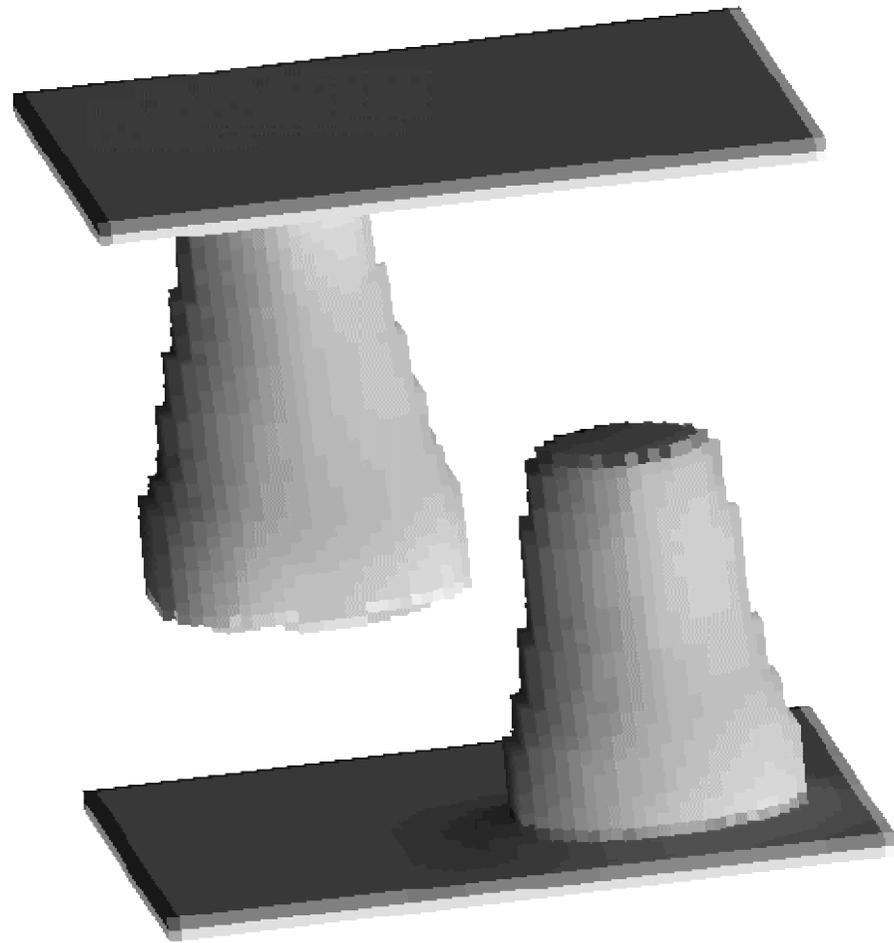


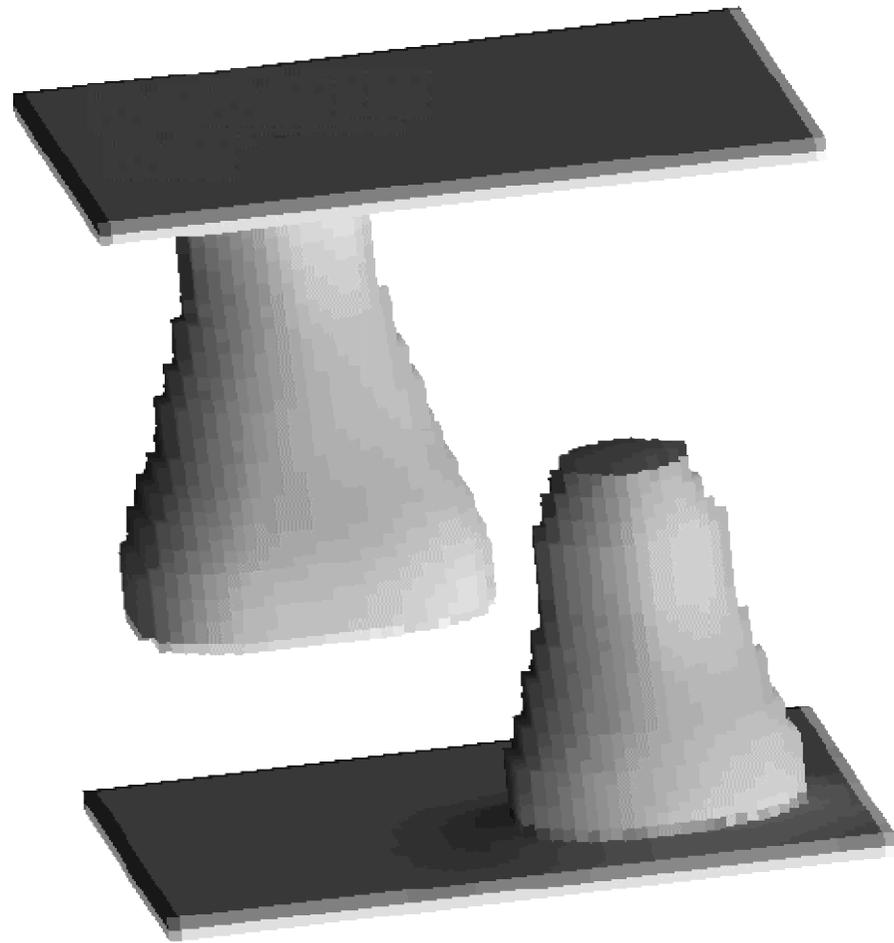


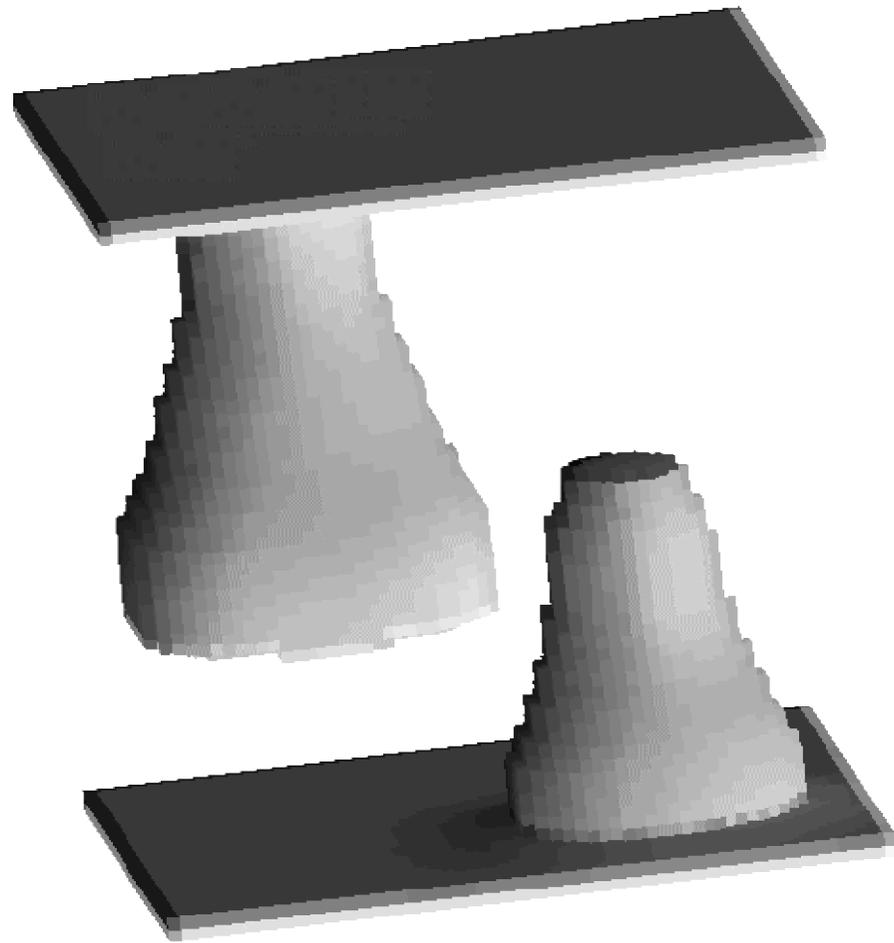


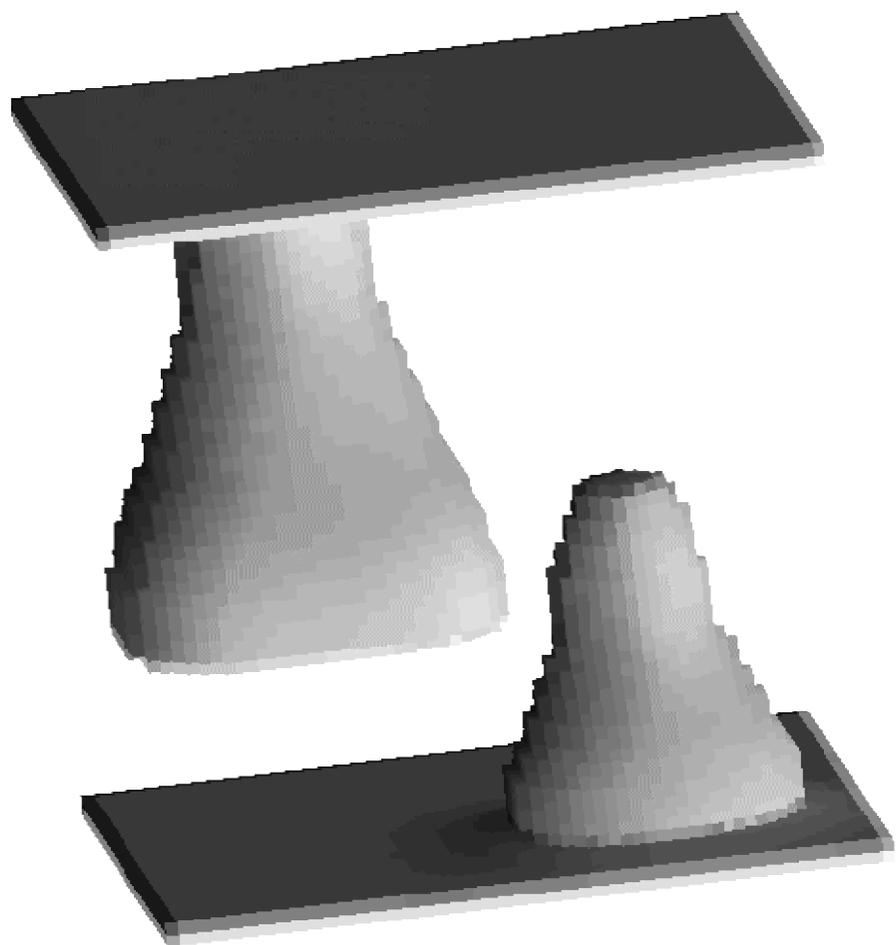


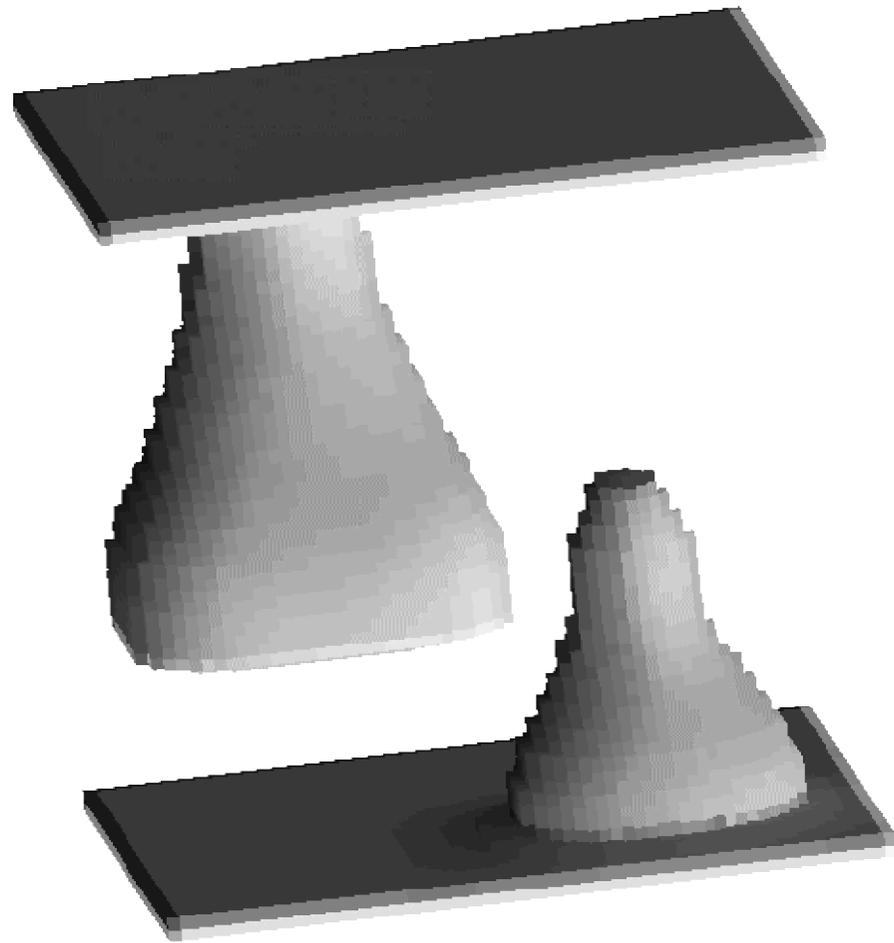


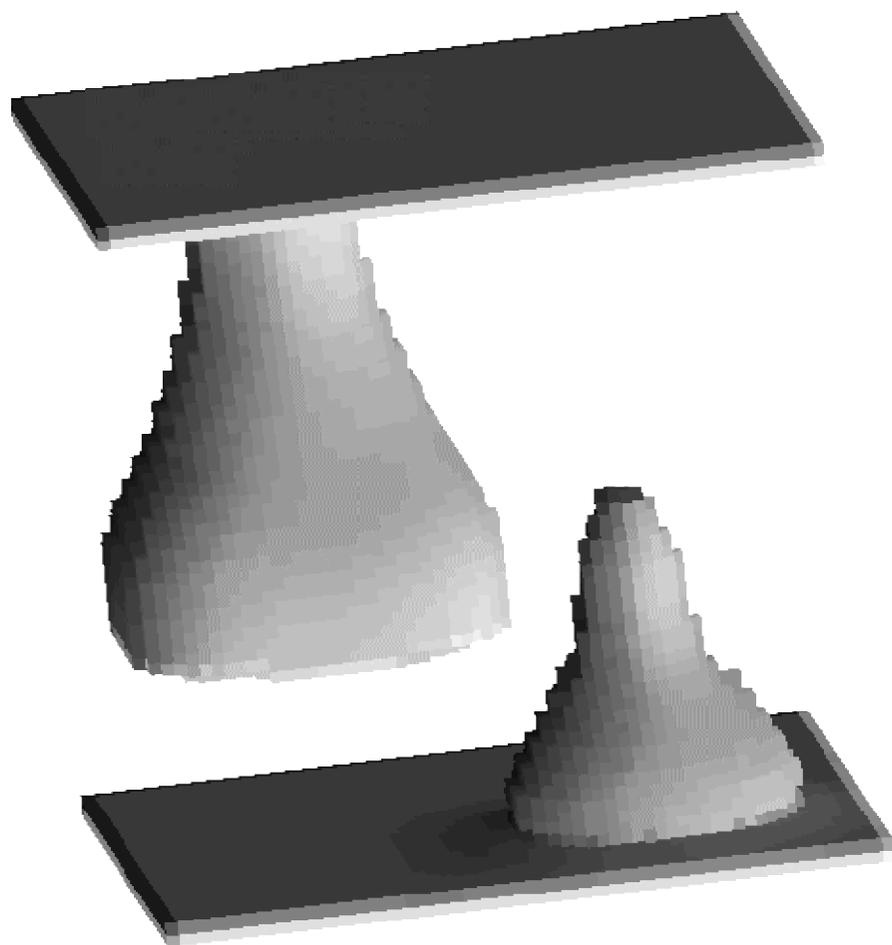


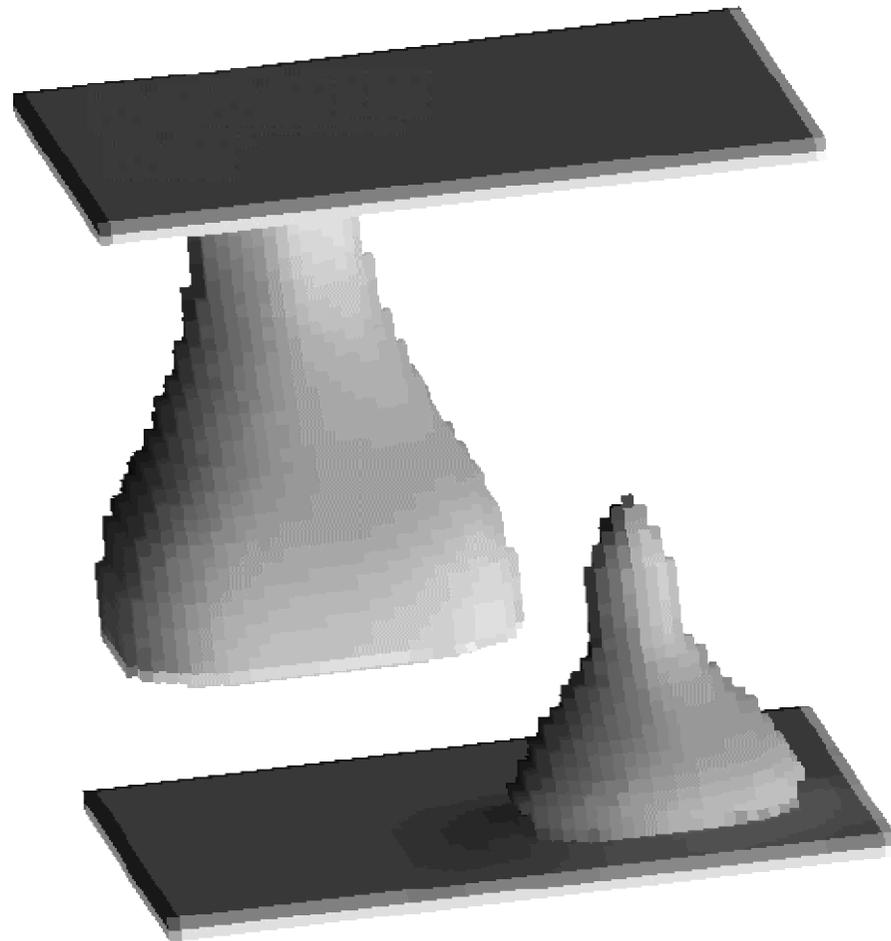


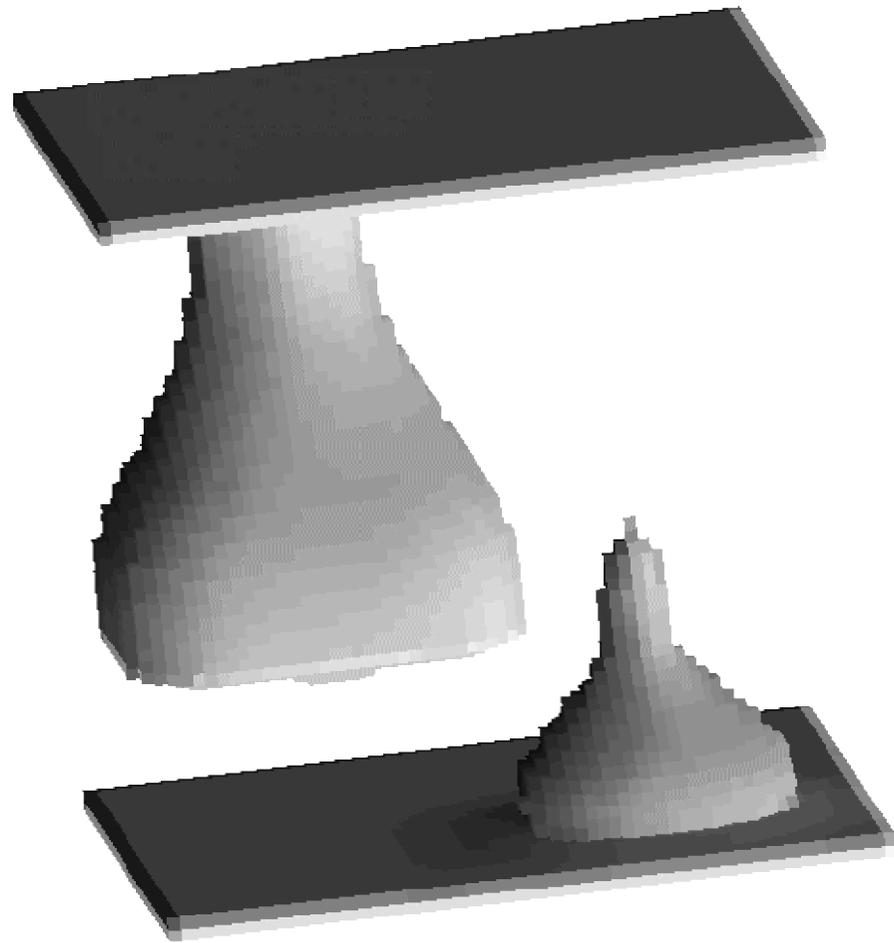


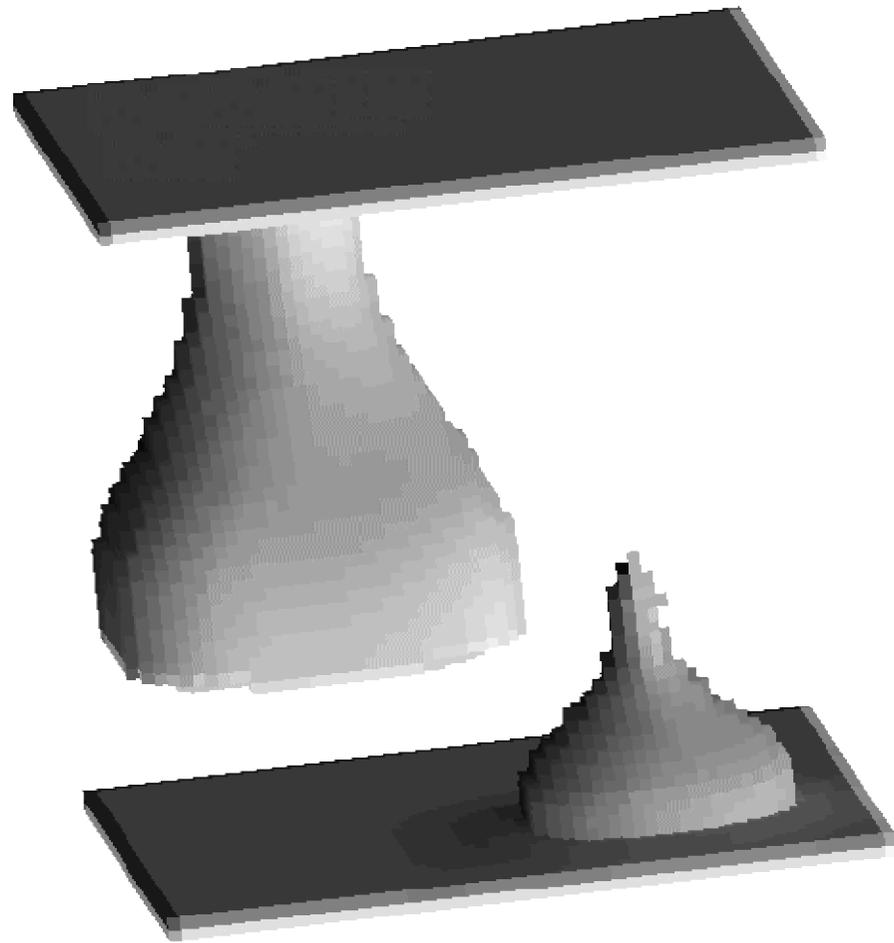


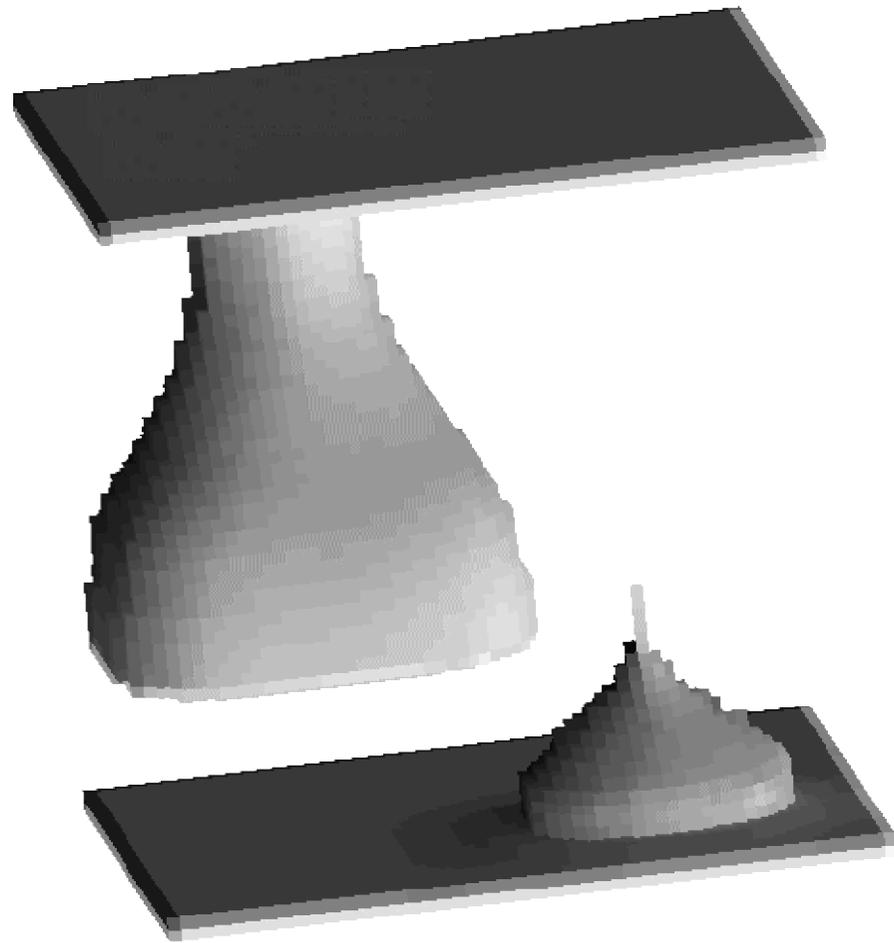












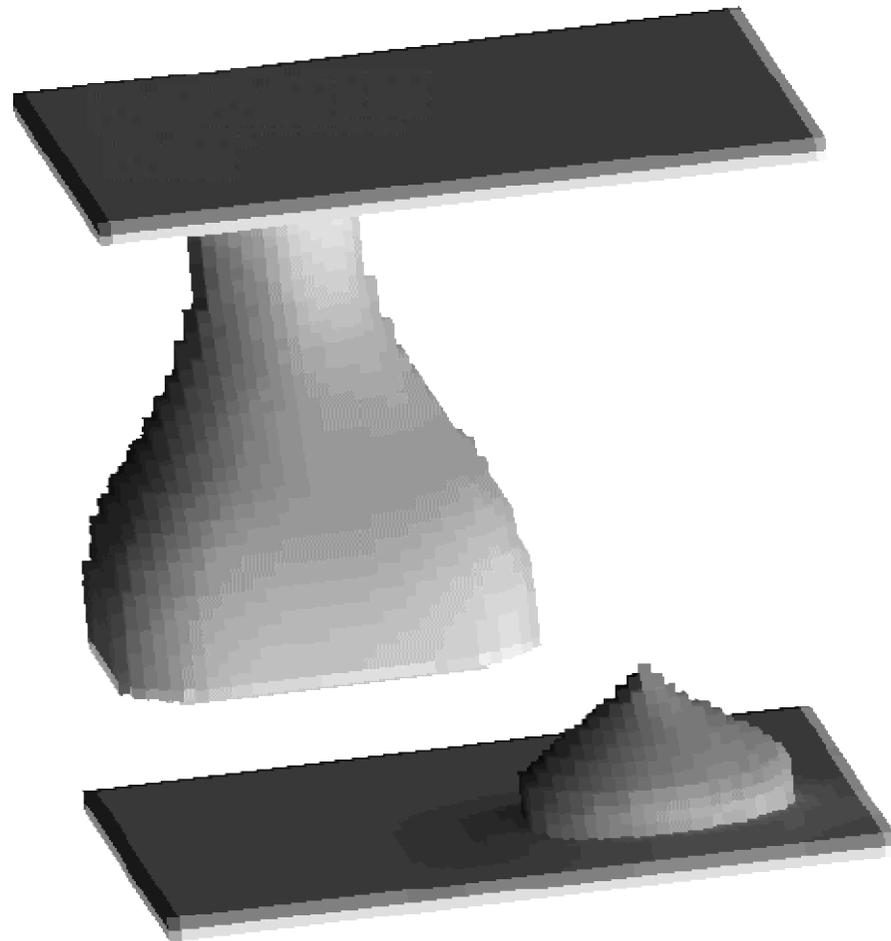
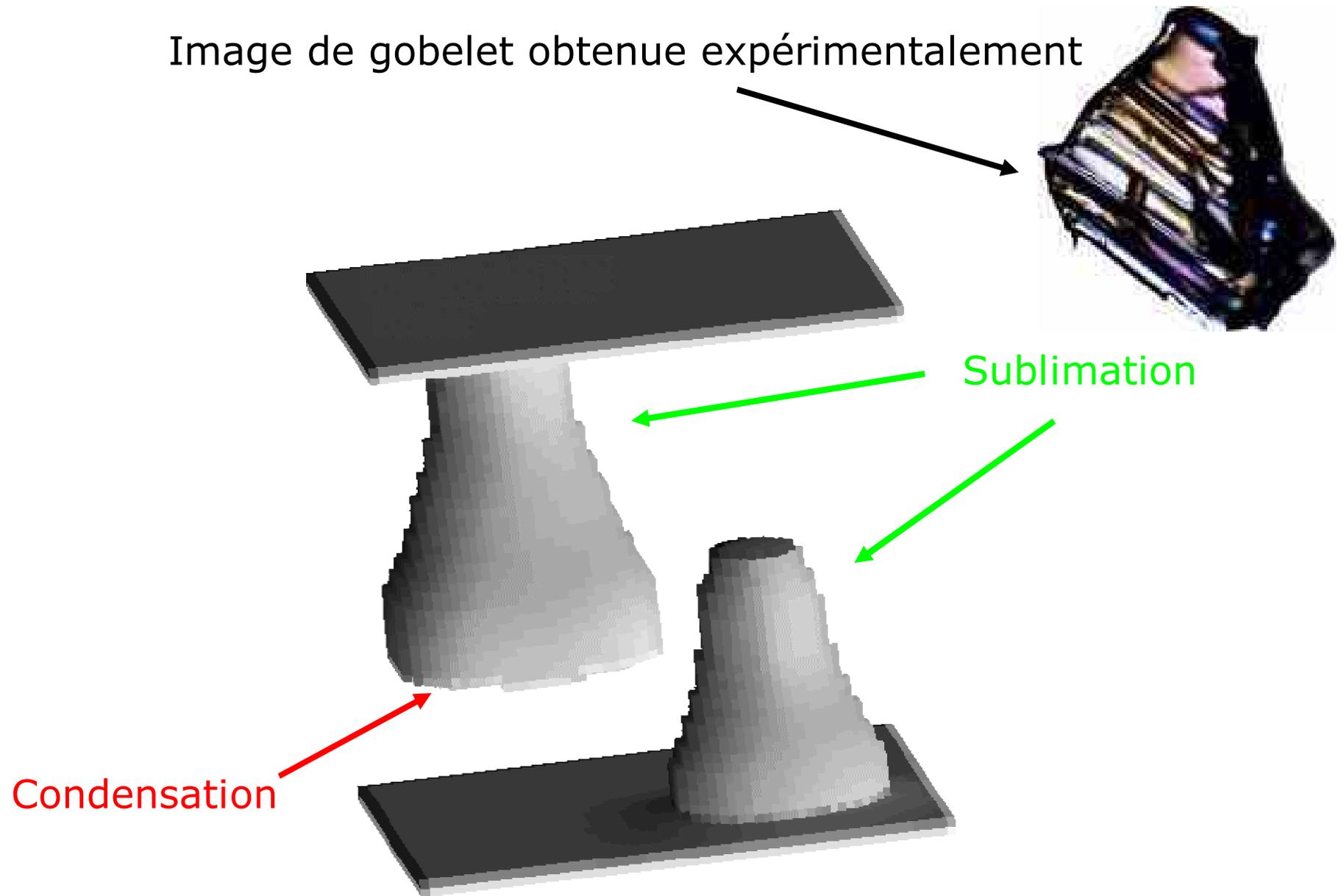
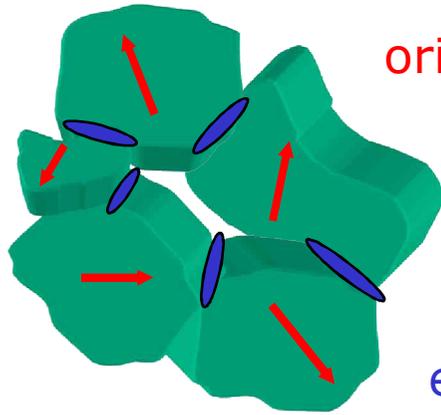


Image de gobelet obtenue expérimentalement



# Le cristal de glace

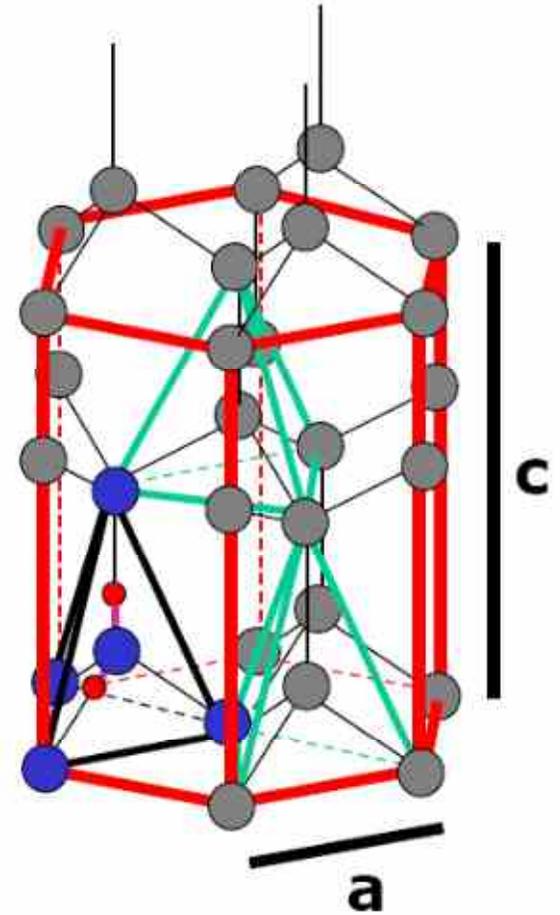
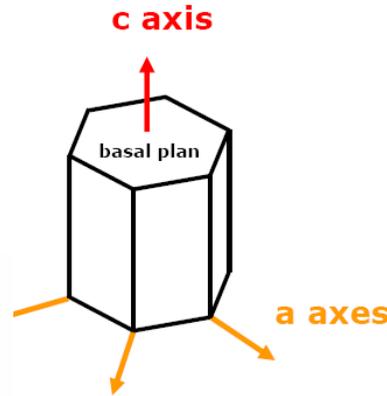
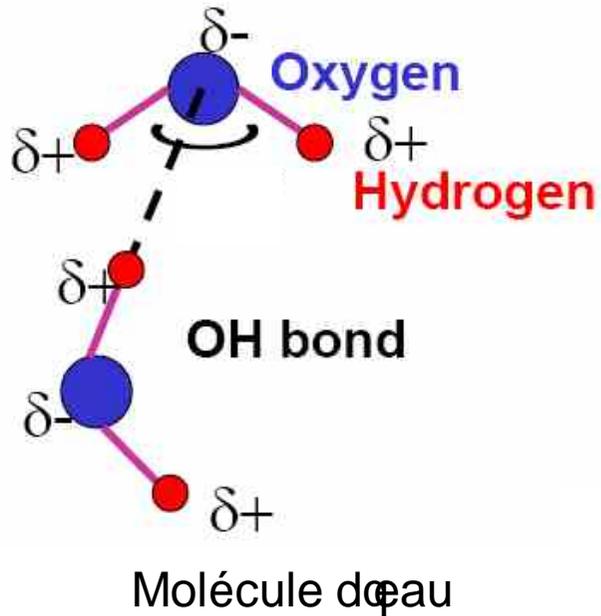


orientation cristalline

air/vapeur

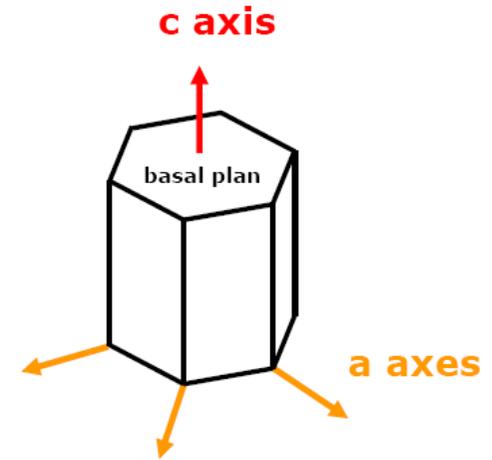
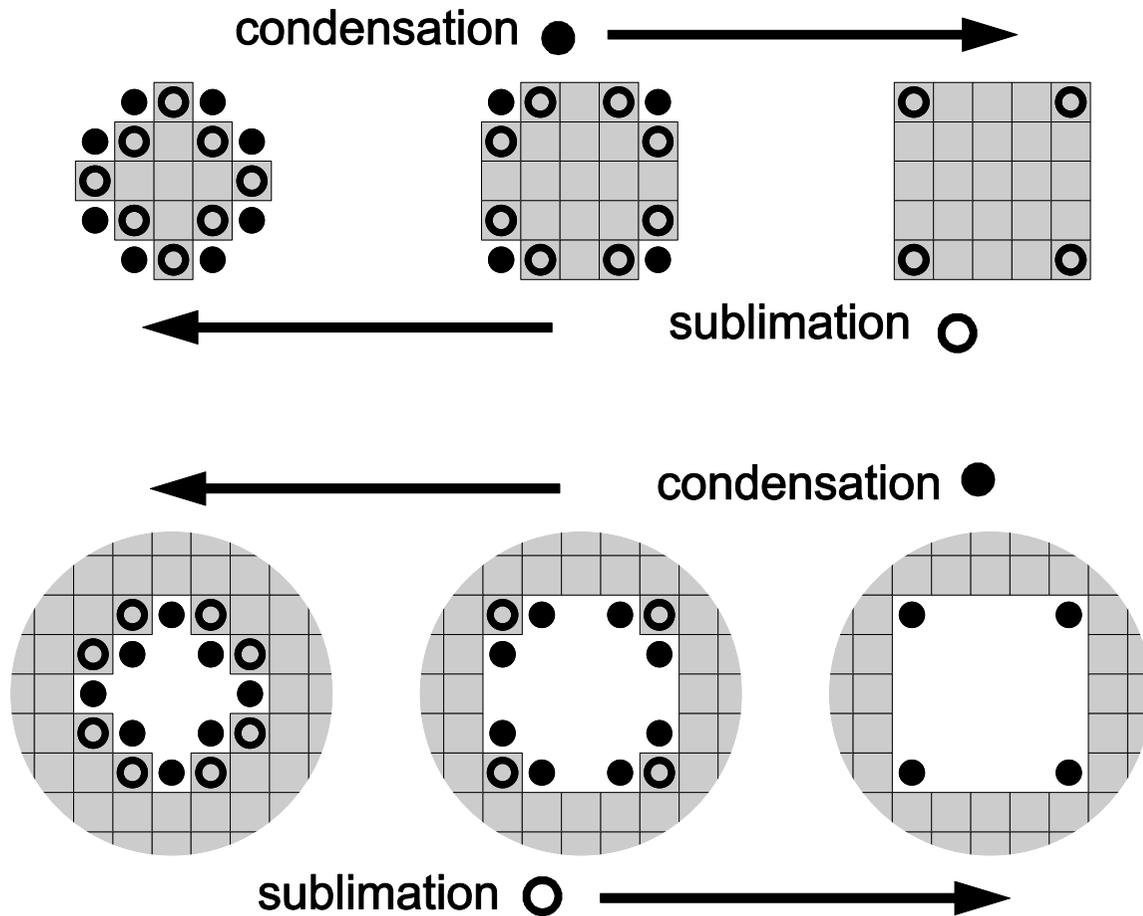
glace

eau liquide

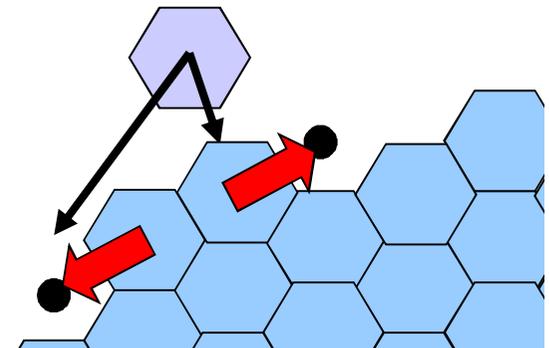


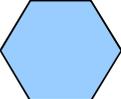
vaut environ  $104^\circ$  dans le liquide et  $109^\circ$  dans le solide

# Origine physique du facettage

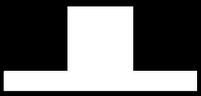


Condensation à l'échelle moléculaire



Cristal de Kossel:  = 

Les 4 cas possibles :

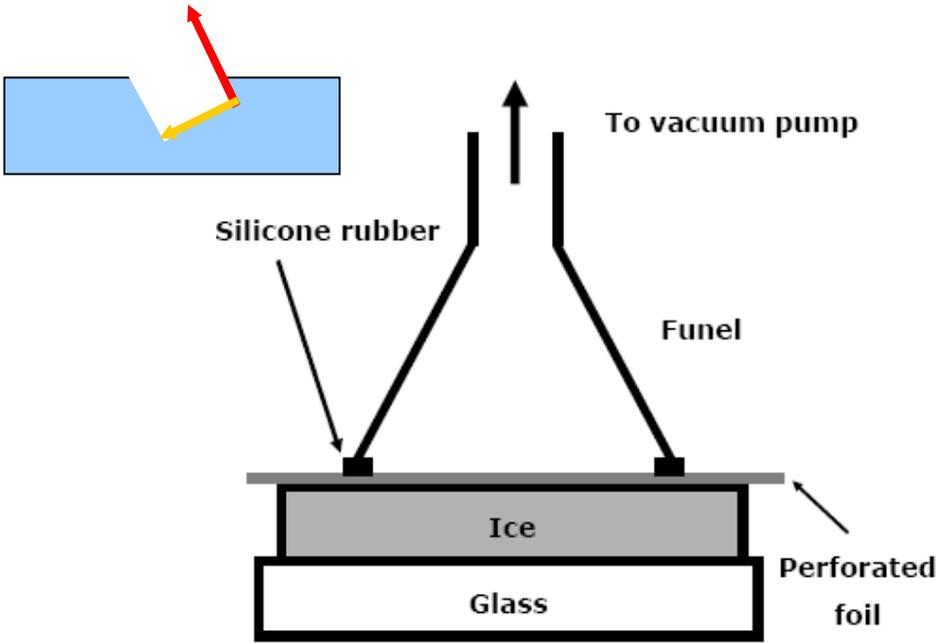
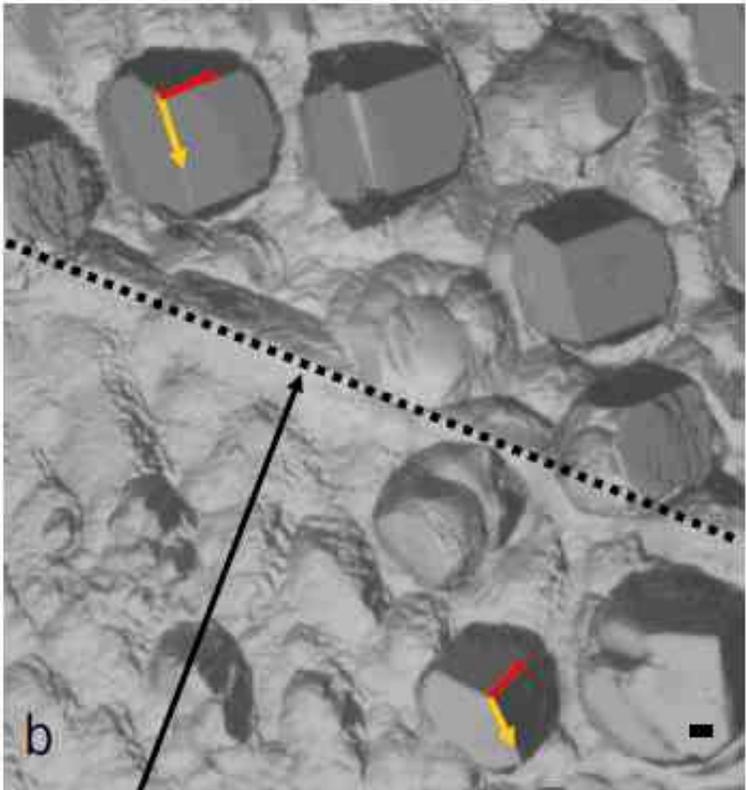
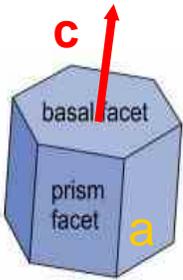
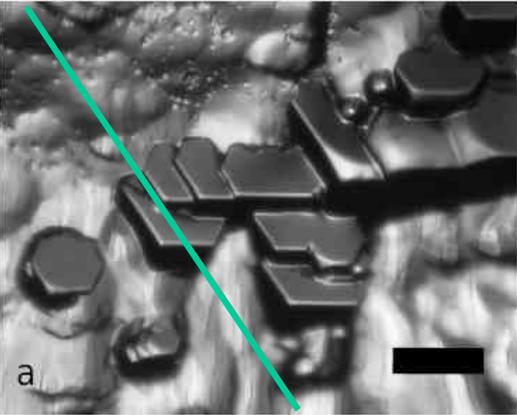
	<p>condensation</p> 	<p>sublimation</p> 
<p>convexité</p> 	<p>faceté</p>	<p>arrondi</p>
<p>concavité</p> 	<p>arrondi</p>	<p>faceté*</p>

Isothermie

Gradient  
de temperature

\*évidence expérimentale : U. Nakaya, C. Knight, Y. Furukawa...

# Obtention de figures d'attaque

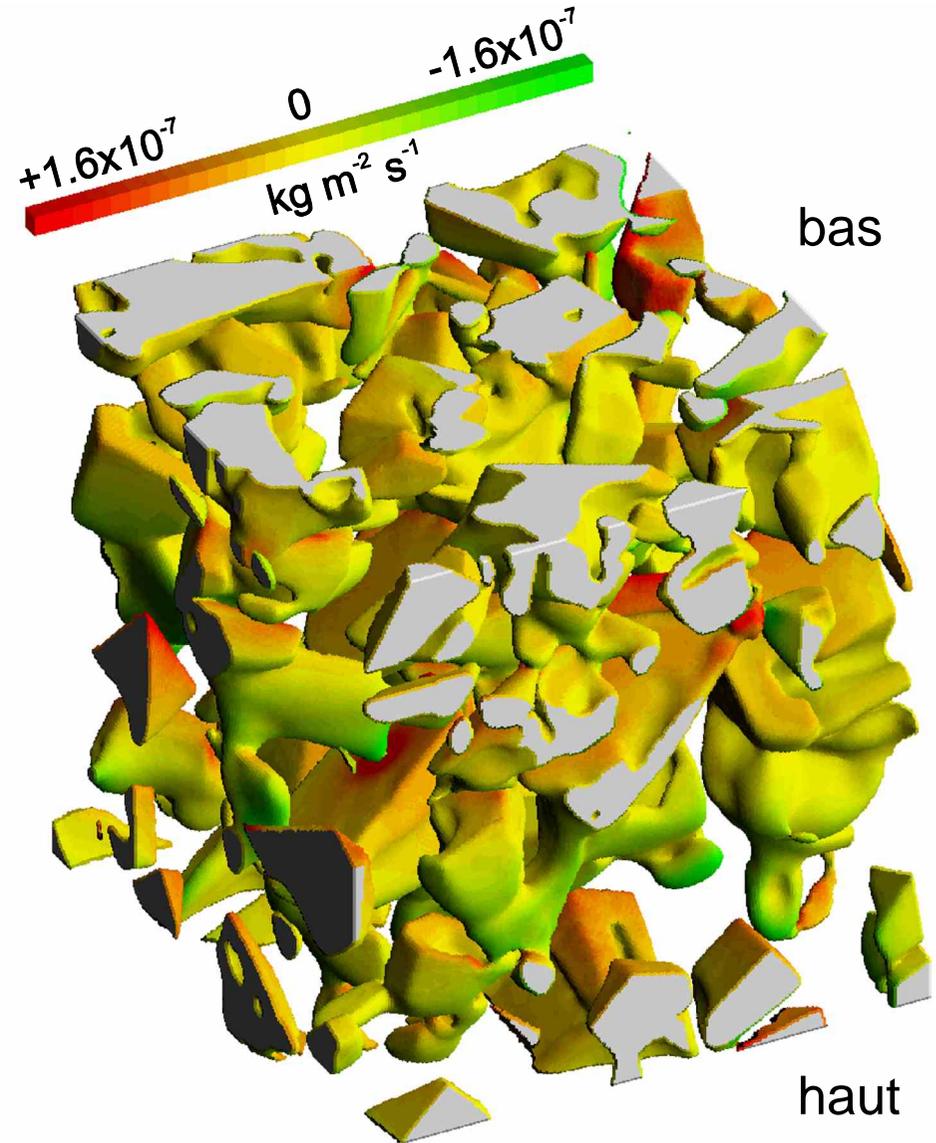
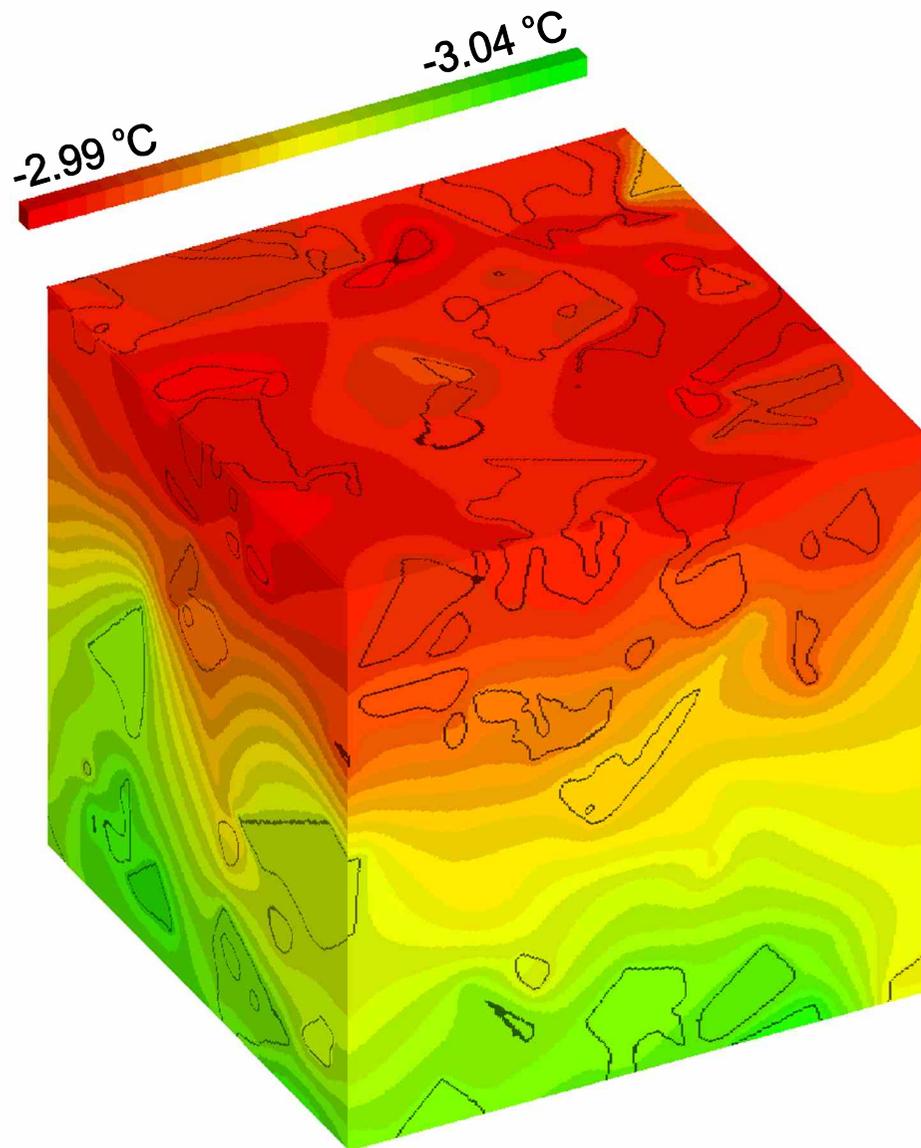


Grain boundary

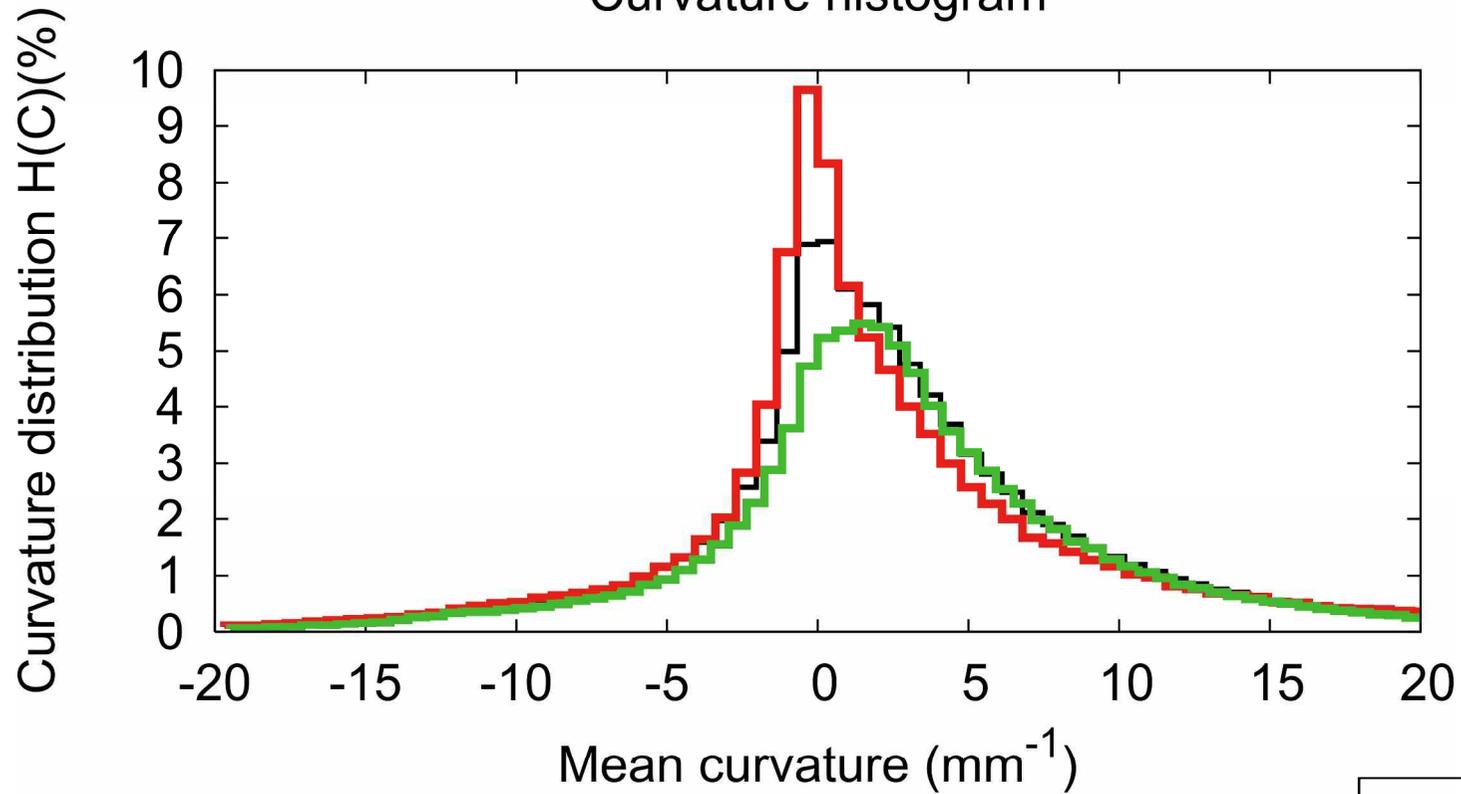
Barres d'échelle : 200 microns

Obtaining etch pits (Knight, 1966)

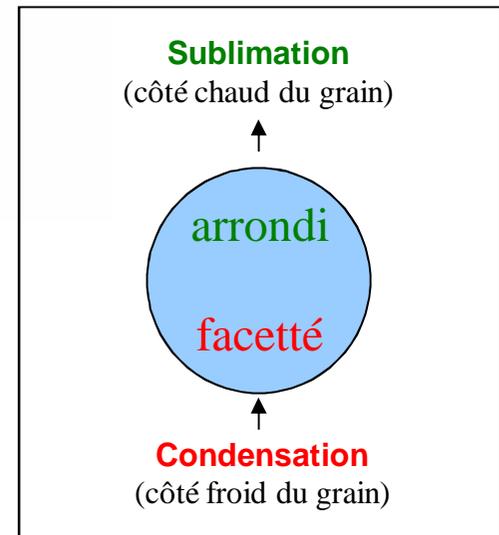
Image d'une neige soumise à un gradient de  $16 \text{ K.m}^{-1}$  durant 3 semaines



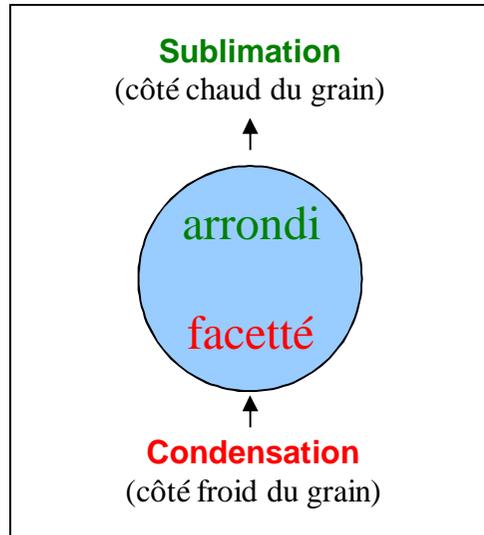
Curvature histogram



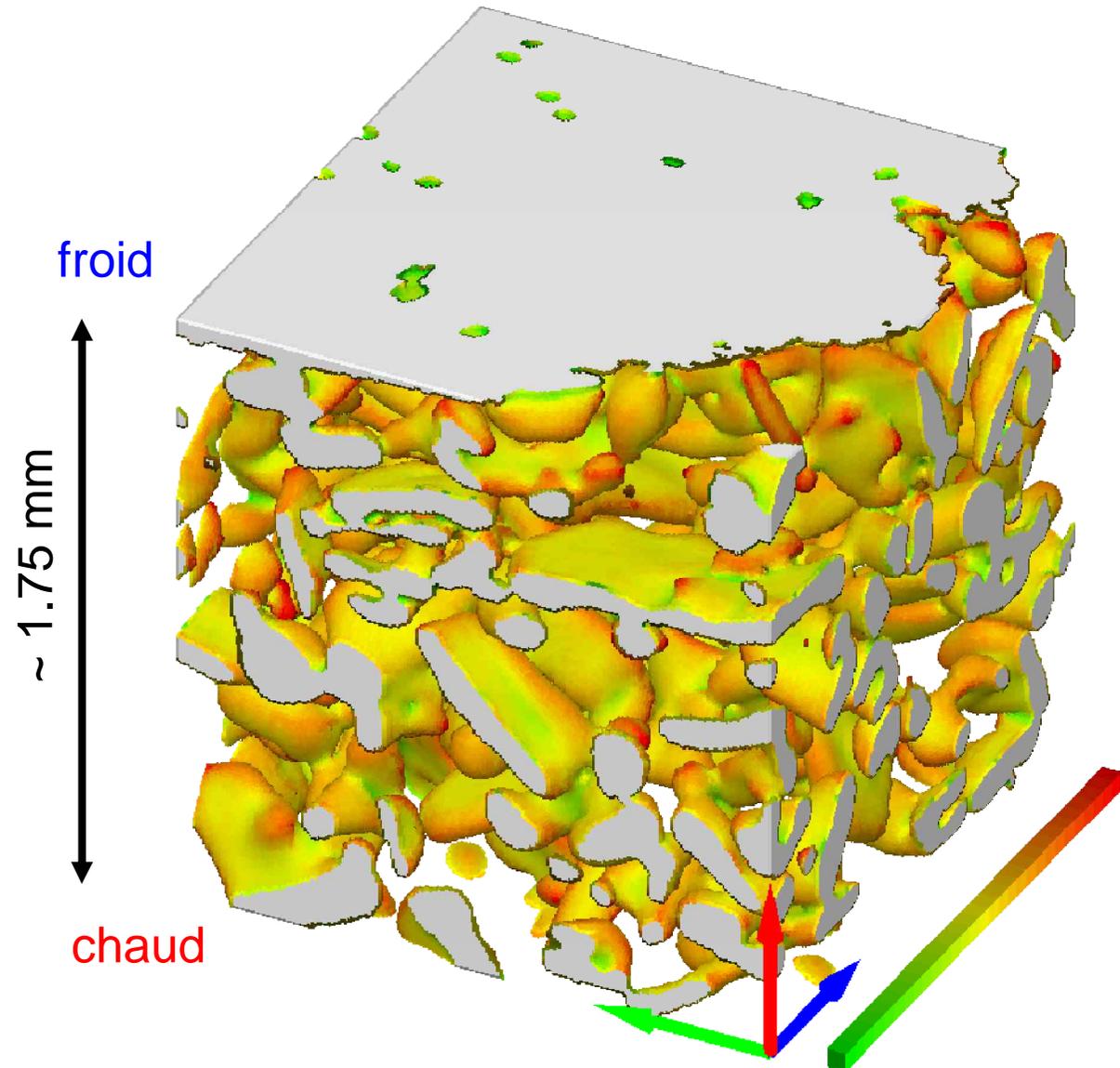
whole surface ———  
condensing surface ———  
sublimating surface ———



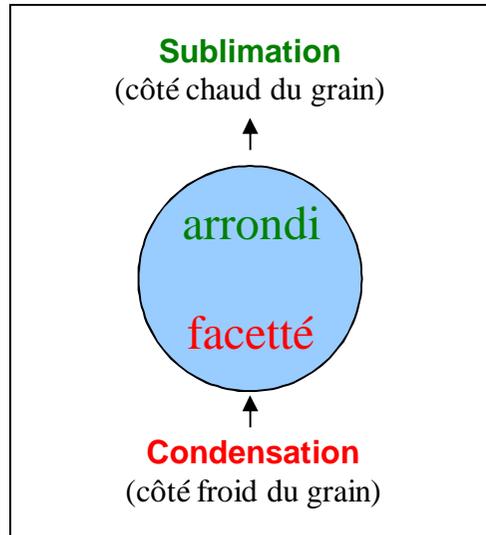
# Expérience de métamorphose



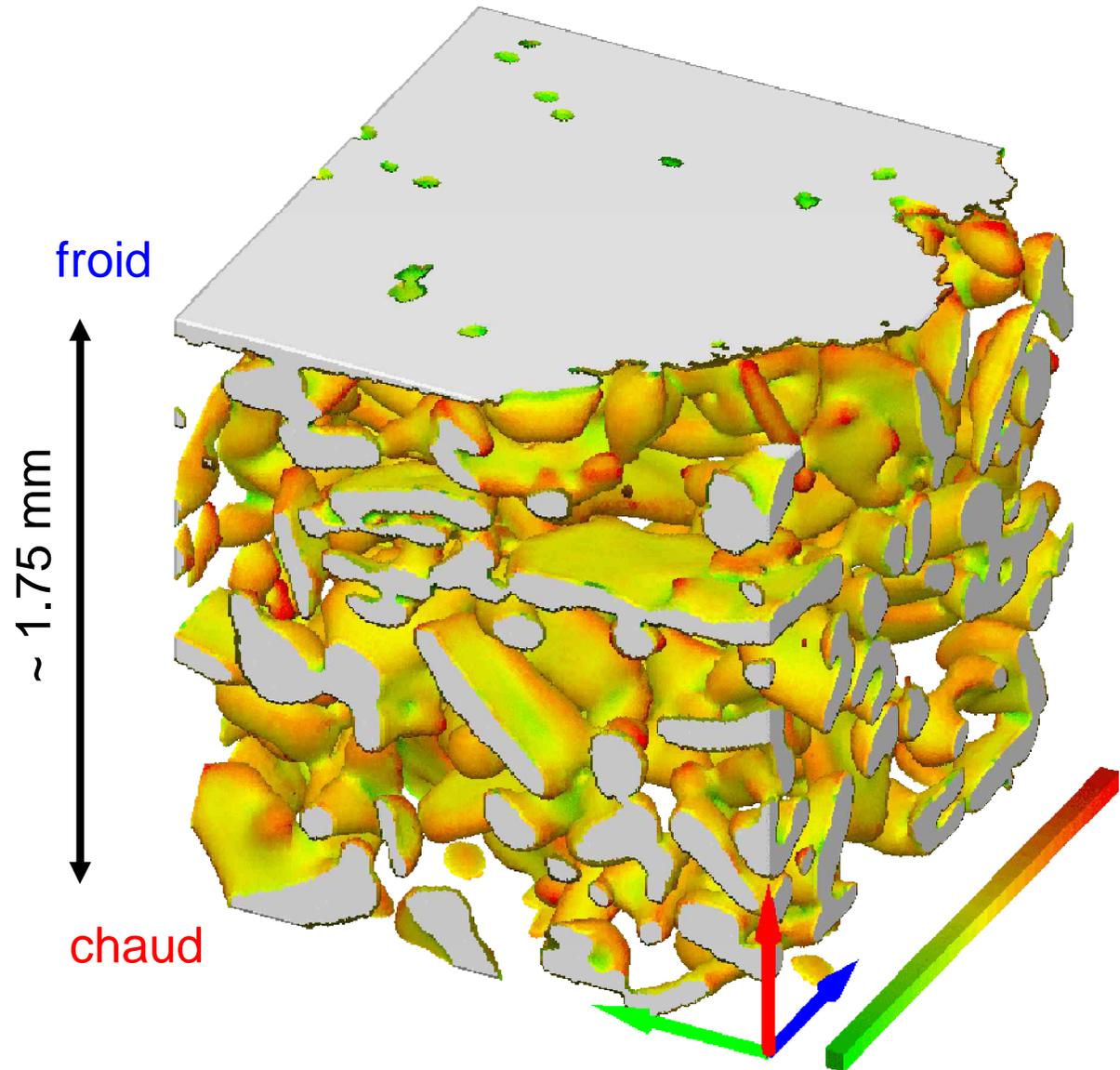
Durée : 1 semaine  
 $T = -2^{\circ}\text{C}$   
 $TG = 18 \text{ K/m}$



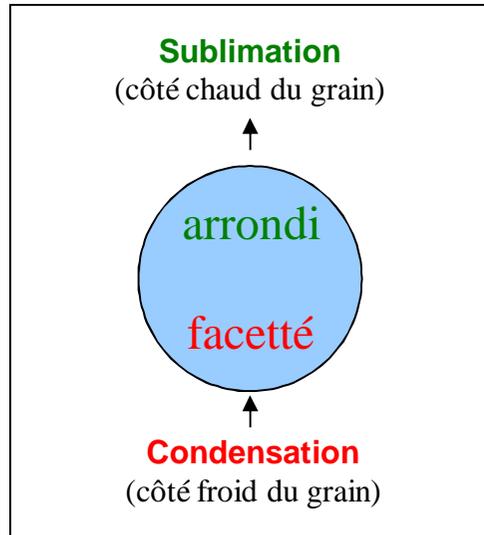
# Expérience de métamorphose



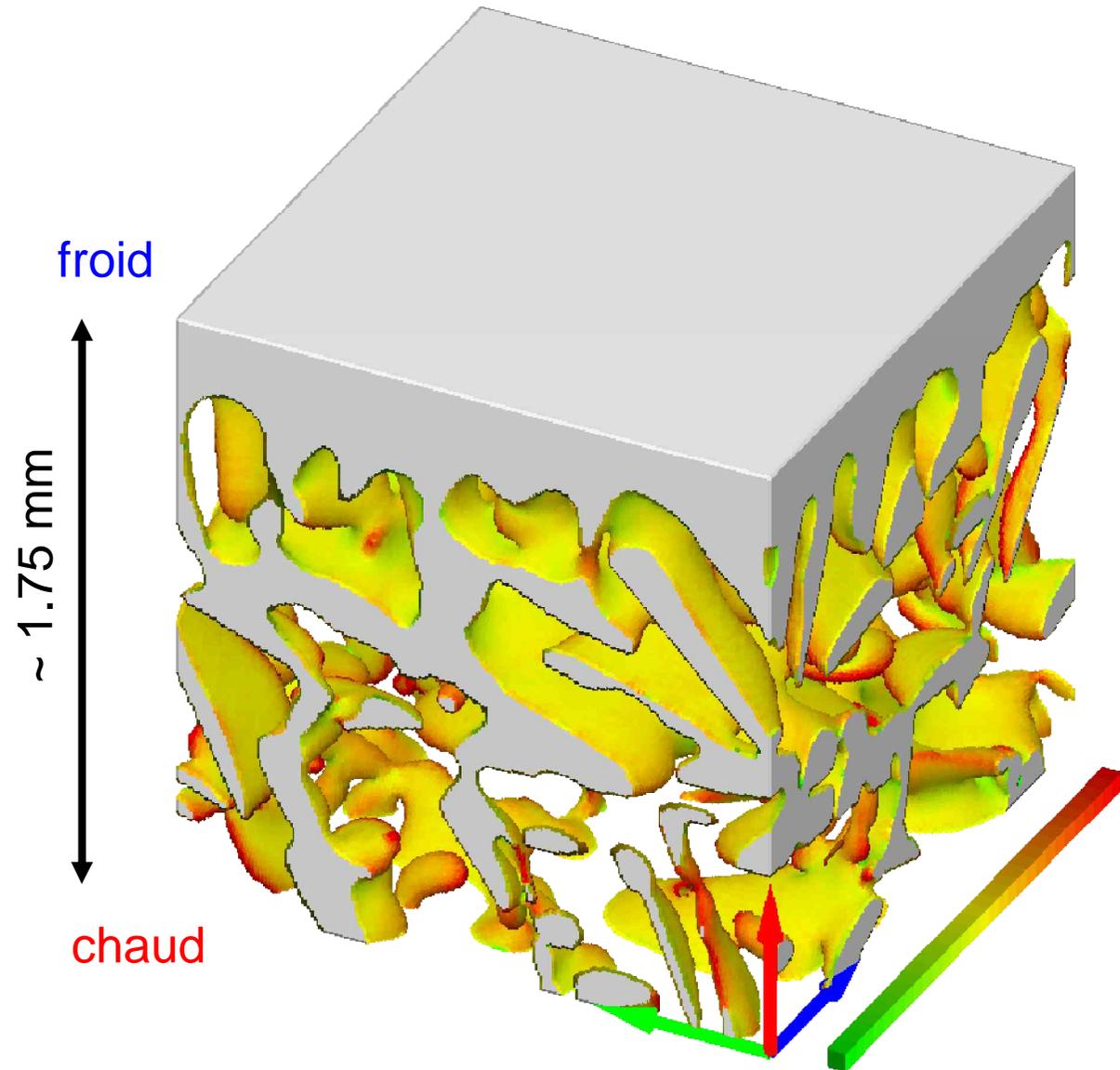
Durée : 1 semaine  
 $T = -2^{\circ}\text{C}$   
 $TG = 18 \text{ K/m}$



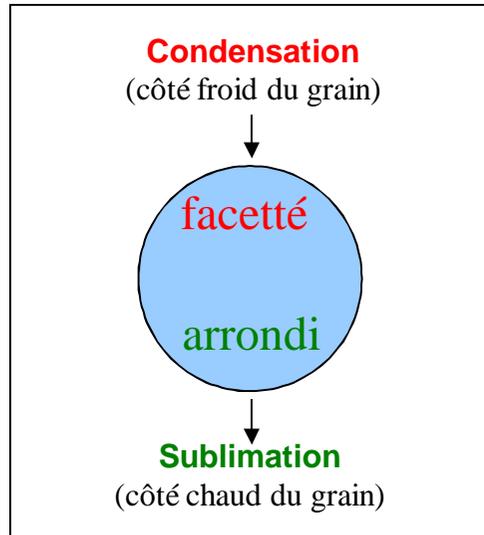
# Expérience de métamorphose



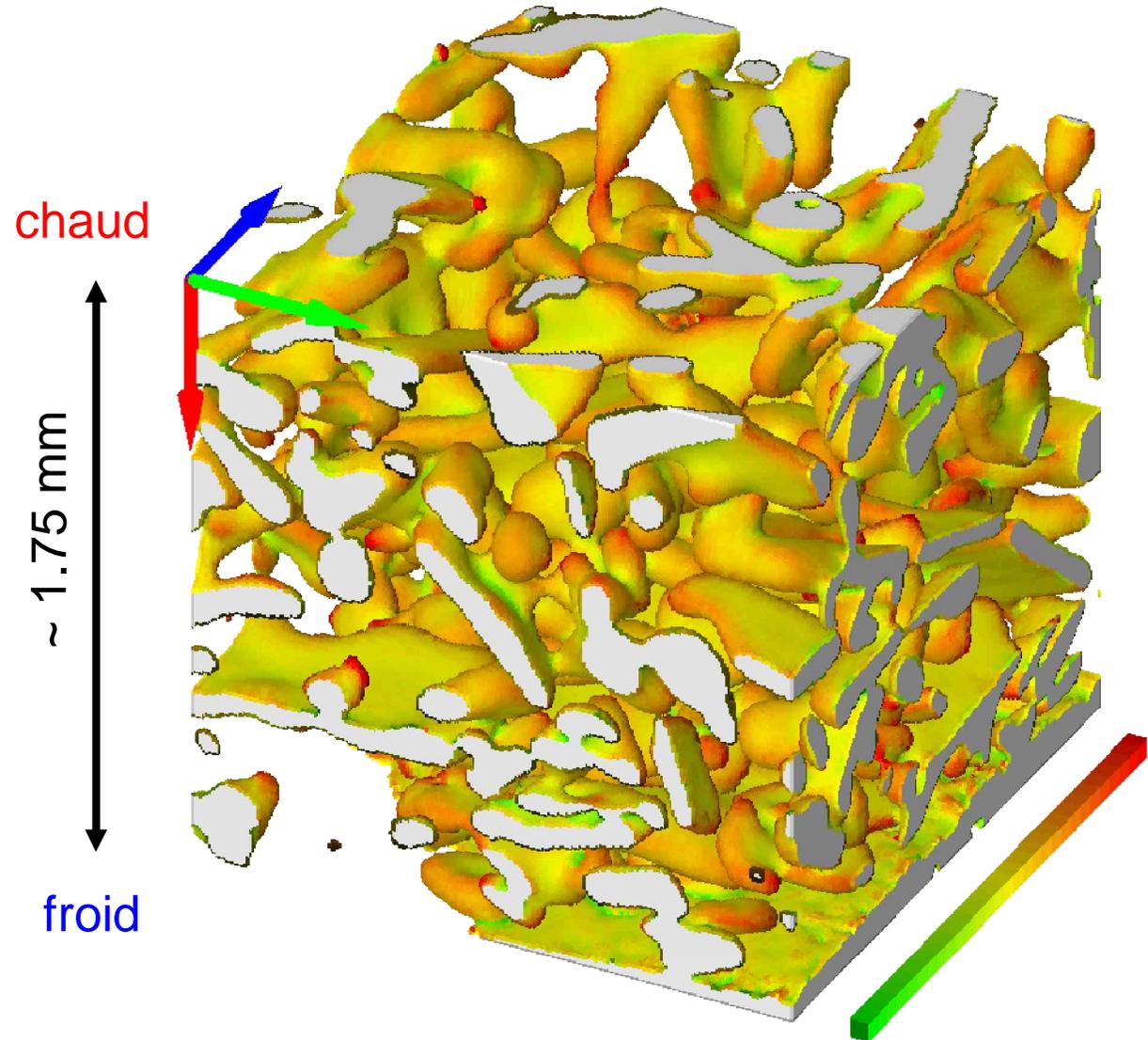
Durée : 1 semaine  
 $T = -2^{\circ}\text{C}$   
 $TG = 18 \text{ K/m}$



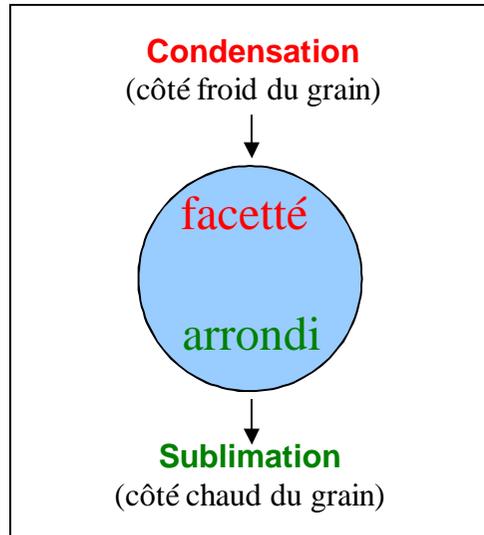
# Expérience de métamorphose



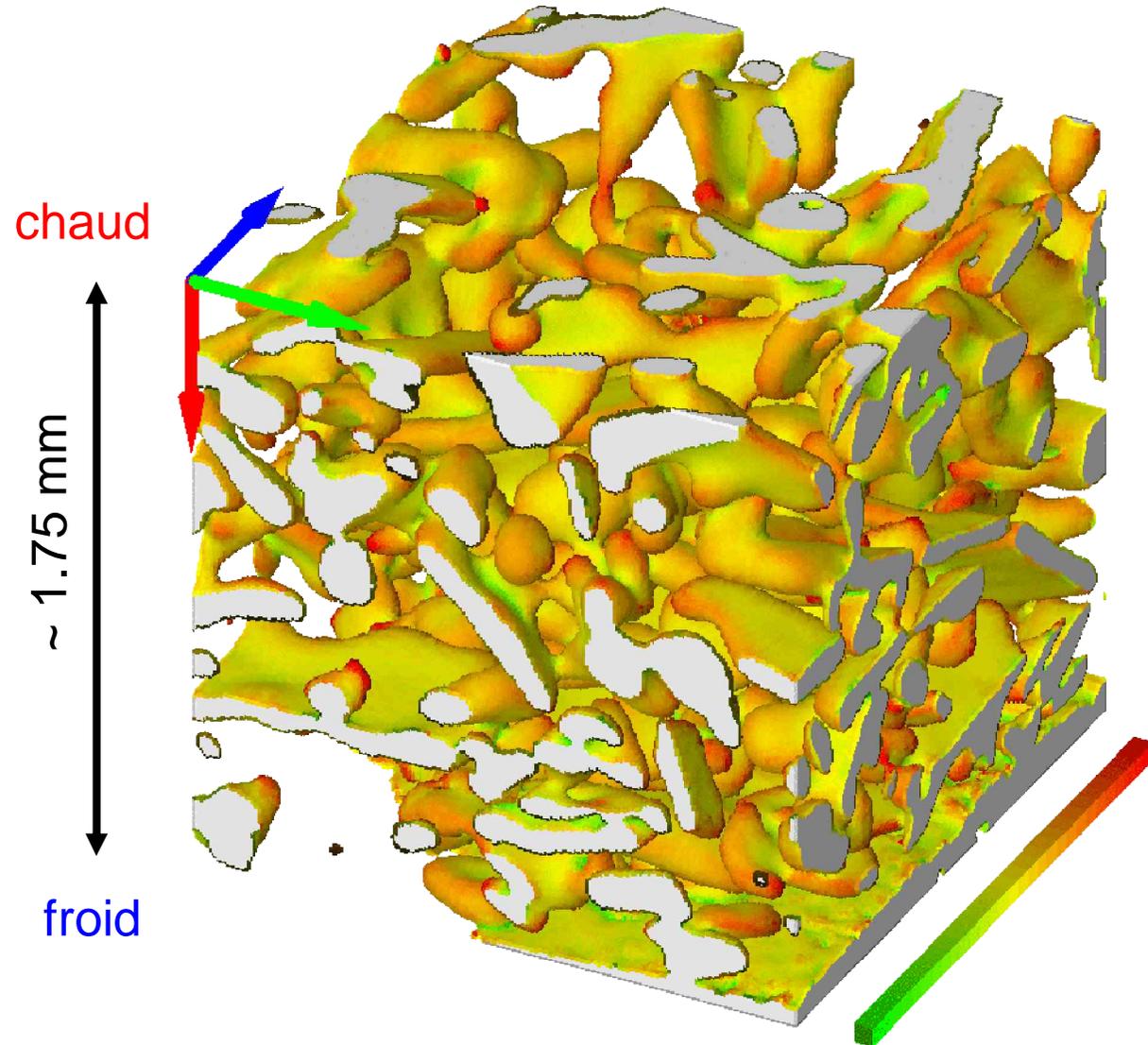
Durée : 1 semaine  
T = -2°C  
TG = 18 K/m



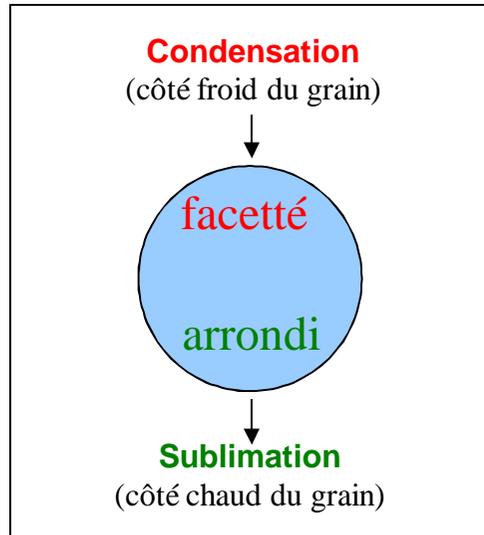
# Expérience de métamorphose



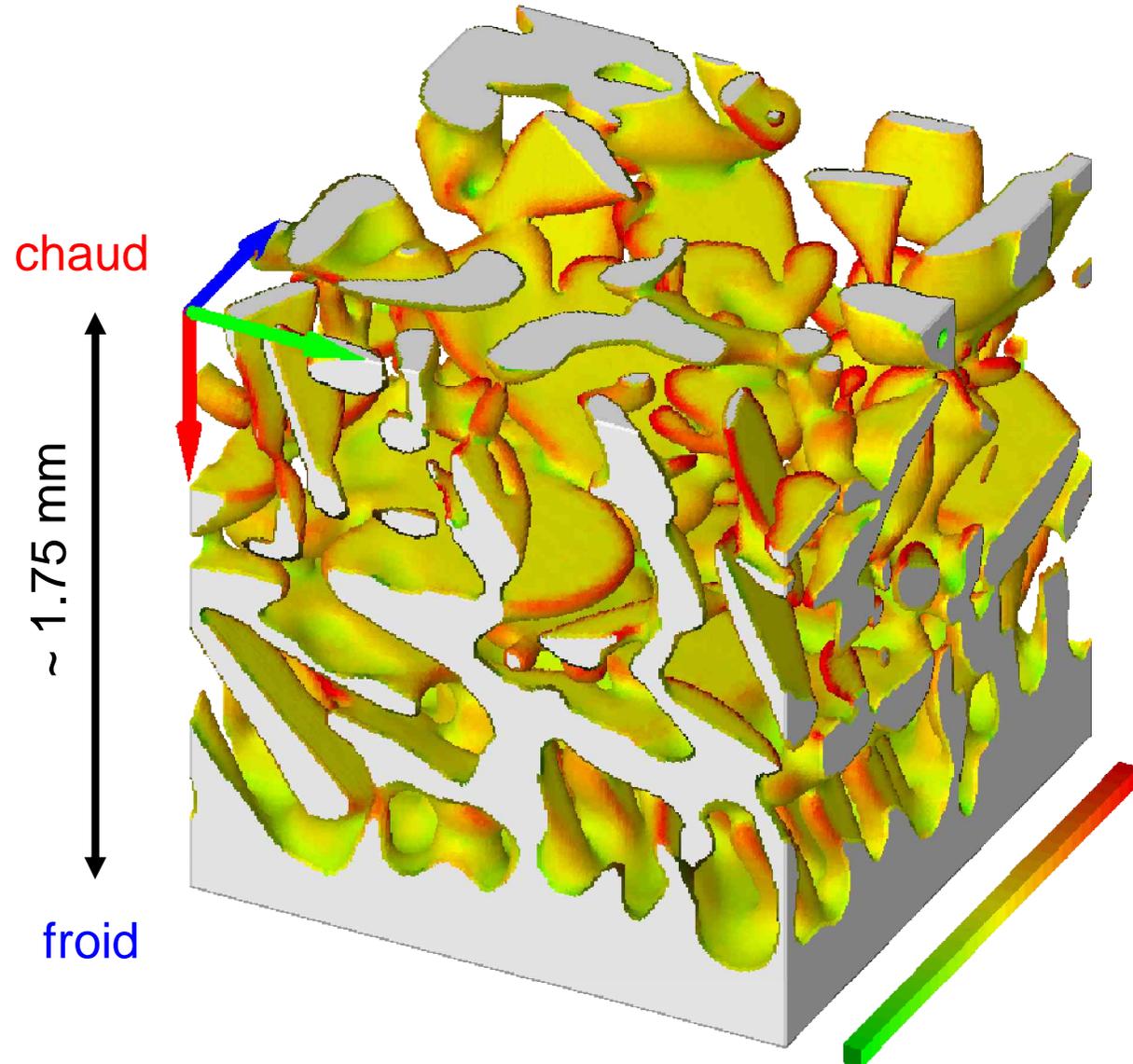
Durée : 1 semaine  
T = -2°C  
TG = 18 K/m



# Expérience de métamorphose



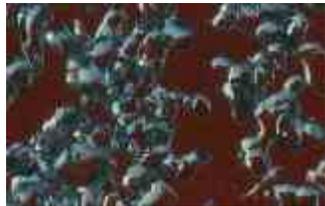
Durée : 1 semaine  
T = -2°C  
TG = 18 K/m



## 4. Neige humide



Neige Humide  
 $T=0^{\circ}$ ,  $G=0^{\circ}/m$ ,  $Tel>0$



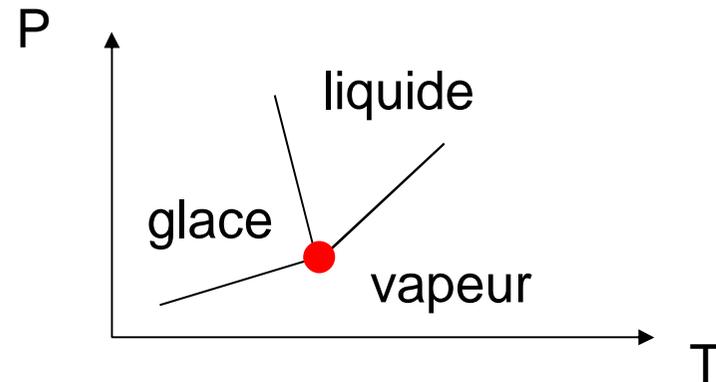
TEL : Teneur en Eau Liquide  
(% massique)

# Equilibre glace / eau liquide

É **Point triple** de l'eau :

ó  $T = 273.16 \text{ K}$

ó  $P = 6.1 \text{ hPa}$



É Dans l'air à  $P = 1013 \text{ hPa}$  :  $T = 273.15 \text{ K}$

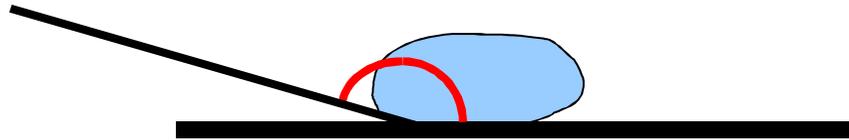
→ Effet de la pression ( $-0.0075 \text{ K}$ )

→ Air dissous dans l'eau ( $-0.0025 \text{ K}$ )

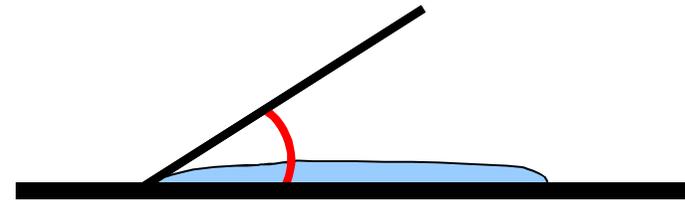
É Impuretés → modification du point de fusion ( $-1^\circ\text{C}$  pour de l'eau salée à  $30 \text{ g/L}$ )

# Mouillage

” Goutte de liquide sur une surface :



Liquide non-mouillant (  $> 90^\circ$  )  
Exemple : Mercure / verre



Mouillage partiel (  $< 90^\circ$  )  
Exemple : eau / verre

: Angle de contact statique liquide-solide

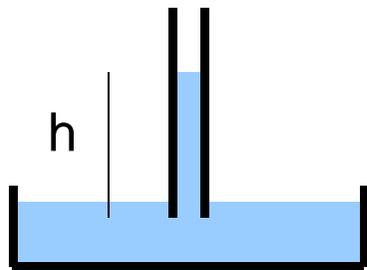
# Ascension capillaire



Loi de Jurin

# Ascension capillaire

“ Dans un tube capillaire : Loi de Jurin



La force de capillarité compense le poids de la colonne d'eau

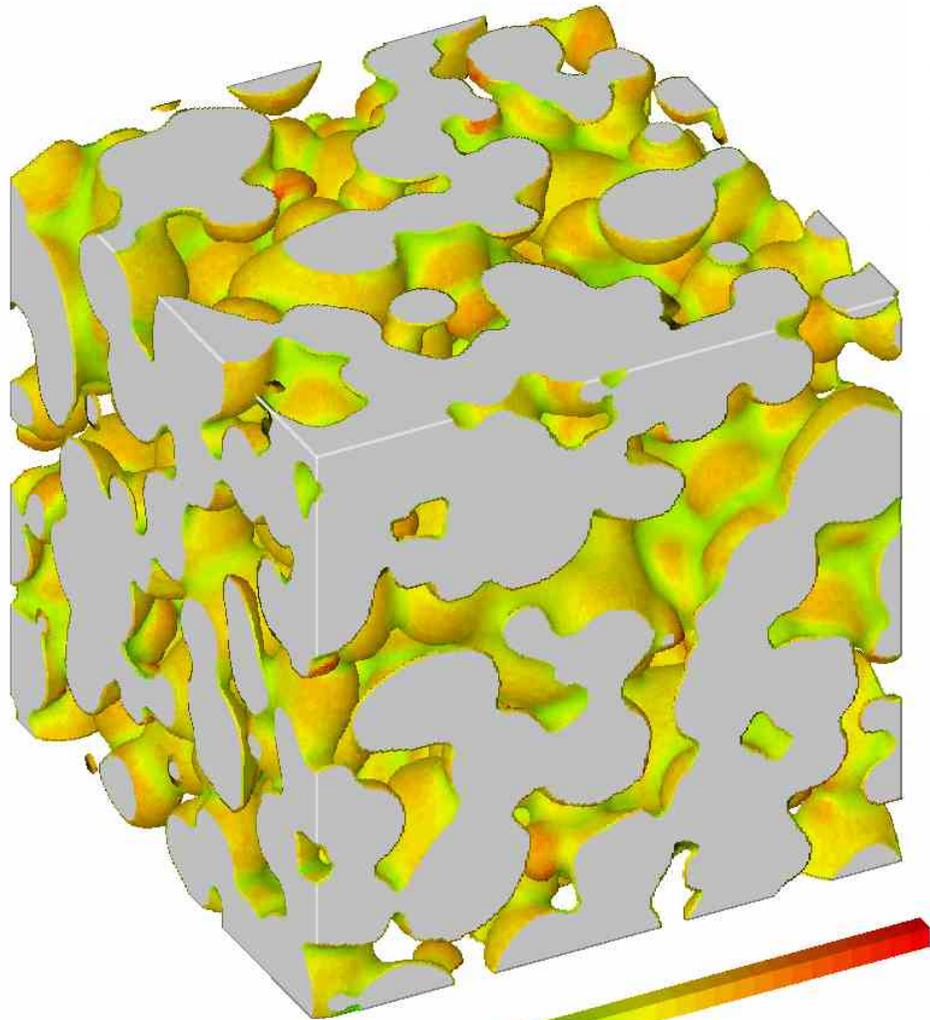
$$\rightarrow h = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho \cdot g}$$

(  $\theta$  = angle de contact ; mouillage total  $\rightarrow \cos \theta = 1$  )

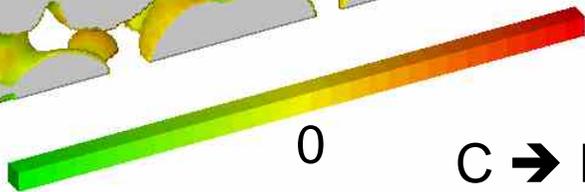
“ Dans un milieu poreux :  $p_c = p_g - p_l$

- . Les « tubes capillaires » correspondent aux pores
- . Pour qu'un pore se remplisse, il doit :
  - “ Être connecté
  - “ Être assez petit pour équilibrer la pression hydrostatique à son altitude

Image 3D de neige humide  
obtenue après immersion  
à 0°C puis drainage



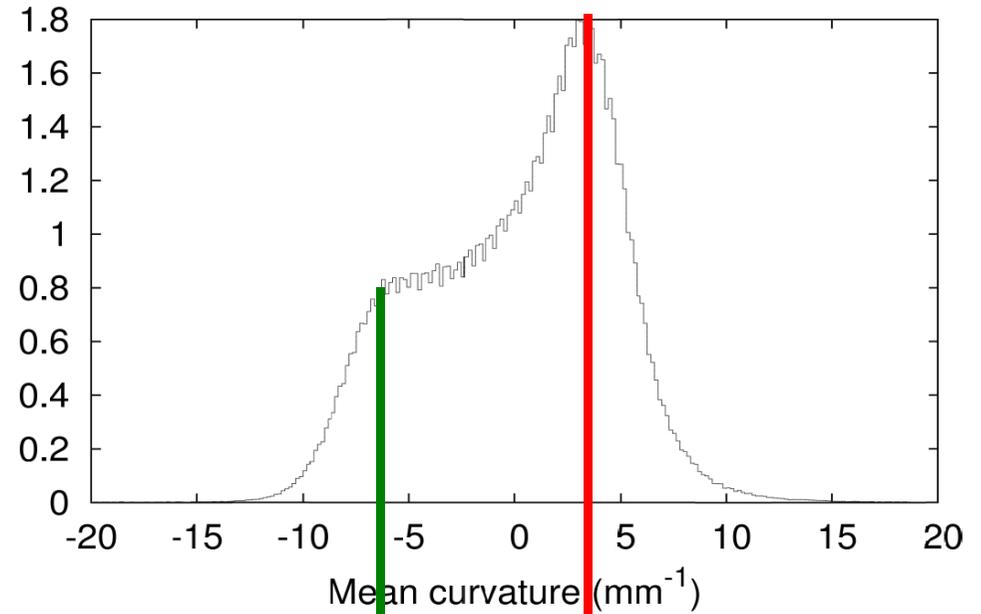
concave



convexe

$C \rightarrow h$  : distance verticale à la couche saturée

Curvature histogram



Signature  
des ménisques  
d'eau liquide

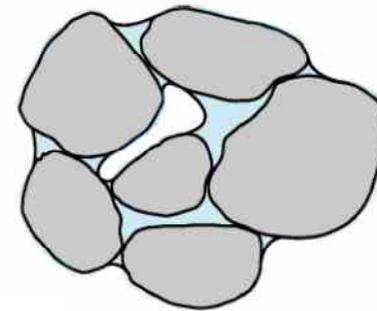
Convexité  
des grains

$$h = \frac{2\gamma C \cos \theta}{\rho \cdot g}$$

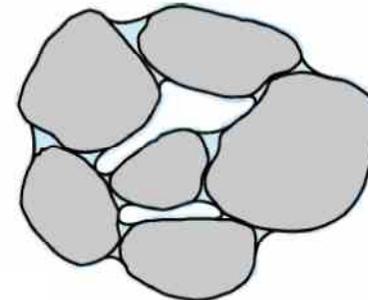
# Les métamorphoses de neige humide

→ On distingue 2 cas :

4.2 Fortes TEL : **régime funiculaire**  
phase liquide prépondérante



4.3 Faibles TEL (<2% massique) : **régime pendulaire**  
phase vapeur prépondérante



## 4.2 Fortes TEL : équation de Gibbs-Thomson régime funiculaire (phase liquide continue)

On néglige la phase gaz

Gibbs-Duhem  
+  
pression uniforme  
dans le liquide



$$L_f \frac{\delta T_f}{T_\infty} = 2v_m^s \gamma C$$

$$\delta T_f \equiv T_\infty - T$$

$T$  : température (K)

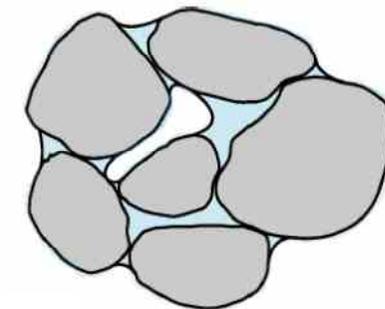
$T_{00}$  : température de référence (K)

$L_f$  : chaleur latente massique ( $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$ )

$C$  : courbure moyenne ( $\text{m}^{-1}$ )

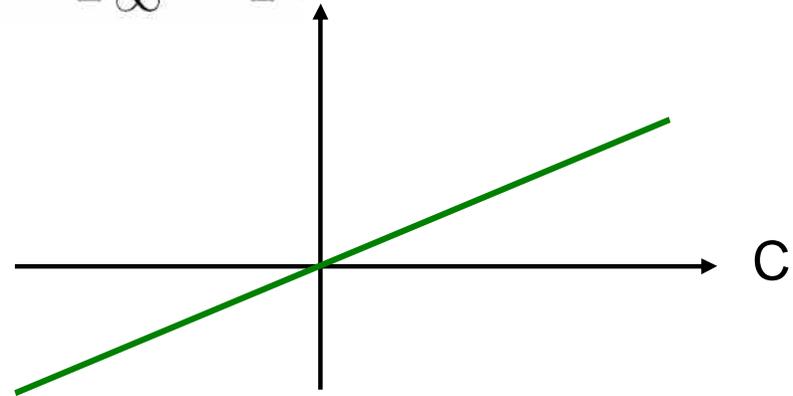
$\gamma$  : tension de surface ( $\text{J} \cdot \text{m}^{-2}$ )

$v_m^s$  : volume spécifique ( $\text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1}$ )



$$L_f \frac{\delta T_f}{T_\infty} = 2v_m^s \gamma C$$

$$\delta T_f \equiv T_\infty - T$$



Comportement similaire à la neige sèche (loi de Kelvin) :  
Les petits grains disparaissent au profit des plus gros

## MAIS

- Phénomène plus efficace que pour la neige sèche
- Pas de phénomène de gradient de température (car l'eau liquide est proche de 0 degrés et est environ 20x plus conductrice que l'air)

$$k_{\text{th-air}} = 0.0235 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ à } -10^\circ\text{C}$$

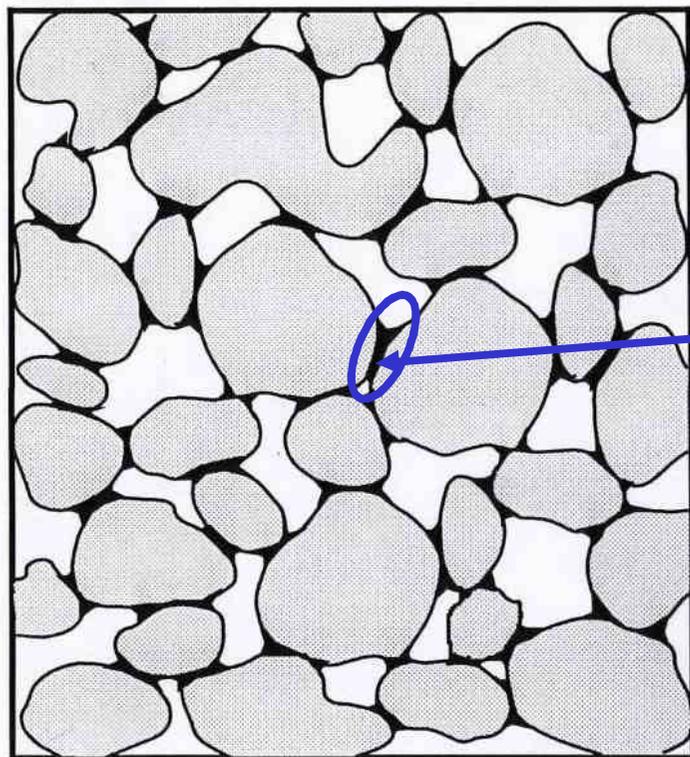
$$k_{\text{th-eau}} = 0.604 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ à } 20^\circ\text{C}$$

$$k_{\text{th-glace}} = 2.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ à } -10^\circ\text{C}$$

## 4.3 Faibles TEL (<2% massique) : Pression capillaire . régime pendulaire

Faible TEL  $\Leftrightarrow$  forte courbure du ménisque  $\Leftrightarrow$  forte pression capillaire

É 3 phases présentes



$$(p_{\text{int}} - p_{\text{ext}}) = 2\gamma C'$$

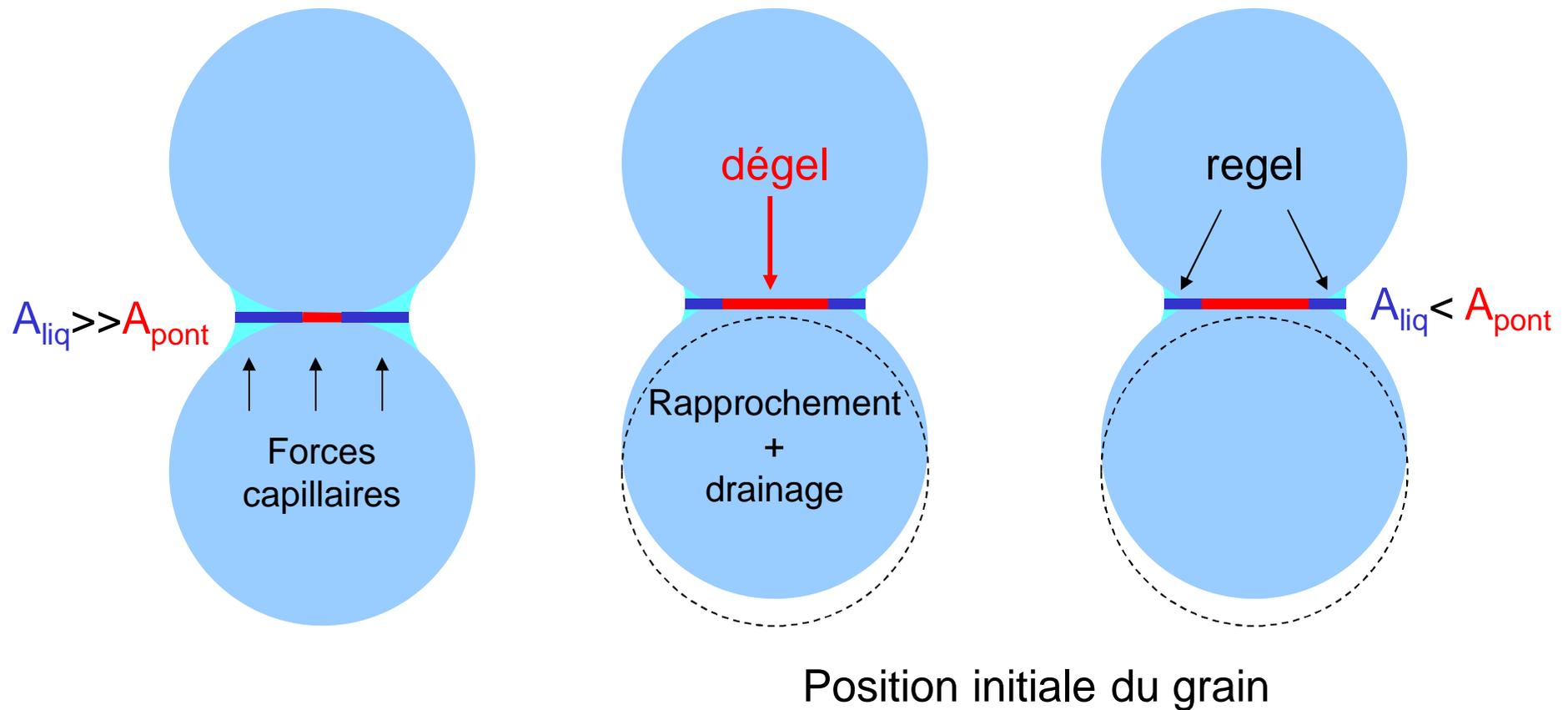
Ménisque d'eau  
liquide

-  Phase solide : glace
-  Phase liquide : eau
-  Phase gazeuse : Air (vapeur d'eau)

# Aplatissement des grains par compression-fusion ou dégel-regel (Colbeck 1974):

Moteur : Pression capillaire

$T=0^{\circ}\text{C}$



## 5. Conclusions : Les différents types de métamorphoses

