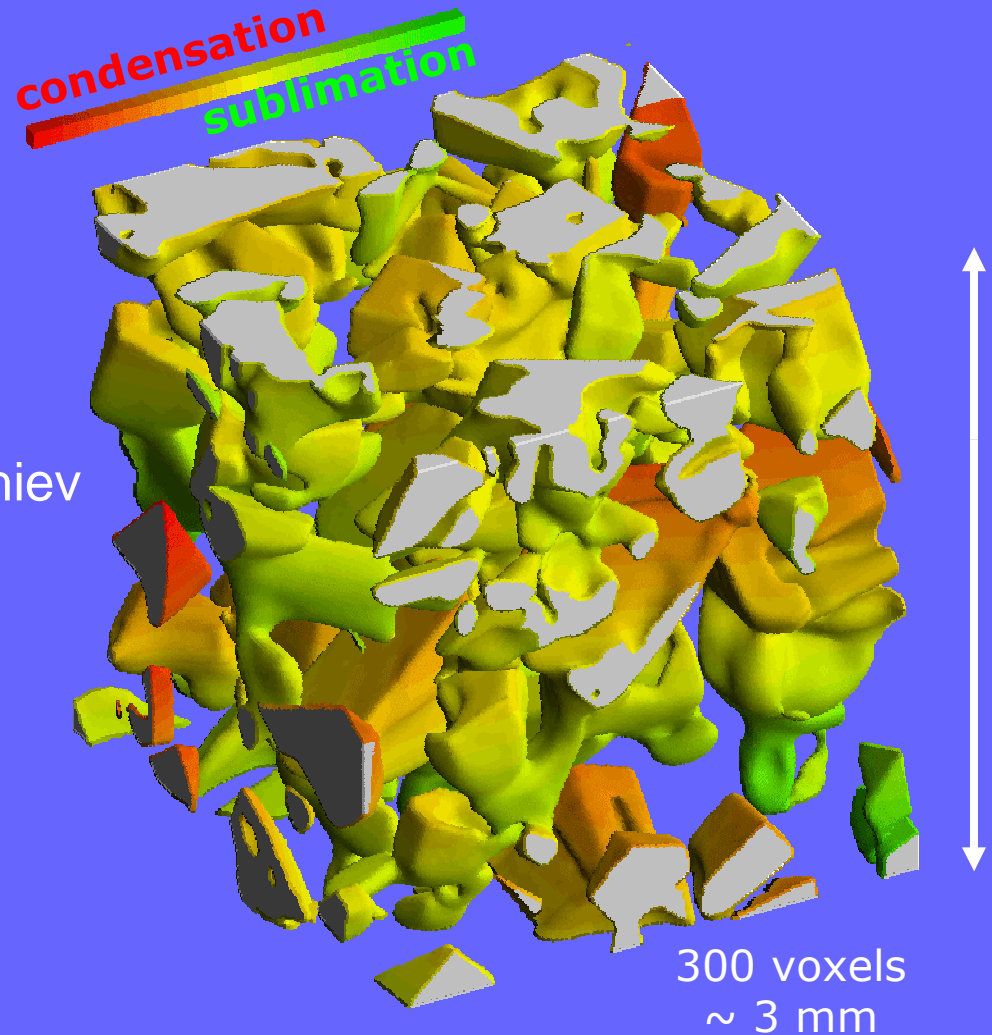


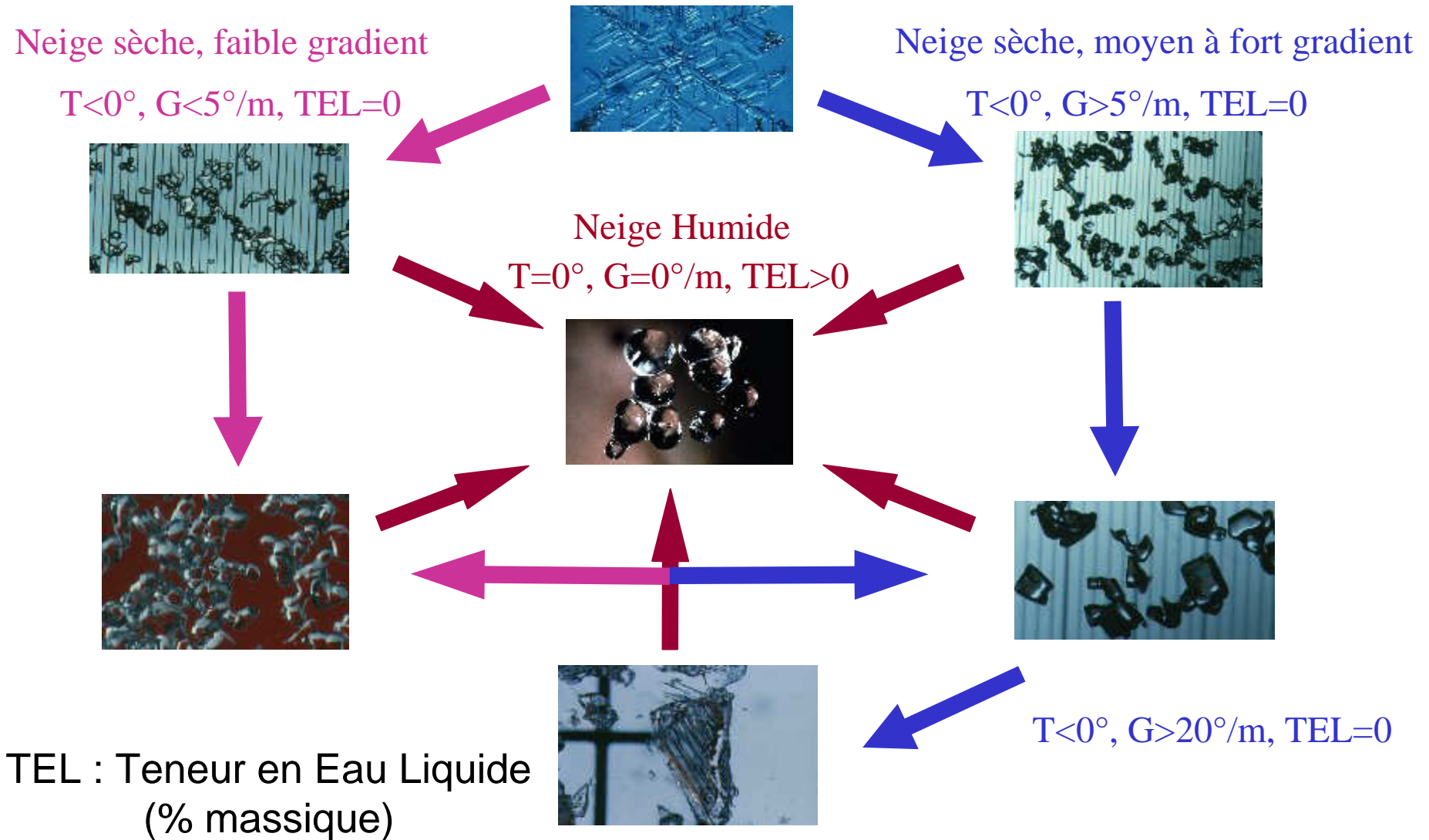
Physique des métamorphoses de la neige

- Neige sèche
- Neige humide
 - Cours JB Brzoska
 - Cours JF Daïan
 - Livres Markov, Mutaftschiev

Frédéric Flin :
frederic.flin@meteo.fr



Métamorphoses de neige

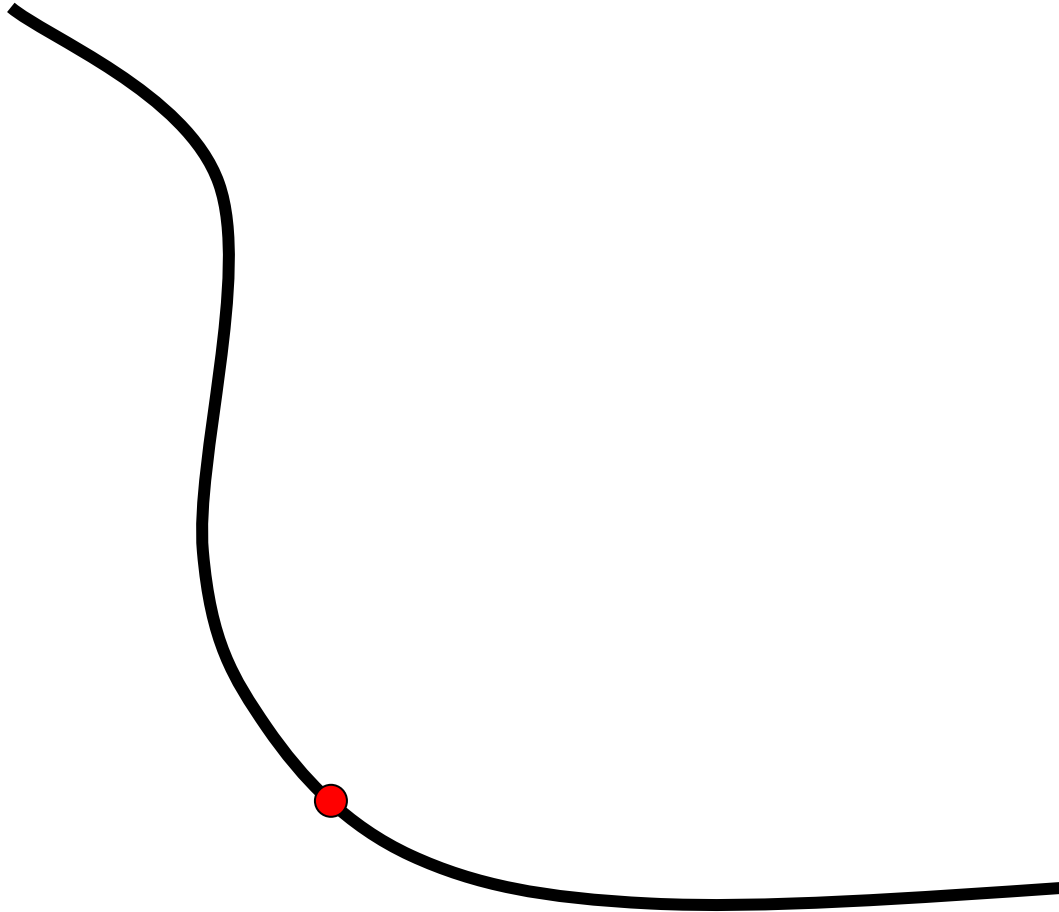


Plan de l'exposé

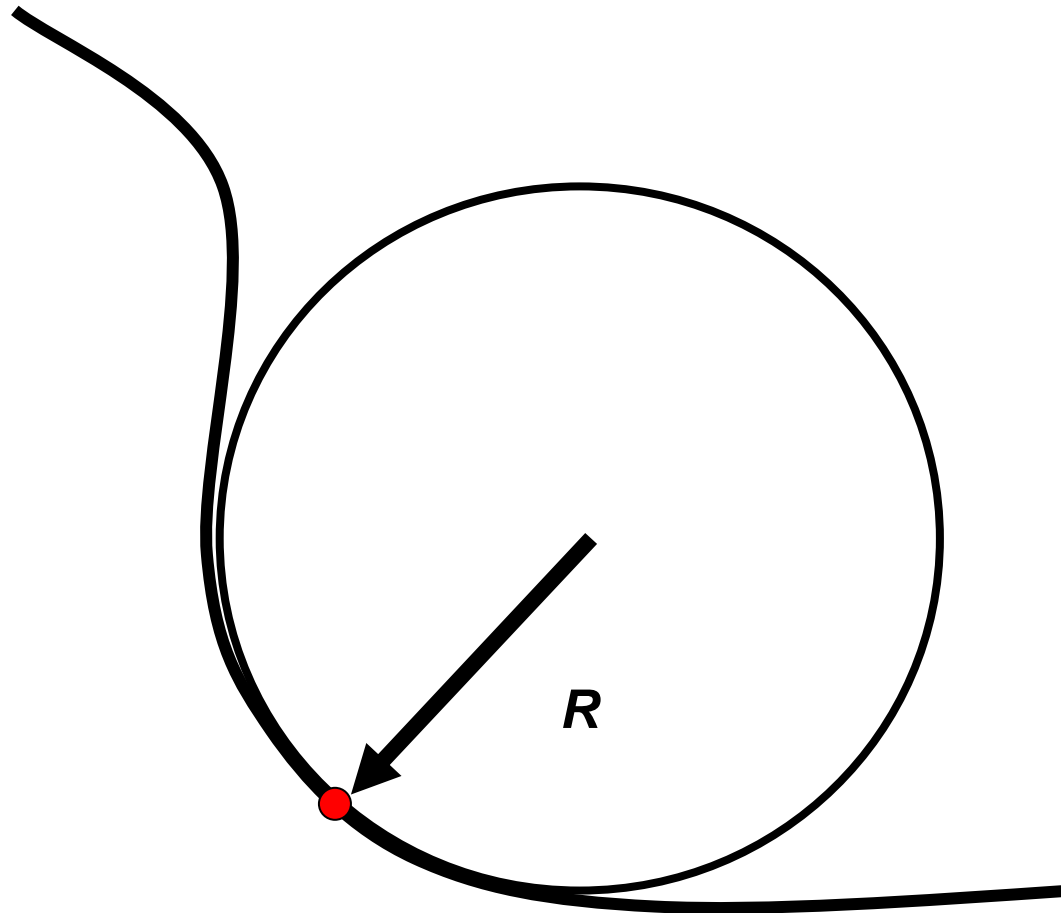
1. Courbure : définitions
2. Rappels de thermodynamique
 1. Tension superficielle
 2. Gibbs-Duhem
3. Métamorphoses de neige sèche
 1. Faible gradient
 2. Moyen à fort gradient
4. Métamorphoses de neige humide
 1. Généralités
 2. Forte TEL
 3. Faible TEL
5. Conclusion

1. Courbure : définitions

Courbure d'une ligne dans un espace 2D

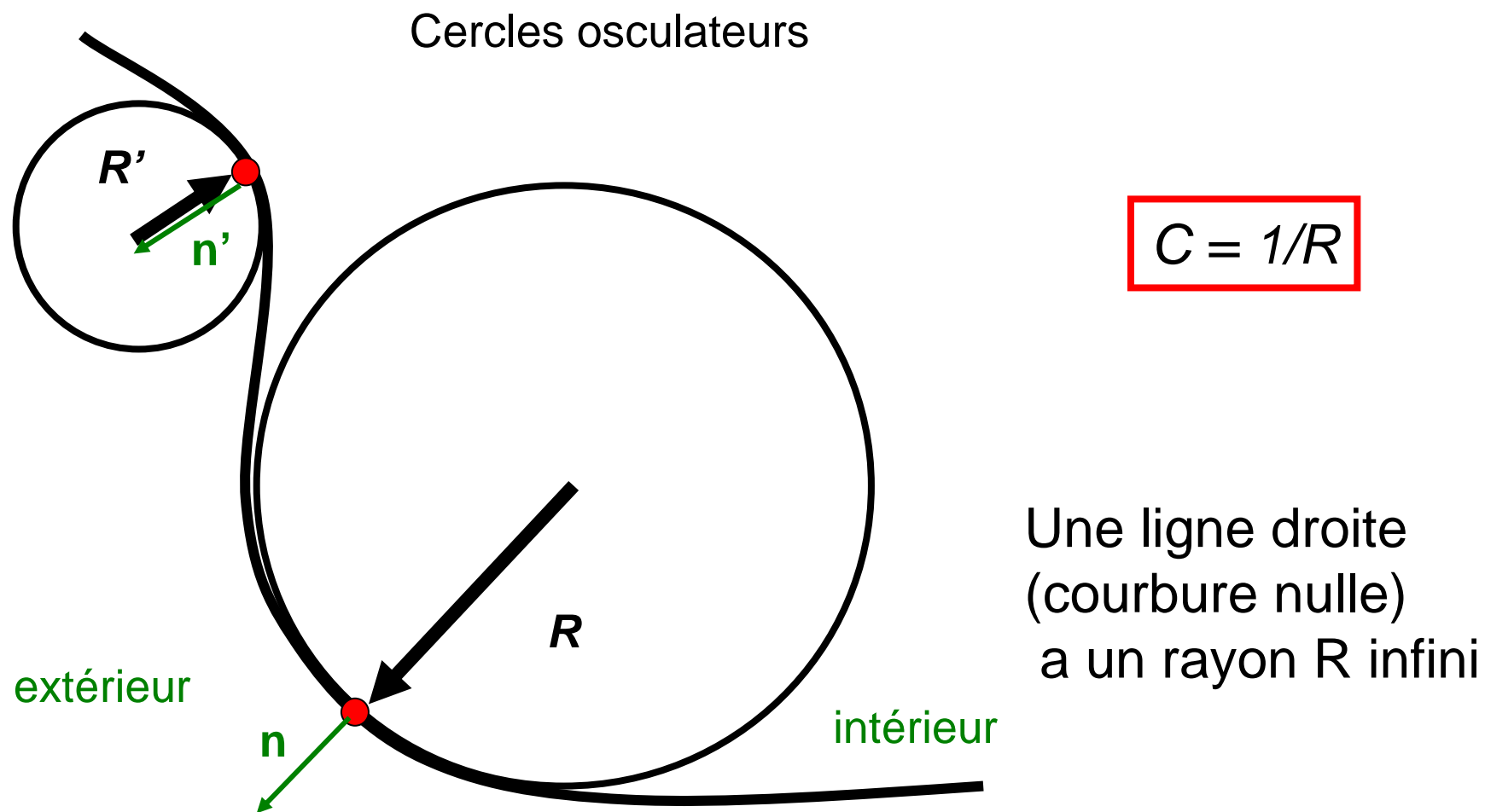


Courbure d'une ligne dans un espace 2D



$$C = 1/R$$

Courbure d'une ligne dans un espace 2D



Courbure positive : convexité (\mathbf{n} dans le même sens que \mathbf{R})

Courbure négative : concavité (\mathbf{n}' dans le sens opposé à \mathbf{R}')

Courbure d'une surface dans un espace 3D

Courbure moyenne :

$$C = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad [L^{-1}]$$

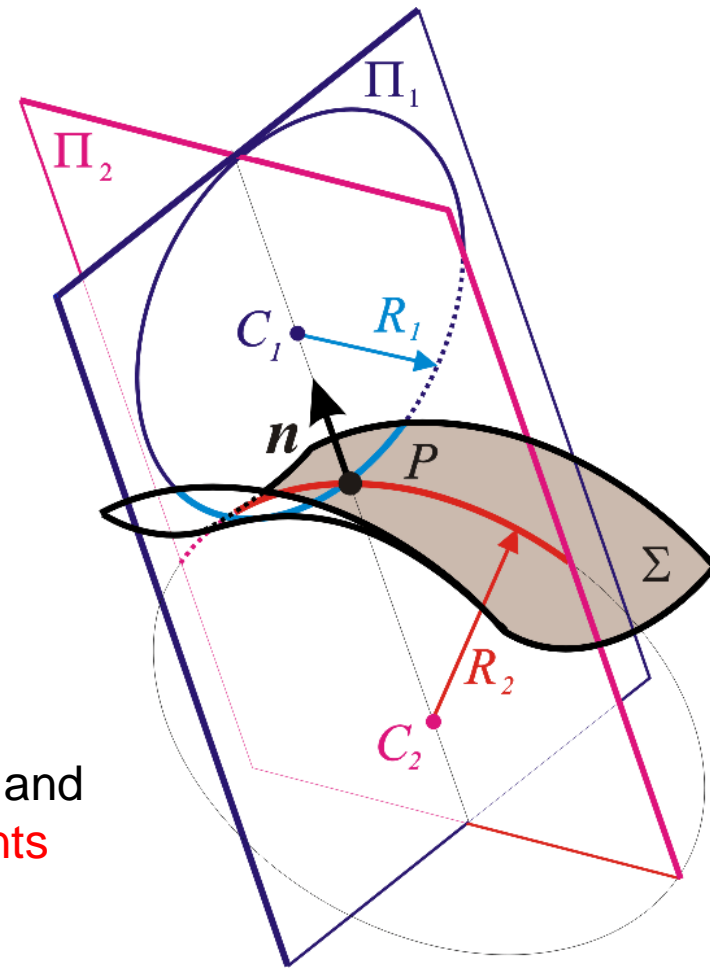
→ physique des interfaces

Courbure gaussienne :

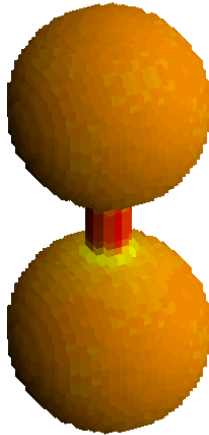
$$G = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2} \quad [L^{-2}]$$

→ distinction des surfaces dont les rayons R_1 and R_2 sont de signes opposés : **détection des ponts entre les grains**

→ mécanique

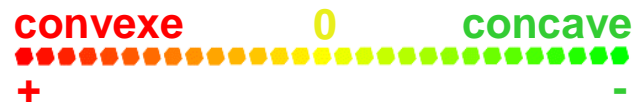
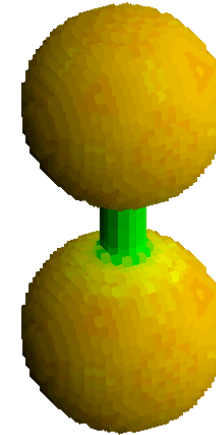


Le pont est :



-**convexe** au sens de la
courbure moyenne

-**concave** au sens de la
courbure gaussienne



Courbure moyenne :

$$C = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad [L^{-1}]$$

Courbure gaussienne :

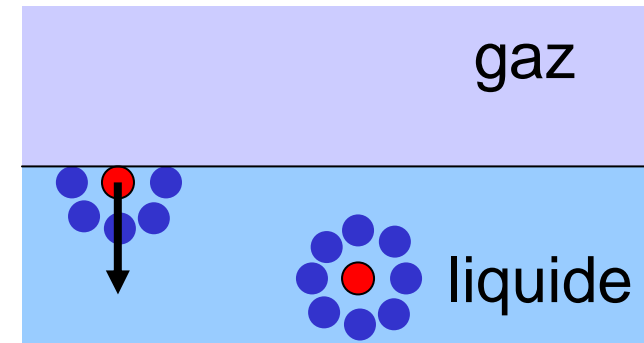
$$G = \frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{R_2} \quad [L^{-2}]$$

2. Rappels de thermodynamique

Tension superficielle et équation de Laplace

- Tension superficielle :

Force de rappel (Van der Waals)



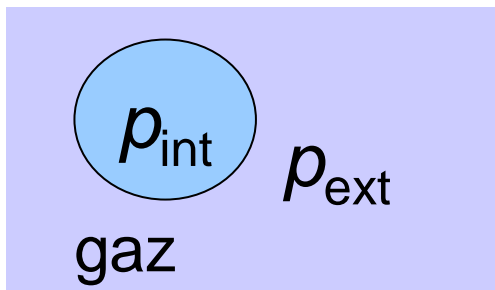
– Tension superficielle γ : travail à fournir par unité de surface ($\text{J} \cdot \text{m}^{-2}$) pour déformer l'interface

γ dépend des phases considérées :

$$\gamma_{\text{glace-vapeur}} = 109 \text{ mJ/m}^2$$

$$\gamma_{\text{liq-vapeur}} = 76 \text{ mJ/m}^2$$

- Formule de Laplace :



$$(p_{\text{int}} - p_{\text{ext}}) = 2\gamma C$$

$\delta p_c = (p_{\text{int}} - p_{\text{ext}})$ est appelée pression capillaire

Rappels (?)

Potentiels thermodynamiques : état du système

Nom	Formule	Variables naturelles
Énergie interne	U	$S, V, \{N_i\}$
Énergie libre de Helmholtz	$F = U - TS$	$T, V, \{N_i\}$
Enthalpie	$H = U + PV$	$S, P, \{N_i\}$
Enthalpie libre de Gibbs	$G = U + PV - TS$	$T, P, \{N_i\}$

$$dU = \delta Q + \delta W + \sum_i \mu_i dN_i$$

$\delta Q \leq TdS$ l'égalité est obtenue pour les transformations réversibles

(J)

$$\delta W = -PdV$$

T est la température, S l'entropie (J/K), P la pression et V le volume.
 N_i et μ_i sont le nombre de molécules et le potentiel chimique (J/molécule) de la phase i.

Gibbs-Duhem

- Choix d'un potentiel thermodynamique qui « convient bien »

$$dG = V dp - S dT + \sum_i \mu_i \cdot dN_i \quad (1)$$

- Identité d'Euler

$$G = \sum_i N_i \cdot \mu_i$$

G variable d'état extensive

$$\rightarrow dG = \sum_i d(\mu_i \cdot N_i) = \sum_i N_i \cdot d\mu_i + \sum_i \mu_i \cdot dN_i \quad (2)$$

(1)=(2) →

$$V dp - S dT + \sum_i \mu_i \cdot dN_i = \sum_i N_i \cdot d\mu_i + \sum_i \mu_i \cdot dN_i$$

Gibbs-Duhem

Relation de Gibbs-Duhem

$$\sum_i N_i \cdot d\mu_i = V dp - S dT$$

Après intégration (pour une molécule) :

$$\mu = \mu_0 - \int_{T_0}^T s dT + \int_{p_0}^p v dp$$

Pot. chimique = μ (état de référence)
État de référence : μ_0, T_0, p_0

s et v sont des valeurs moléculaires

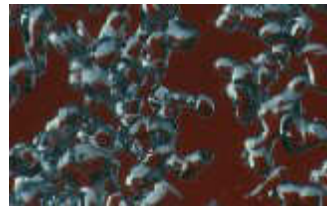
3. Neige sèche

Neige sèche, faible gradient

$T < 0^\circ$, $G < 5^\circ/\text{m}$, $Tel = 0$



-Faible sursaturation
-Formes arrondies



Neige sèche, moyen à fort gradient

$T < 0^\circ$, $G > 5^\circ/\text{m}$, $Tel = 0$



-Sursaturation plus élevée
-Présence de formes facettées



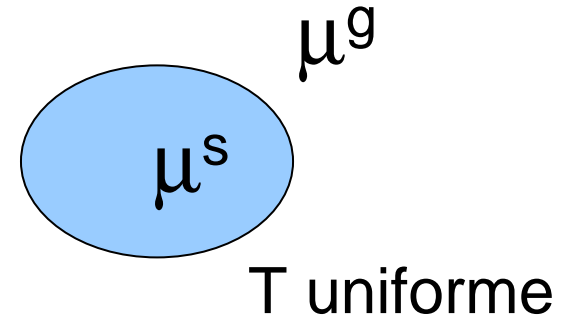
$T < 0^\circ$, $G > 20^\circ/\text{m}$, $Tel = 0$



3.1 Isothermie – faible gradient : eq. de Kelvin

- Gibbs-Duhem avec $dT = 0$

$$\mu = \mu_0 - \int_{T_0}^T s dT + \int_{p_0}^p v dp$$



– Gaz :

$$\begin{aligned} \mu^g(p^g, T) &= \mu_0^g(p_0^g, T) + \int_{p_0^g}^{p^g} v dp \\ &= \mu_0^g(p_0^g, T) + kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} \quad \text{Gaz parfait} \end{aligned}$$

– Solide :

$$\mu^s(p^s, T) = \mu_0^s(p_0^s, T) + \int_{p_0^s}^{p^s} v^s dp$$

-Equilibre thermodynamique →

$$\mu^s(p^s, T) = \mu^g(p^g, T)$$

$$\mu_0^s(p_0^s, T) = \mu_0^g(p_0^g, T)$$

-Egalisation de μ^s et μ^g , avec :

$$kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} = v^s [p^s(T) - p_0^s(T)]$$

-On fait intervenir la loi de Laplace :

$$kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} = v^s [p^s(T) - p^g(T)] + v^s [p^g(T) - p_0^g(T)]$$

Pression capillaire

~~Sursaturation~~

~~négligeable~~

D'où
$$kT \ln \frac{p^g}{p_0^g} = 2v^s \gamma C$$

Equation de Kelvin (en valeurs molaires)

$$\frac{R}{M} T \ln \frac{p^g}{p_0^g} = 2v_m^s \gamma C$$

T : température (K)

p^g : pression de vapeur saturante vis-à-vis du grain (Pa)

p_0^g : pression de vapeur du gaz pour une interface plane (Pa)

C : courbure moyenne (m^{-1})

M : masse molaire ($kg \cdot mol^{-1}$)

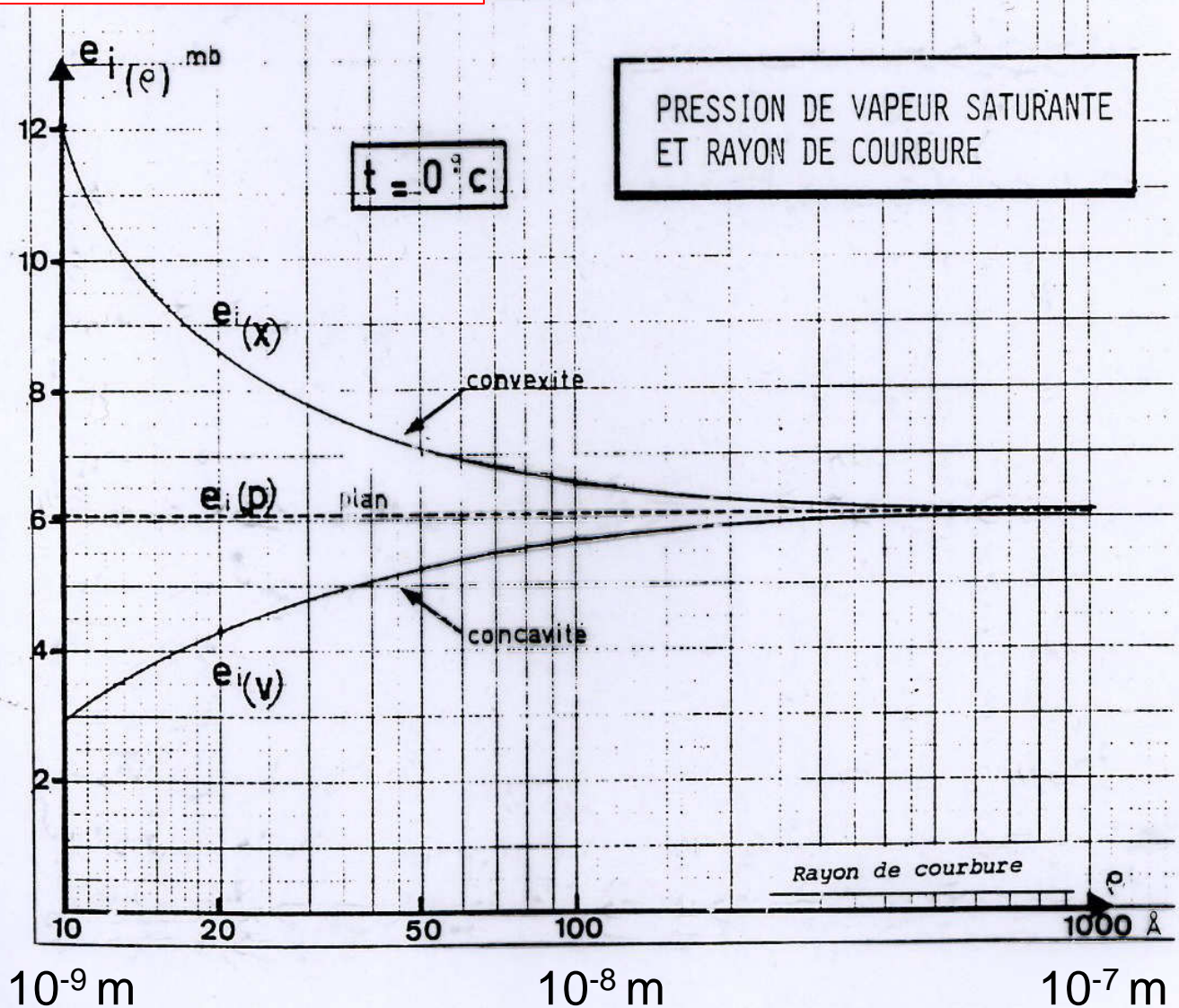
R : constante des gaz parfaits ($8.314 J \cdot K^{-1} \cdot mol^{-1}$)

γ : tension de surface ($J \cdot m^{-2}$)

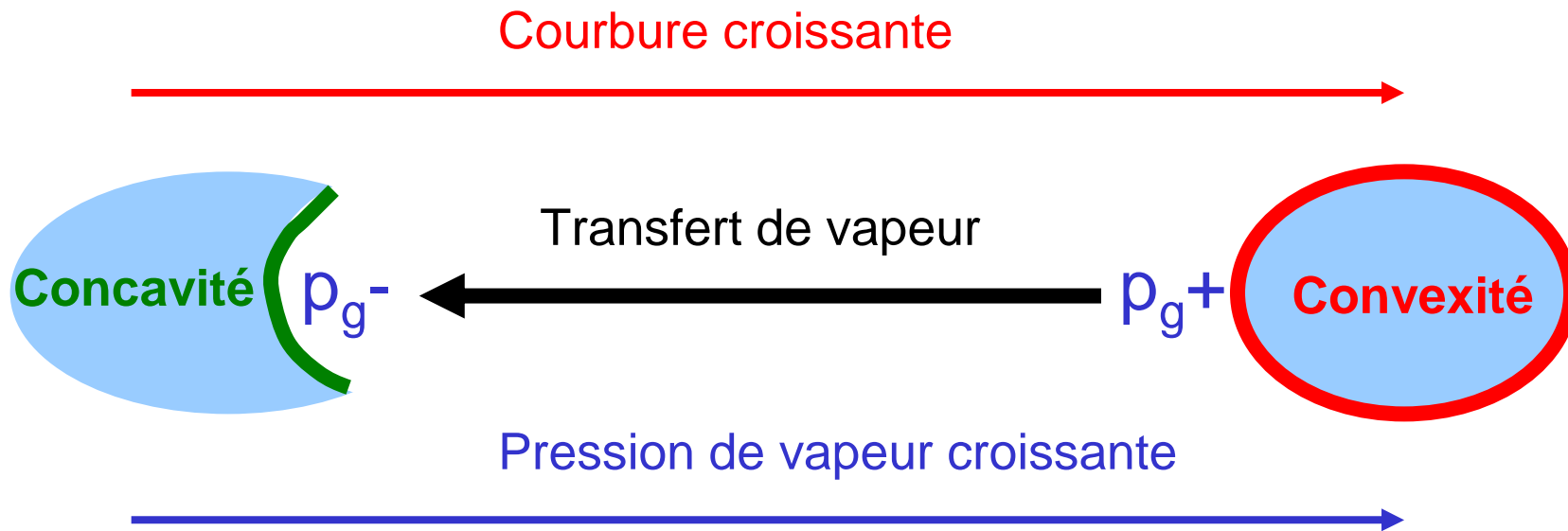
v_m^s : volume spécifique ($m^3 \cdot kg^{-1}$)

$$p^g = p_0^g \exp\left(\frac{2\gamma C v_m^s M}{RT}\right)$$

p^g (mb)



PRESSION DE VAPEUR SATURANTE
ET RAYON DE COURBURE



Force motrice : **équation de Kelvin**

$$p^g = p_0^g \exp\left(\frac{2\gamma C v_m^s M}{RT}\right)$$

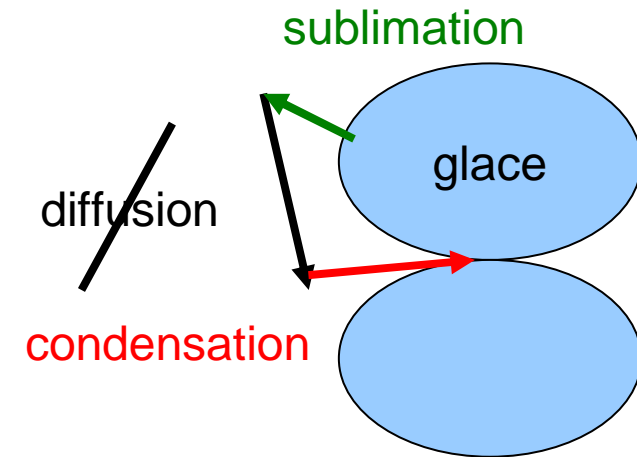
Fonction croissante de la courbure

Choix d'un mécanisme → loi de croissance de l'interface

Un cas simple: la sublimation-condensation

- Mécanisme de sublimation-condensation

$$j = \frac{\alpha (P_{moyenne} - P)}{\sqrt{2\pi MRT}} \quad \text{Langmuir Knudsen}$$



- Force motrice = équation de Kelvin

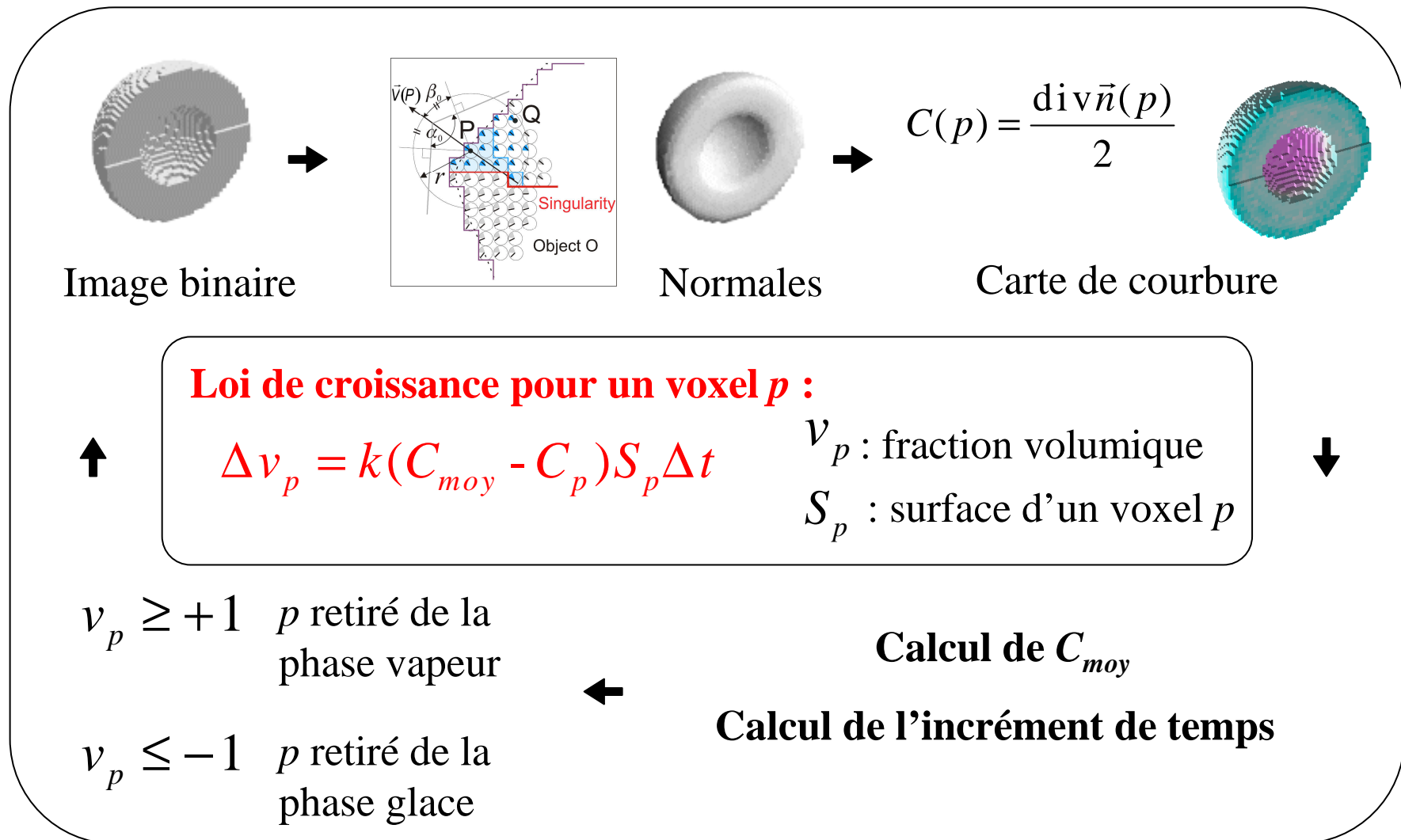
Minimisation de l'énergie d'interface → minimisation de ΔP

$$P(C) = P_0 \exp(2\gamma\Omega C / RT) \quad \text{Équation de Kelvin}$$

$$(2\gamma\Omega C / RT) \ll 1 \rightarrow \Delta P = P - P_0 = P_0(2\gamma\Omega C / RT)$$

$$\rightarrow j = K(C_{moyenne} - C_p)$$

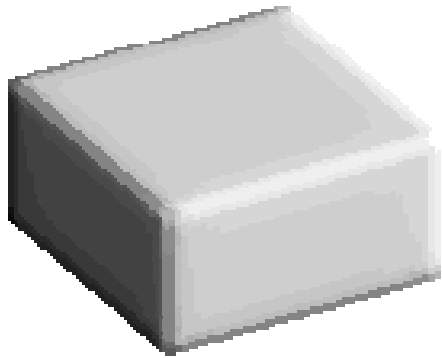
$$\rightarrow \text{Loi de croissance: } \frac{\Delta v_p}{\Delta t} = k(C_{moyenne} - C_p)S_p$$



Modèle numérique itératif

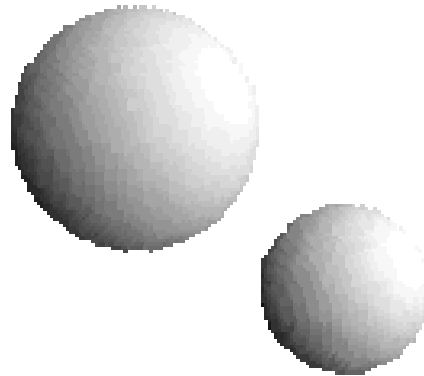
Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

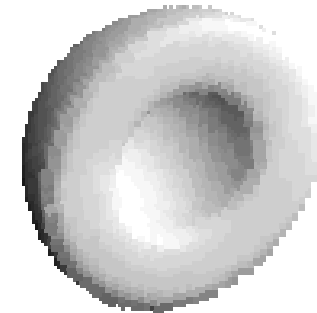


Taille : 64^3 voxels

Croissance dans les concavités



Taille : 64^3 voxels

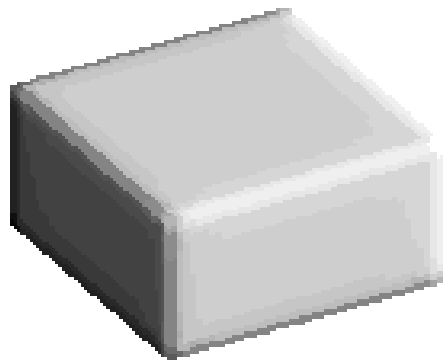


Taille : 64^3 voxels

Croissance des gros grains au détriment des petits

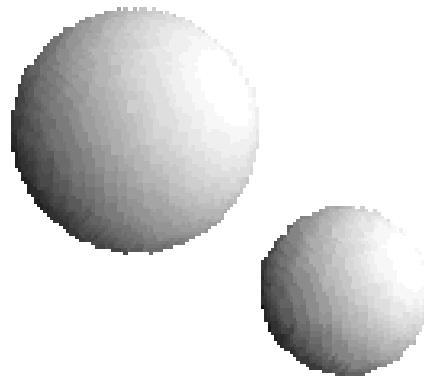
Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

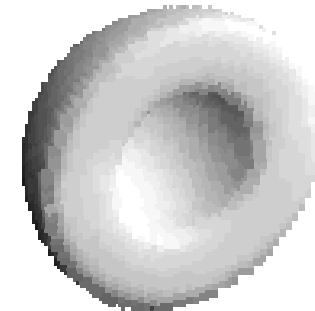


Taille : 64^3 voxels

Croissance dans les concavités



Taille : 64^3 voxels

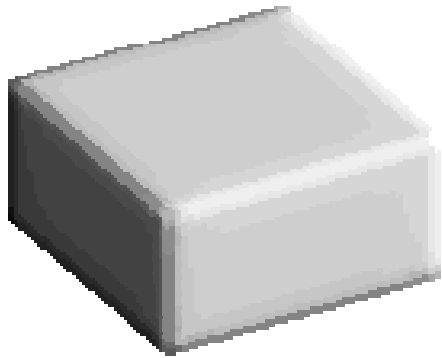


Taille : 64^3 voxels

Croissance des gros grains au détriment des petits

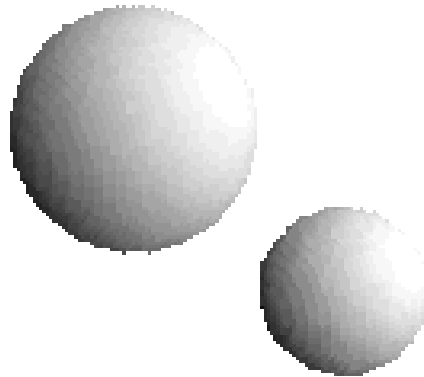
Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

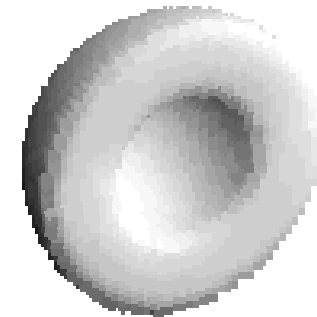


Taille : 64^3 voxels

Croissance dans les concavités



Taille : 64^3 voxels

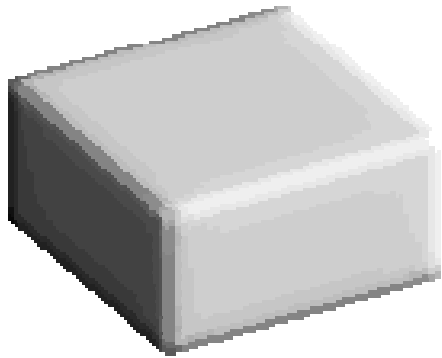


Taille : 64^3 voxels

Croissance des gros grains au détriment des petits

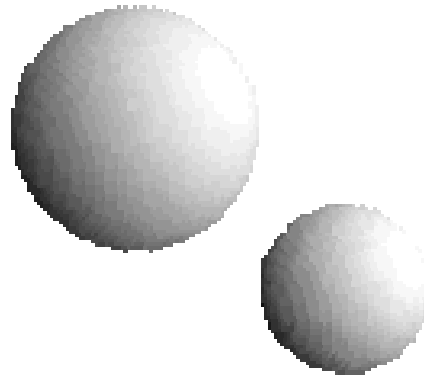
Effets de la loi de Kelvin

Lissage des arêtes

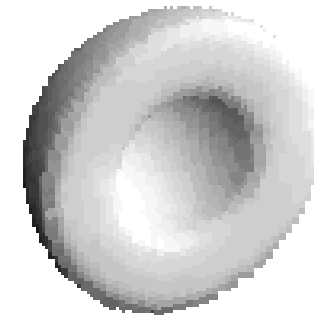


Taille : 64^3 voxels

Croissance dans les concavités



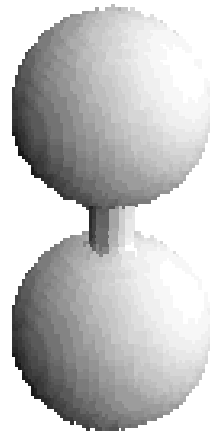
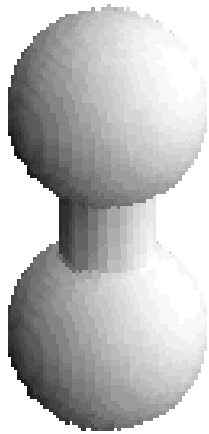
Taille : 64^3 voxels



Taille : 64^3 voxels

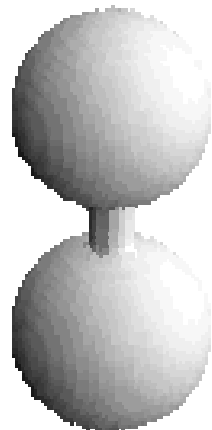
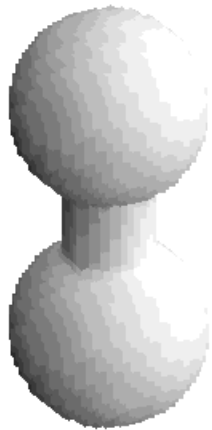
Croissance des gros grains au détriment des petits

Déconnexion ou consolidation des ponts ?



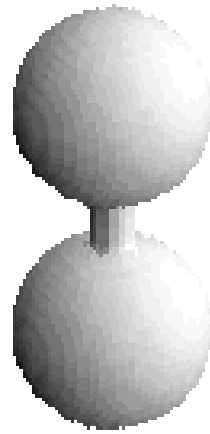
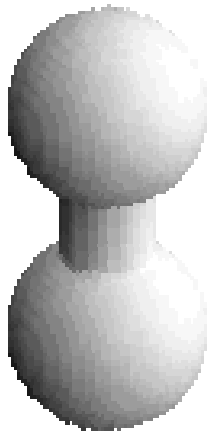
Size: 64^3 voxels

Déconnexion ou consolidation des ponts ?



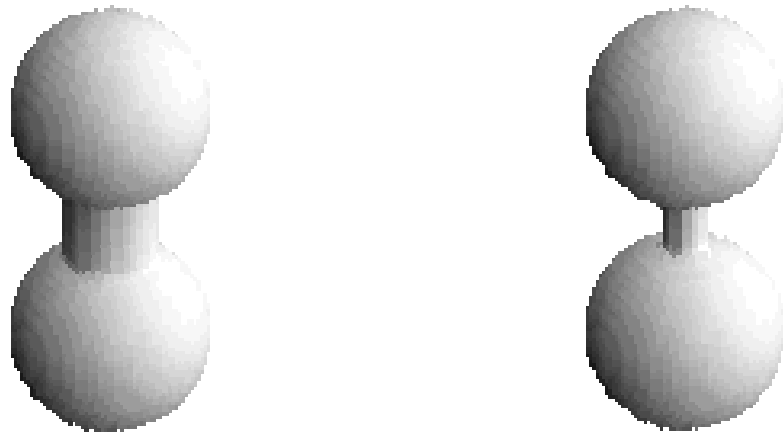
Size: 64^3 voxels

Déconnexion ou consolidation des ponts ?



Size: 64^3 voxels

Déconnexion ou consolidation des ponts ?



Size: 64^3 voxels

Rupture : **phénomène 3D**

2D : les « ponts » ne font que croître

Expérience sur de la neige naturelle : Prélèvements



Prélèvement d'une plaque de neige récente

Chambre froide à
-2°C



Prélèvement de
carottes de neige
pendant 3 mois

Enceinte isolante

Expérience sur de la neige naturelle : Prélèvements des carottes

prélèvement



Imprégnation avec du 1-chloronaphtalène



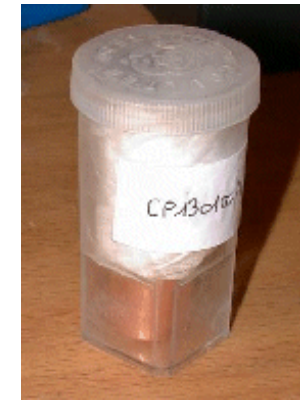
- figer la métamorphose
- consolider l'échantillon



Conservation à -20°C

Expérience sur de la neige naturelle : Préparation des échantillons et microtomographie

Usinage en chambre froide (-25°C)



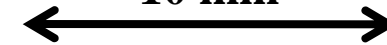
obtention de petits cylindres (9 mm de haut par 9 mm de diamètre)

Microtomographie (ligne ID19, ESRF)

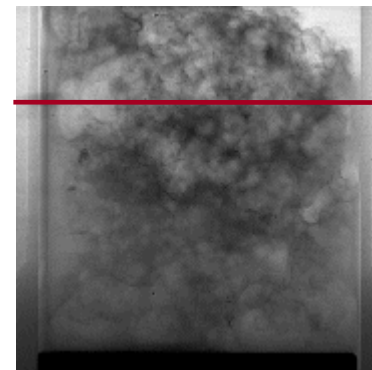
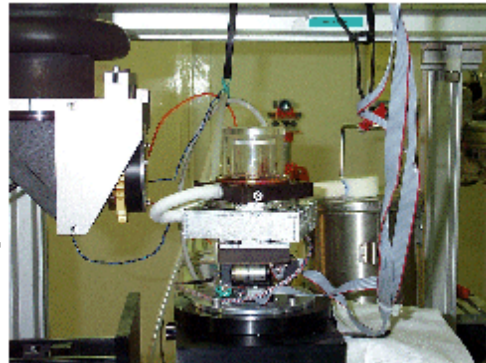
1 pixel = 4.92 microns

Energie 18-20 keV

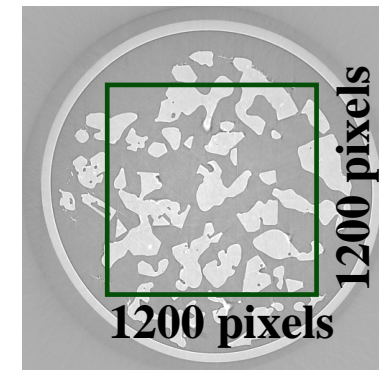
10 mm



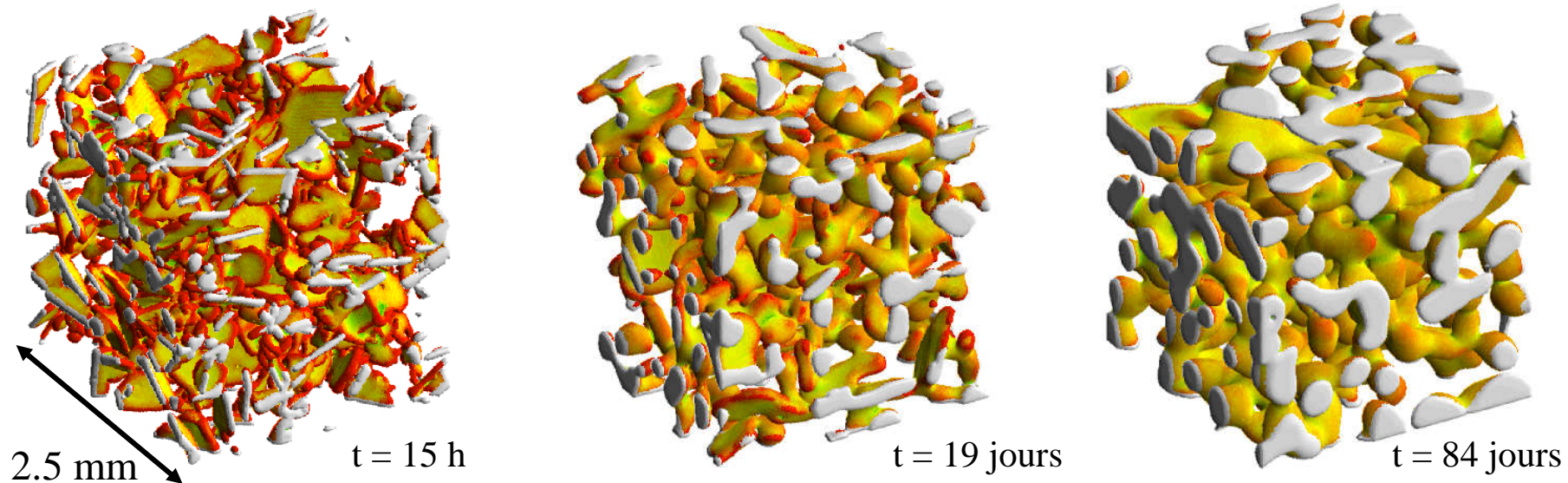
Cryostat
LGGE - CEN - ESRF



1 radiographie

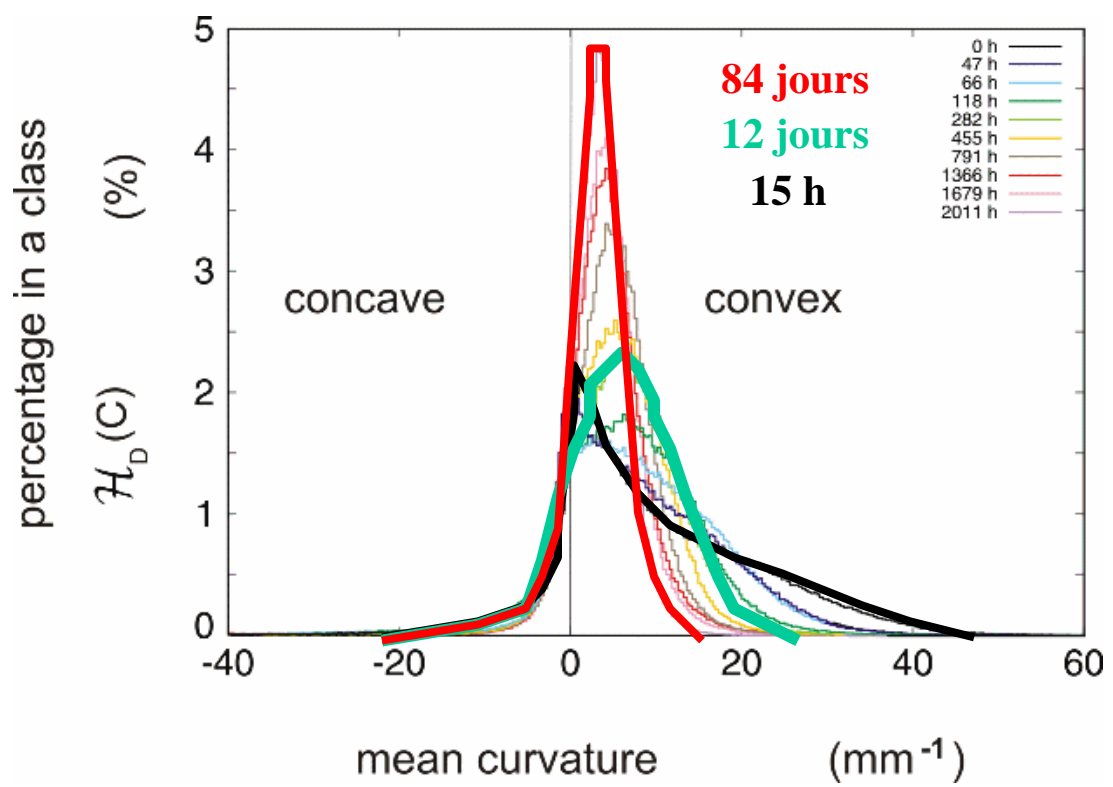


1 plan reconstruit



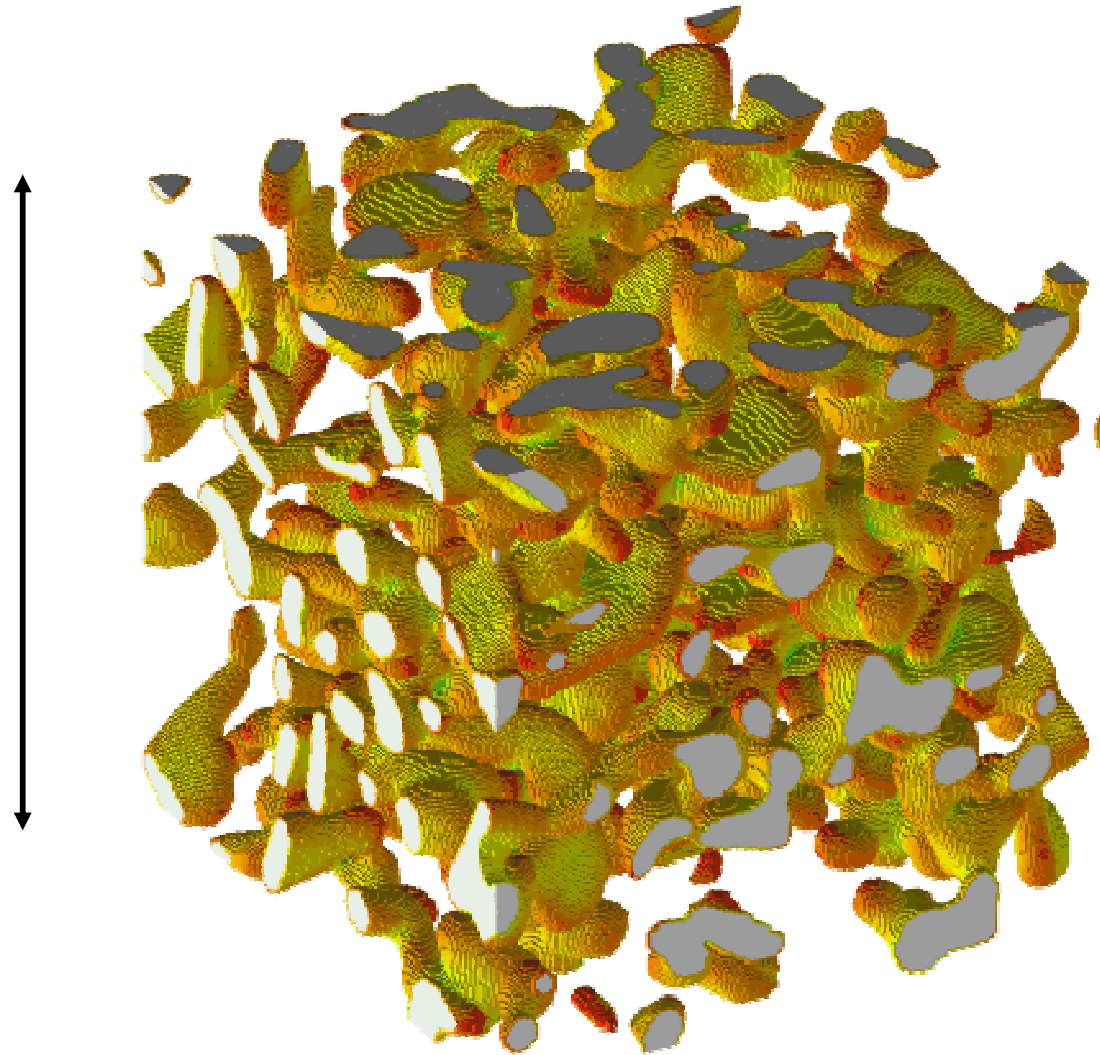
Evolution de la courbure au cours du temps

- diminution de la moyenne
- diminution de l'écart-type



Simulation sur une image de neige

2.5 mm



Taille de l'image : 256³ voxels

convexe
20 mm⁻¹ 0 **concave**
-20 mm⁻¹

3.2 Gradient de Température : équation de Clausius-Clapeyron

$$p^g = p_0^g \exp \left[\frac{L_s M}{RT} \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) \right]$$

T : température (K)

T_0 : température de référence (K)

p^g : pression de vapeur saturante vis-à-vis du grain (Pa)

p_0^g : pression de vapeur (Pa) à T_0

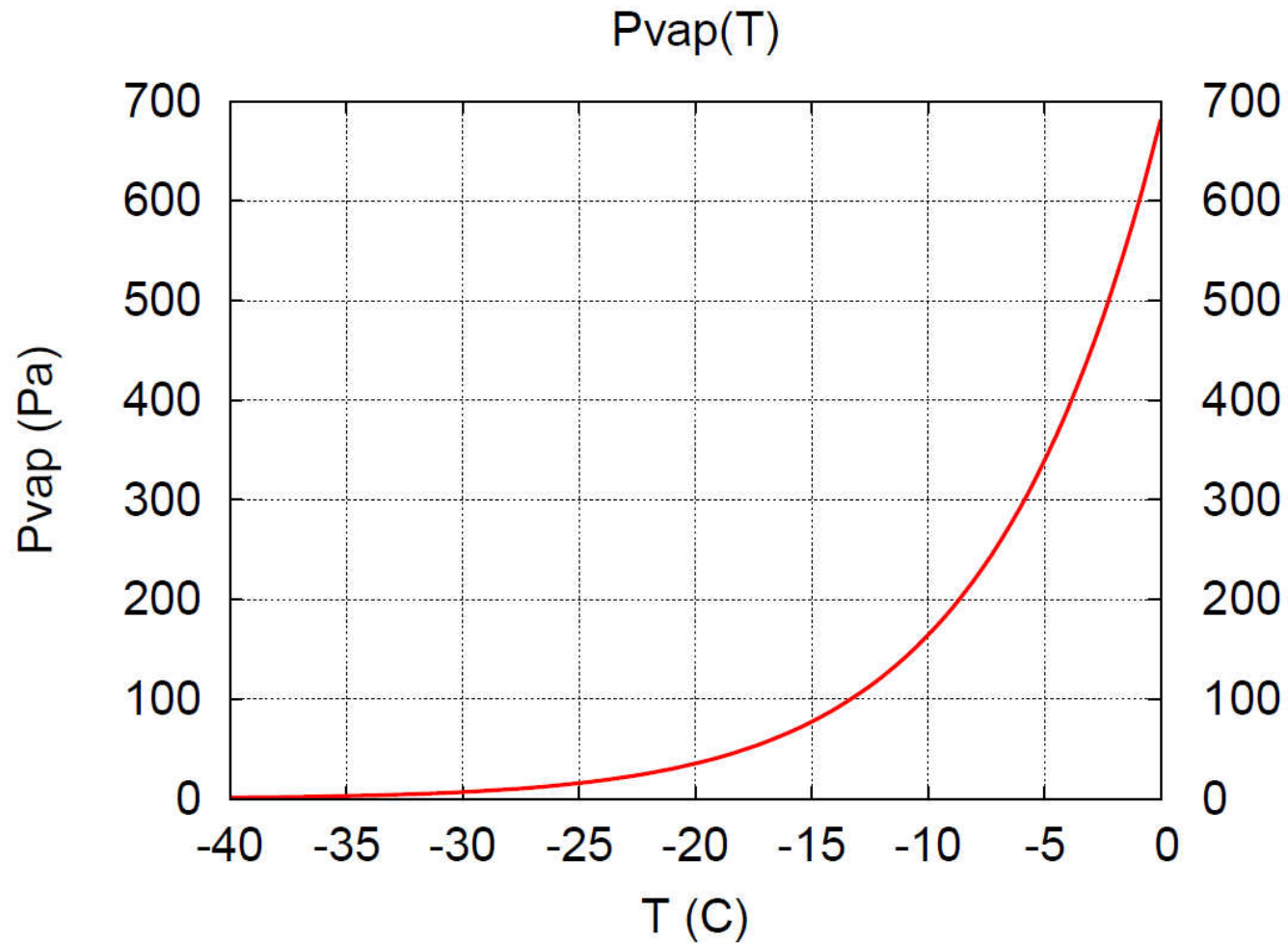
L_s : chaleur latente massique (J.kg⁻¹)

M : masse molaire (kg.mol⁻¹)

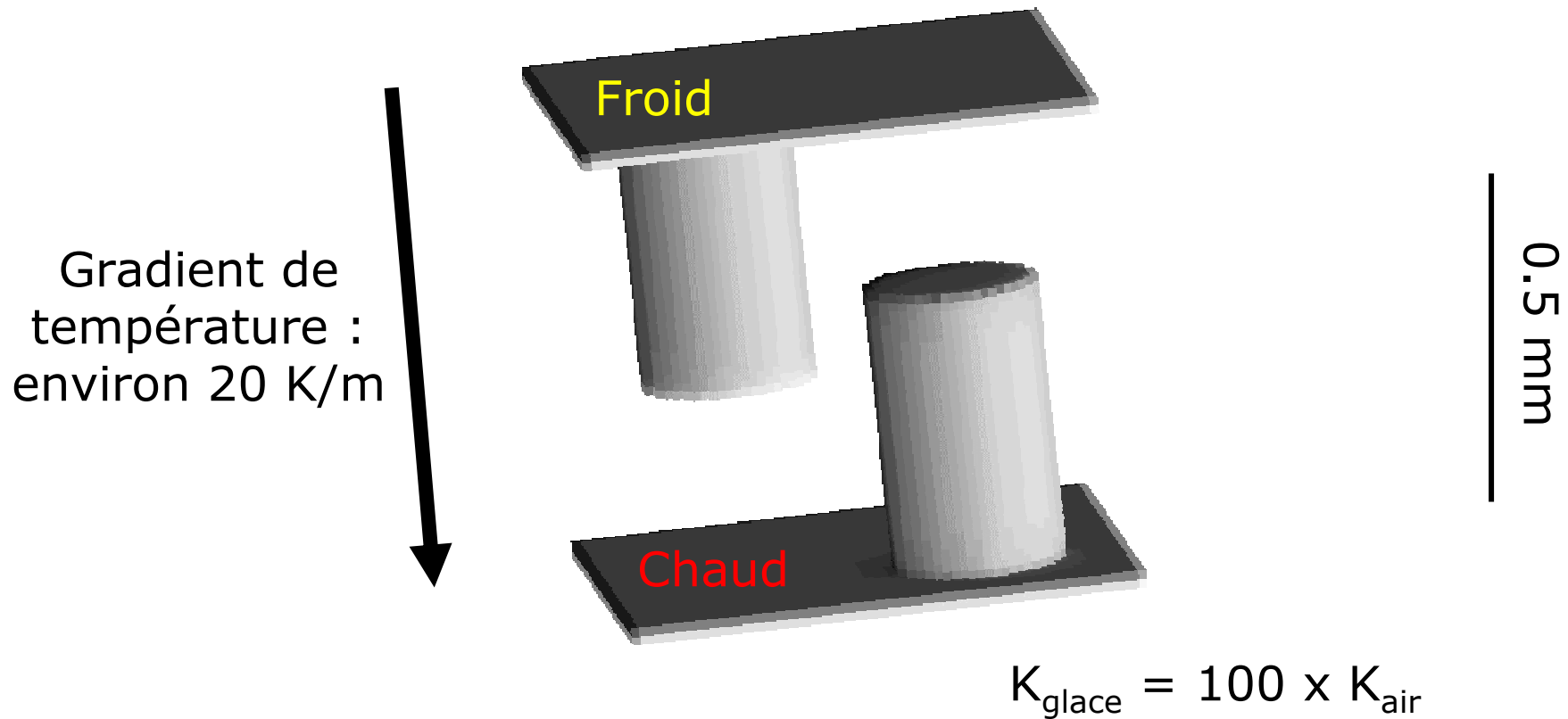
R : constante des gaz parfaits (8.314 J.K⁻¹.mol⁻¹)

$$p^g = p_0^g \exp \left[\frac{L_s M}{RT} \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) \right]$$

Fonction croissante
de la température



Effets de la formule de Clausius-Clapeyron



Taille de l'image : 64x64x64 voxels

Température croissante



Transfert de vapeur

Froid

p_g^-



p_g^+

Chaud

Pression de vapeur croissante

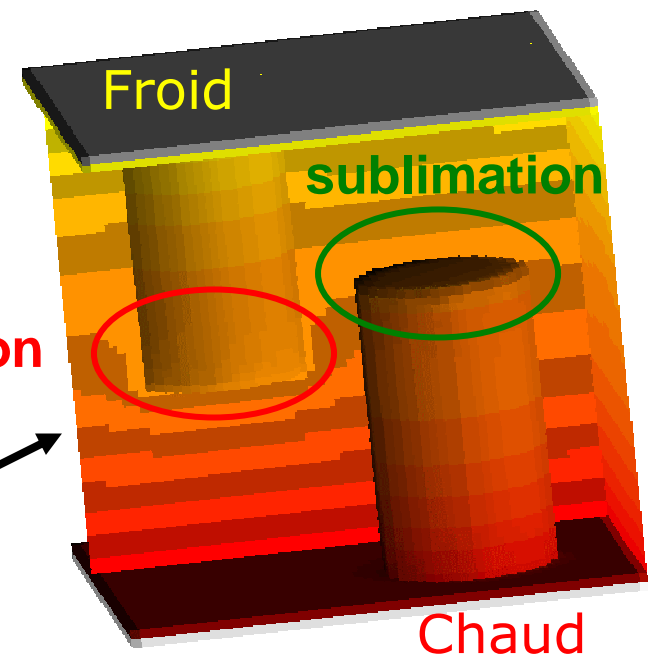
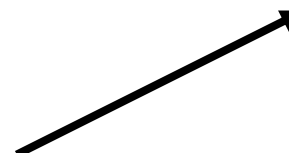


$$p^g = p_0^g \exp \left[\frac{L_s M}{RT} \left(\frac{T}{T_0} - 1 \right) \right]$$

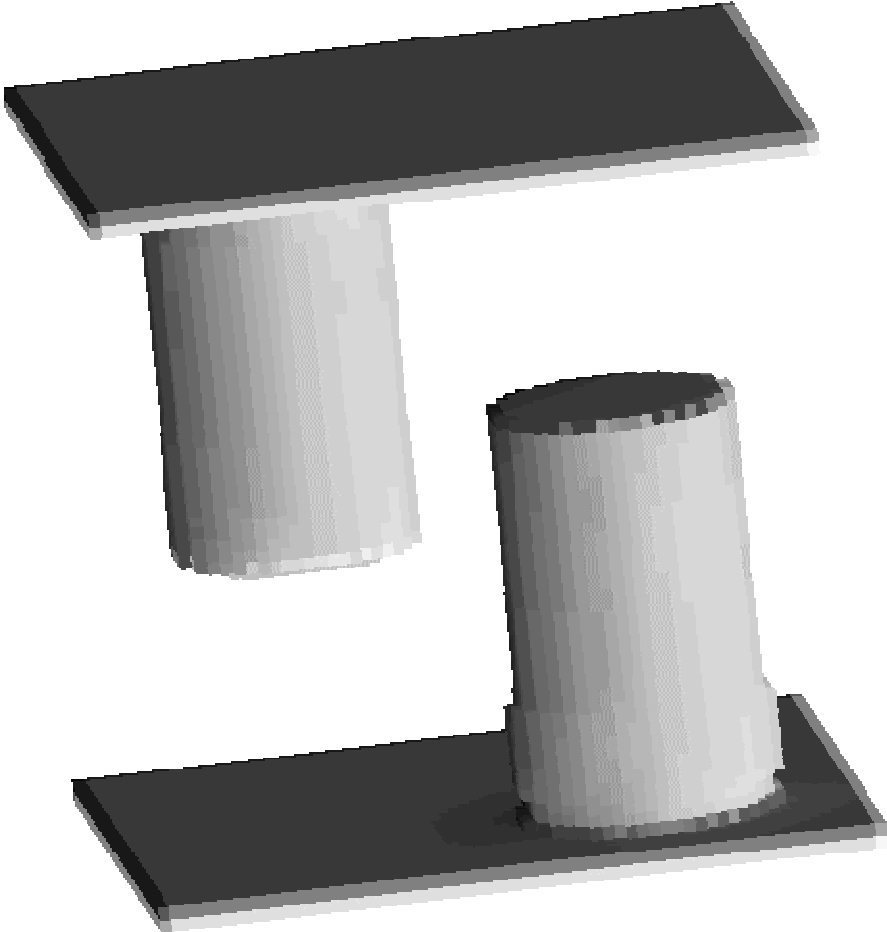
Fonction croissante
de la température

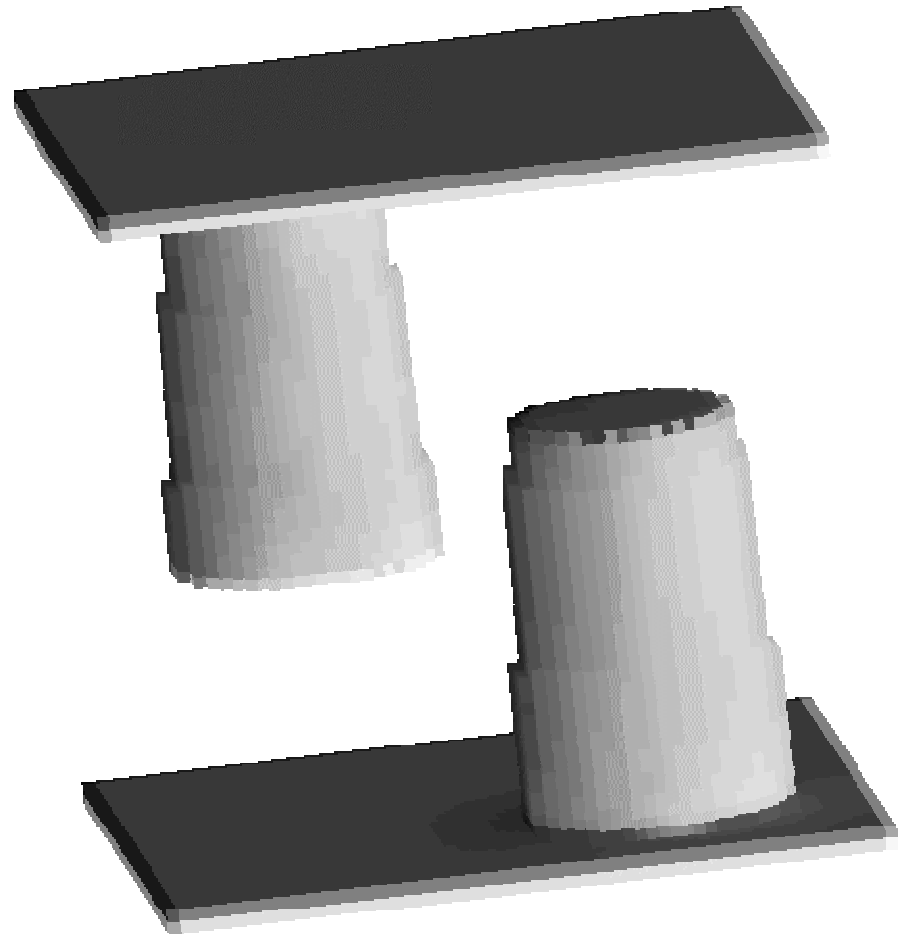
condensation

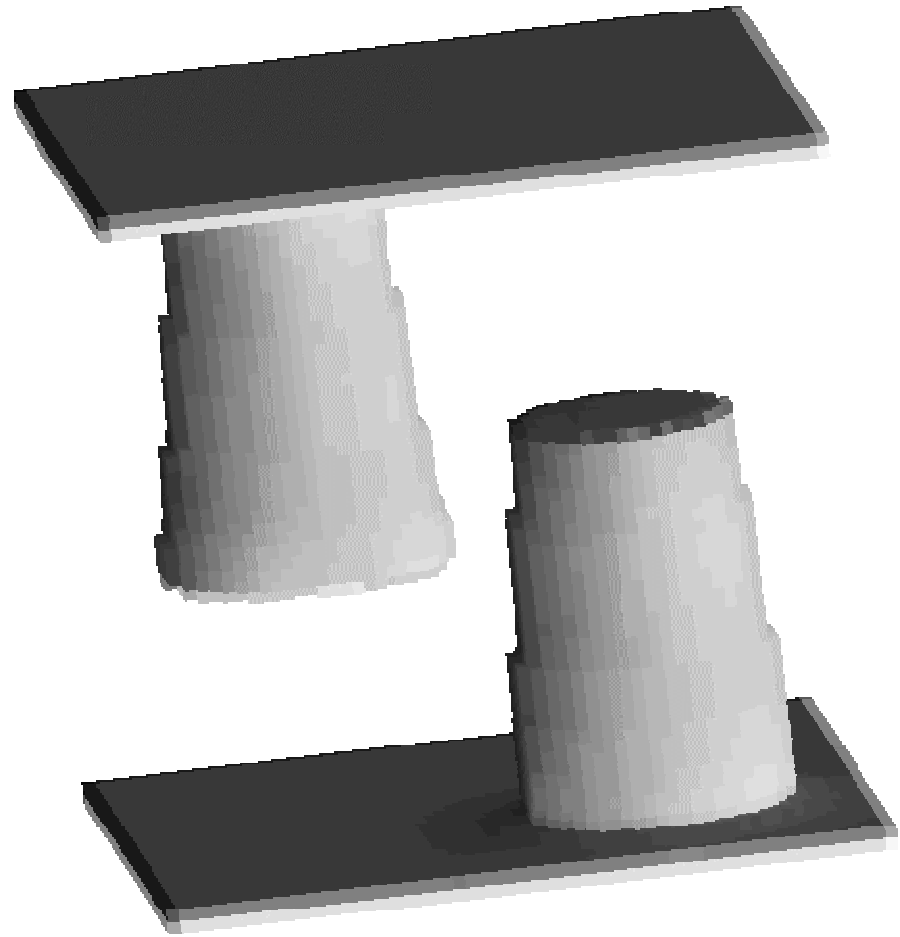
profil 2D

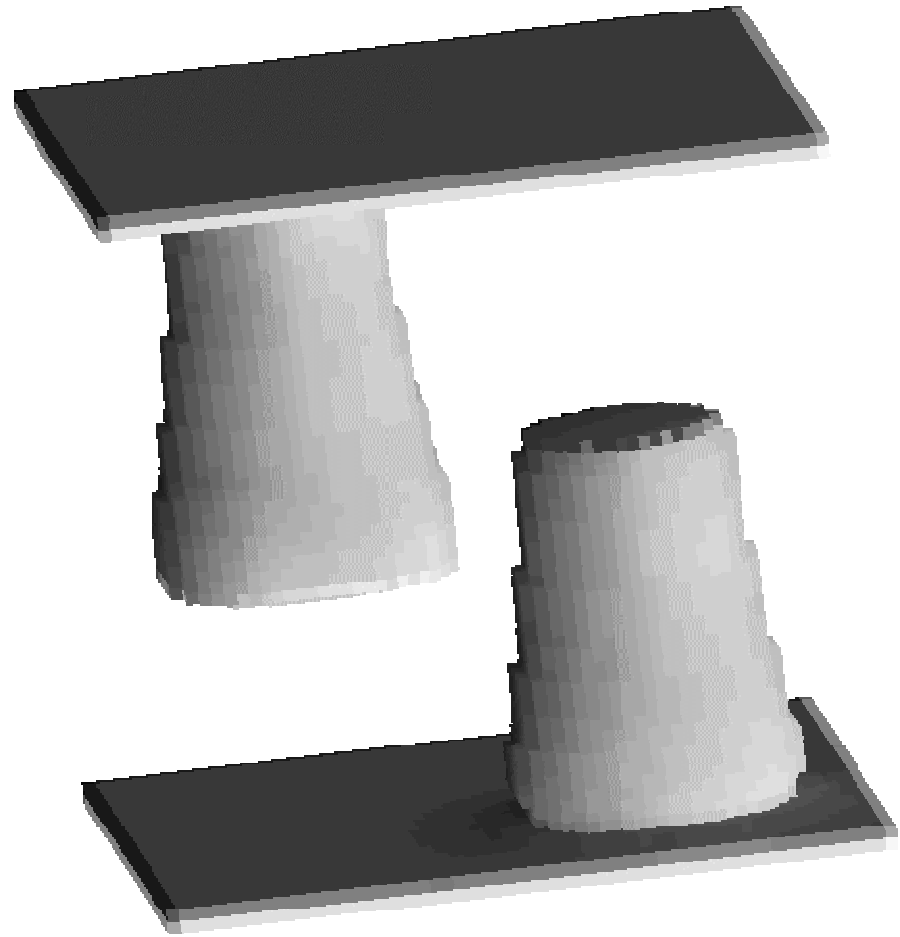


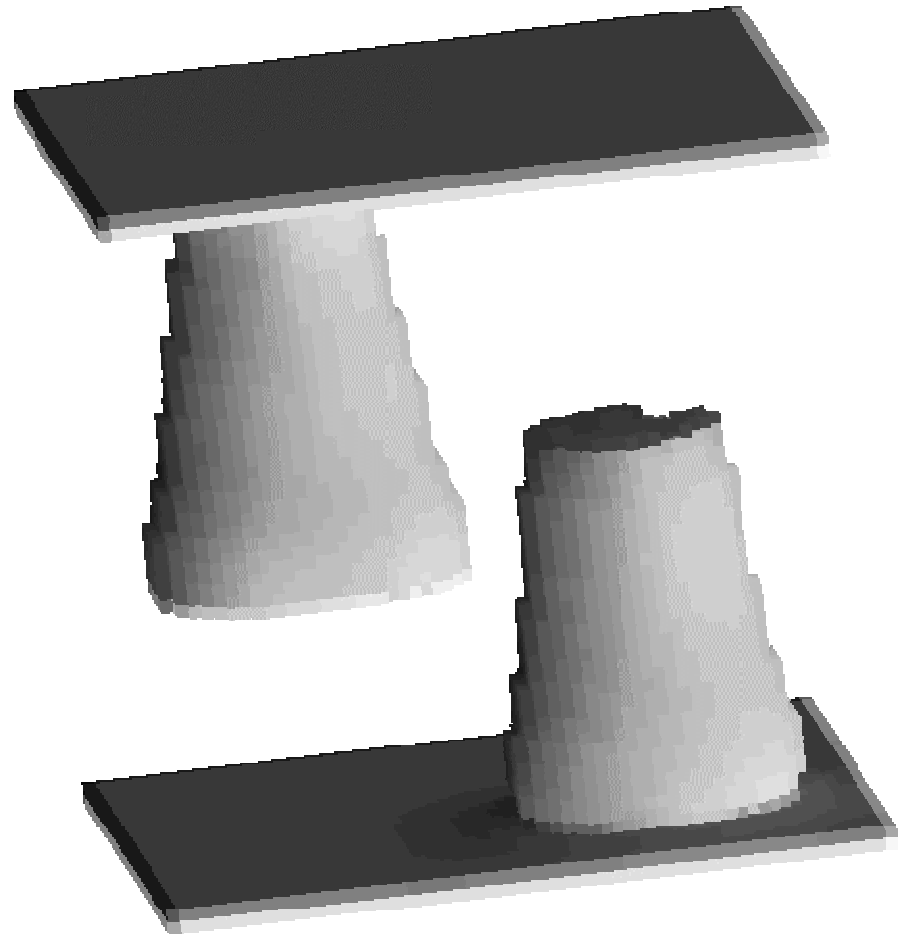
Champ de température

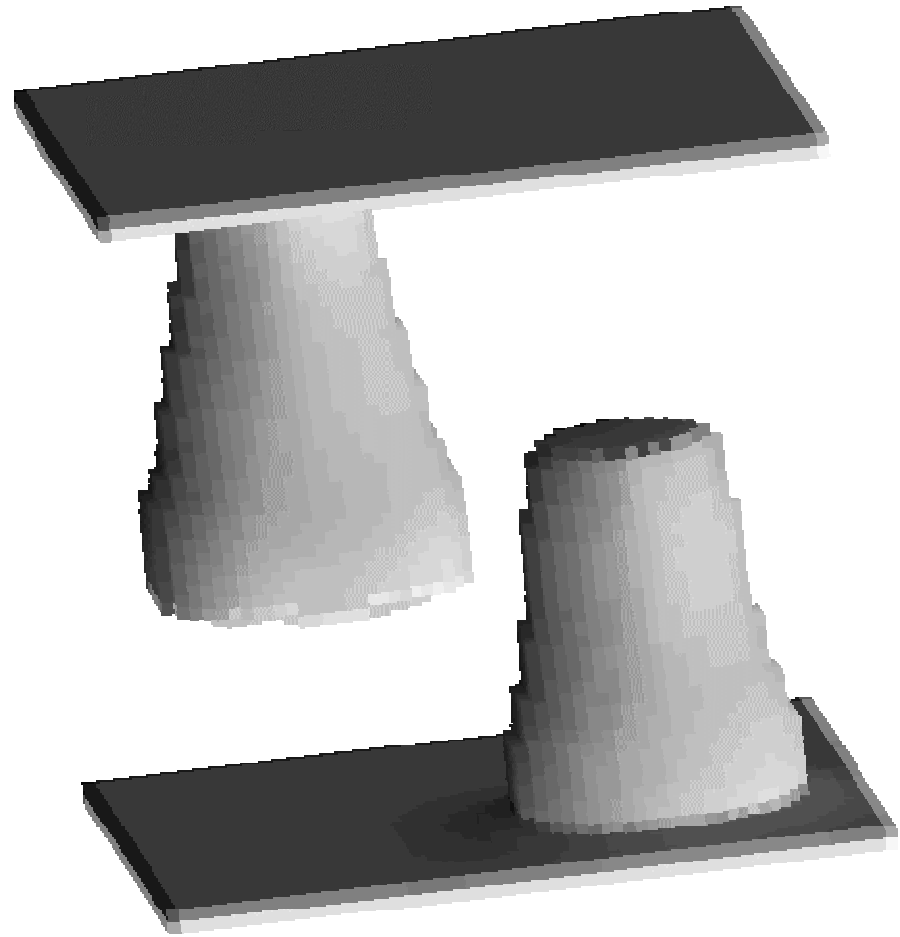


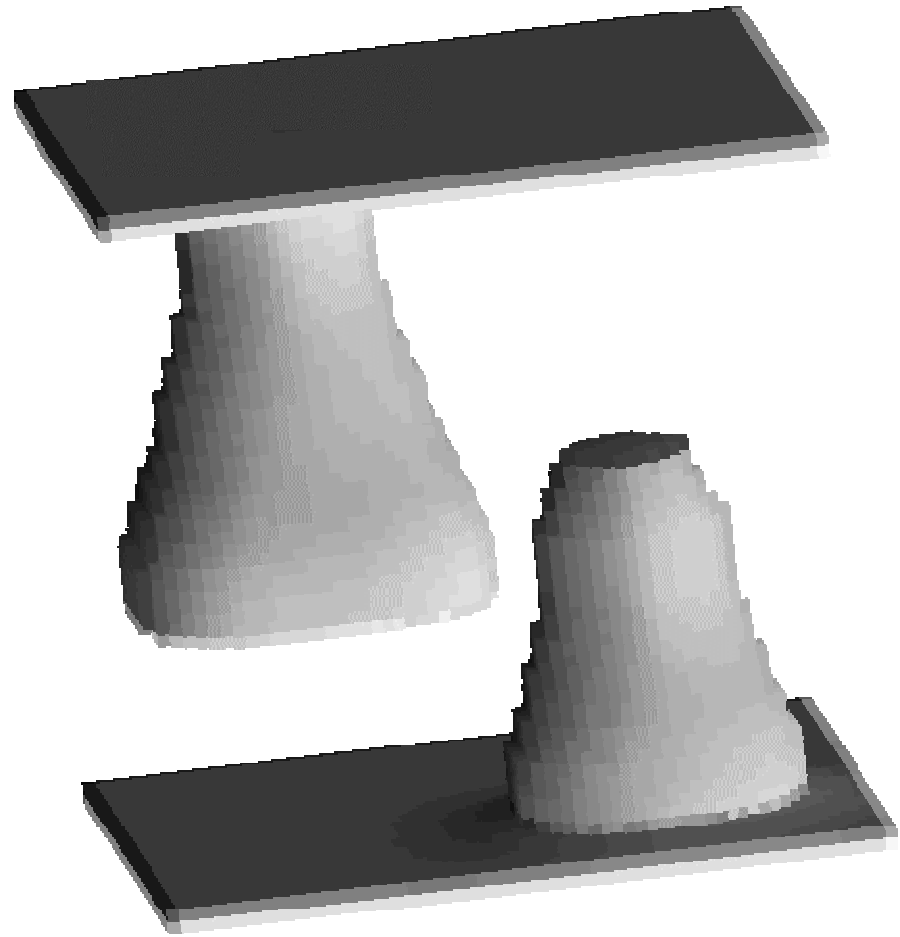


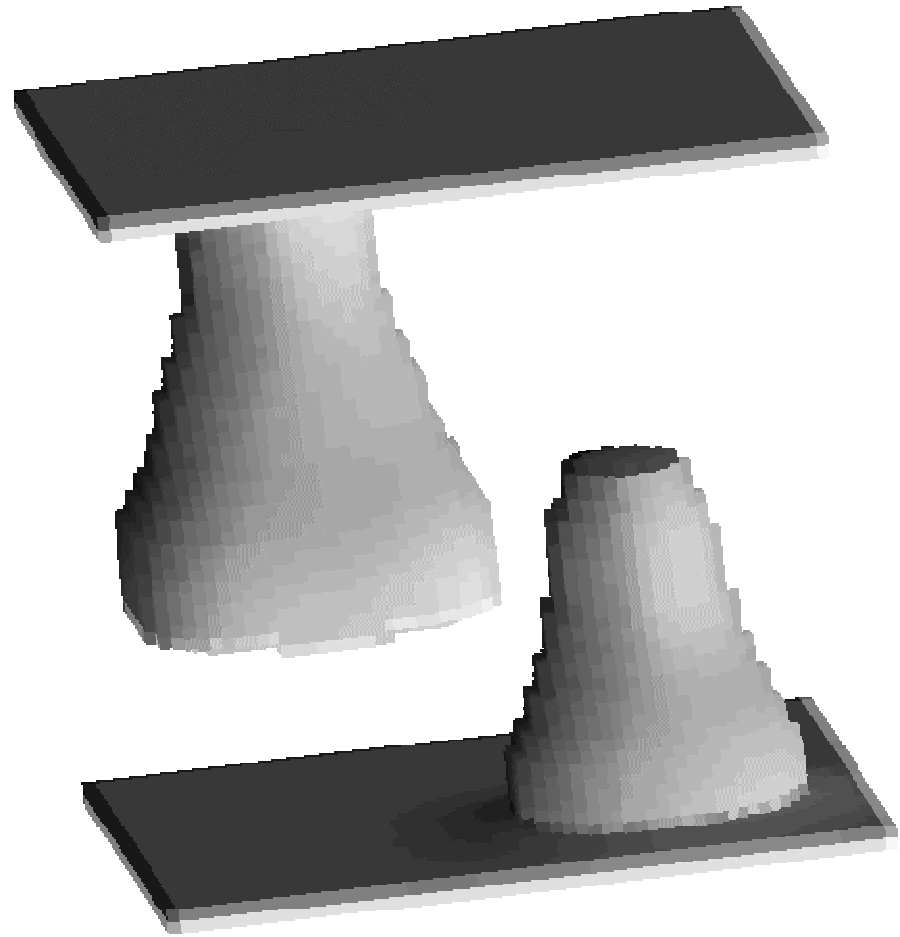


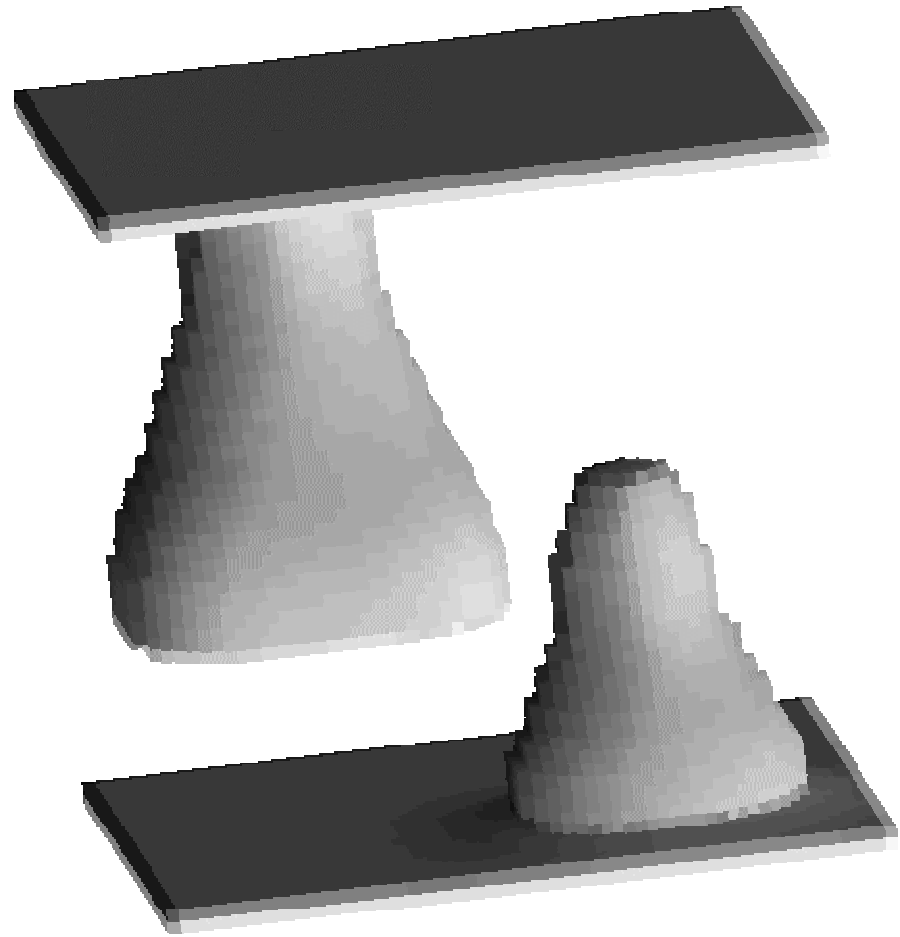


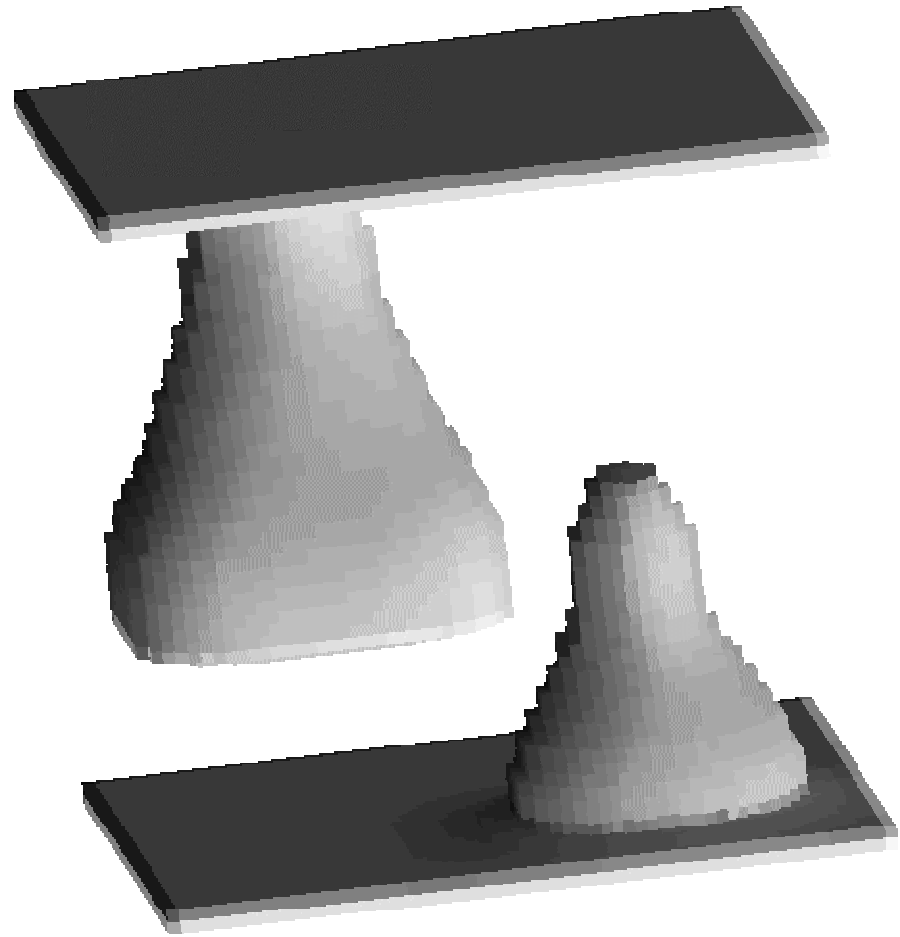


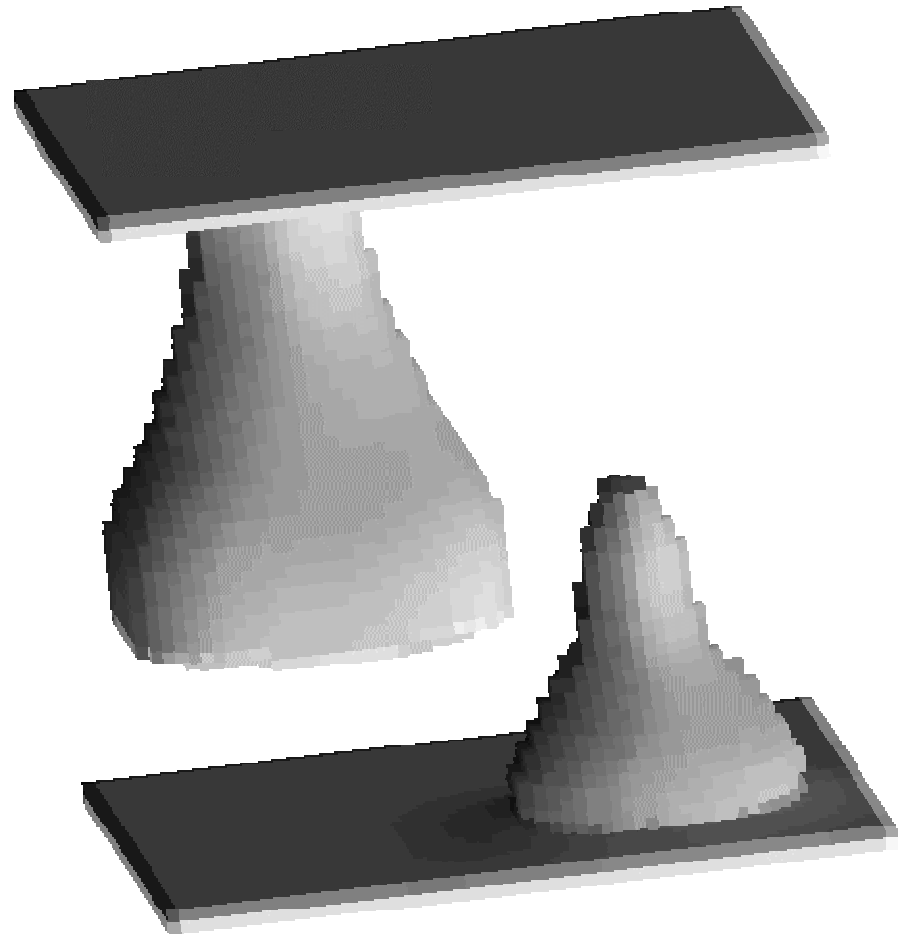


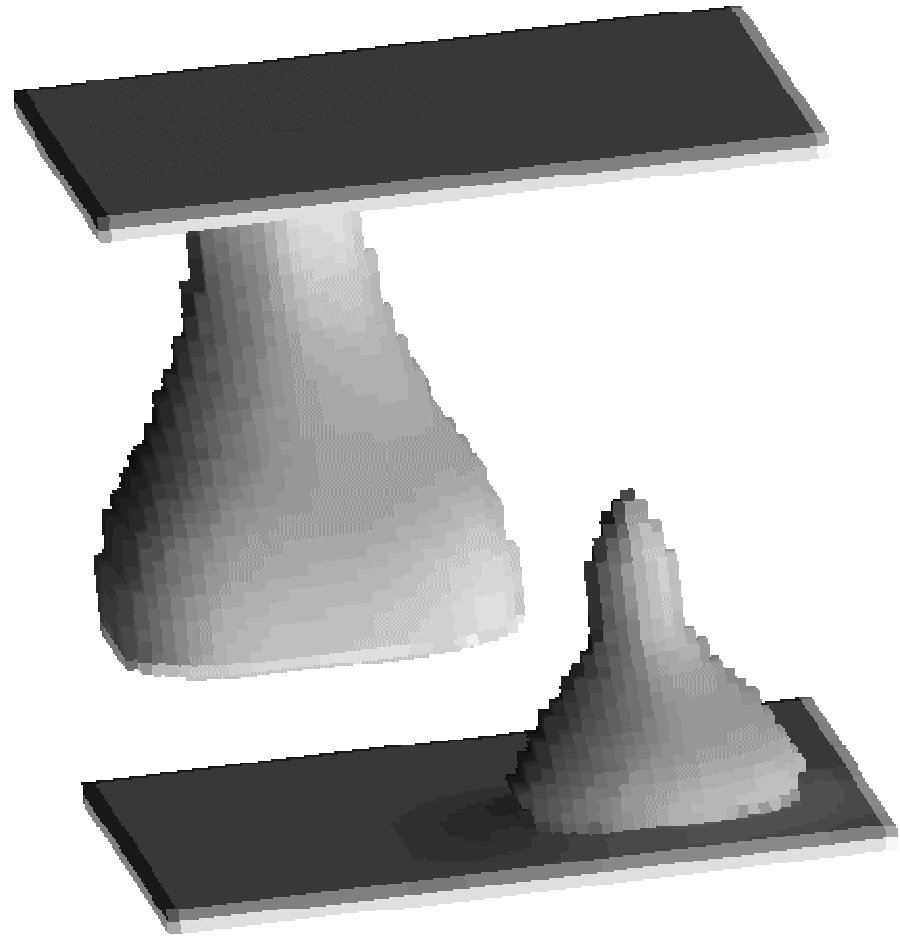


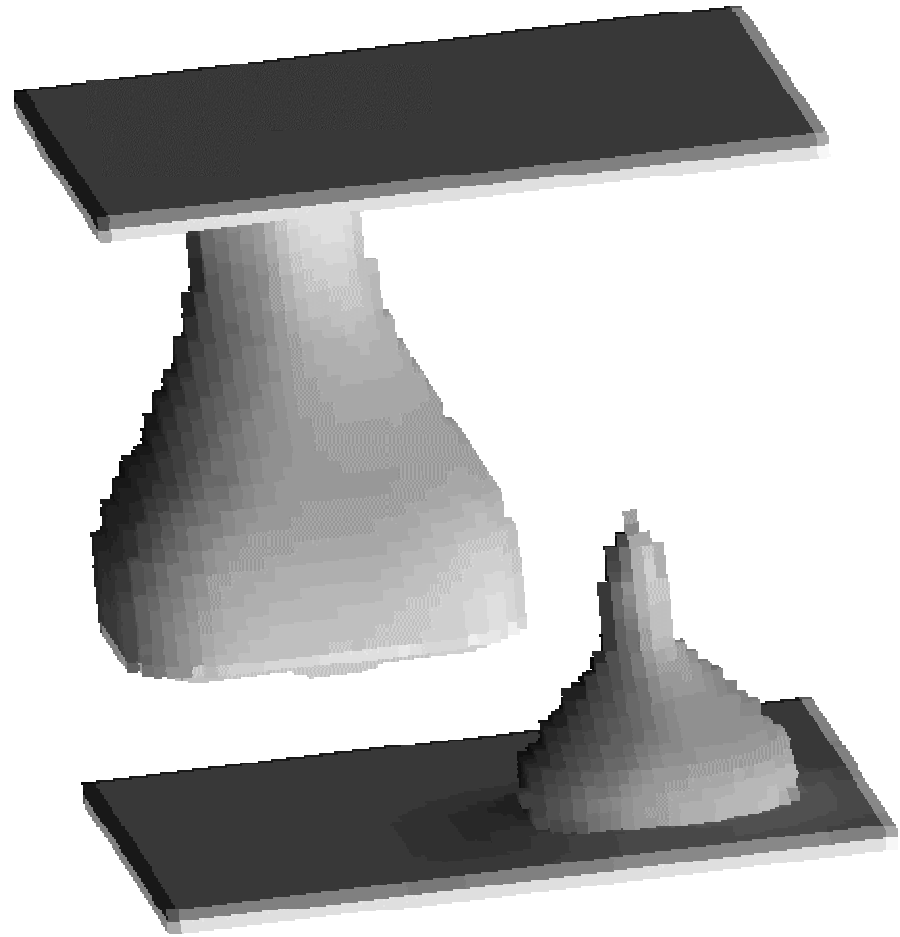


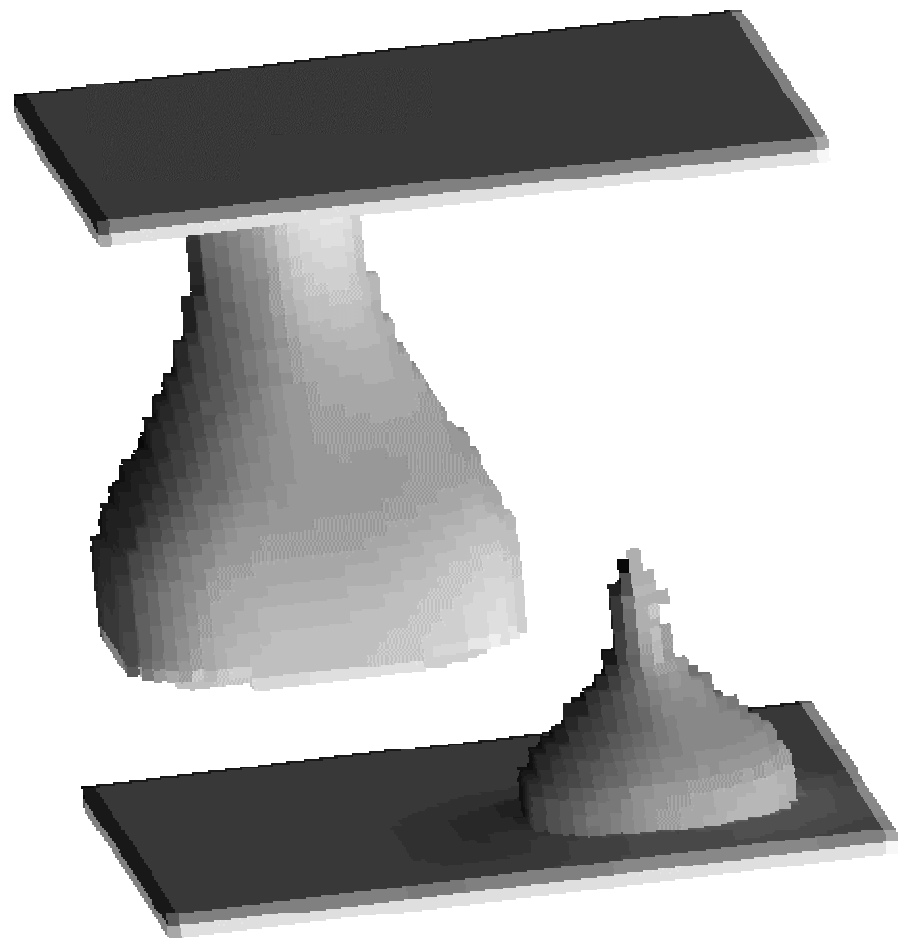


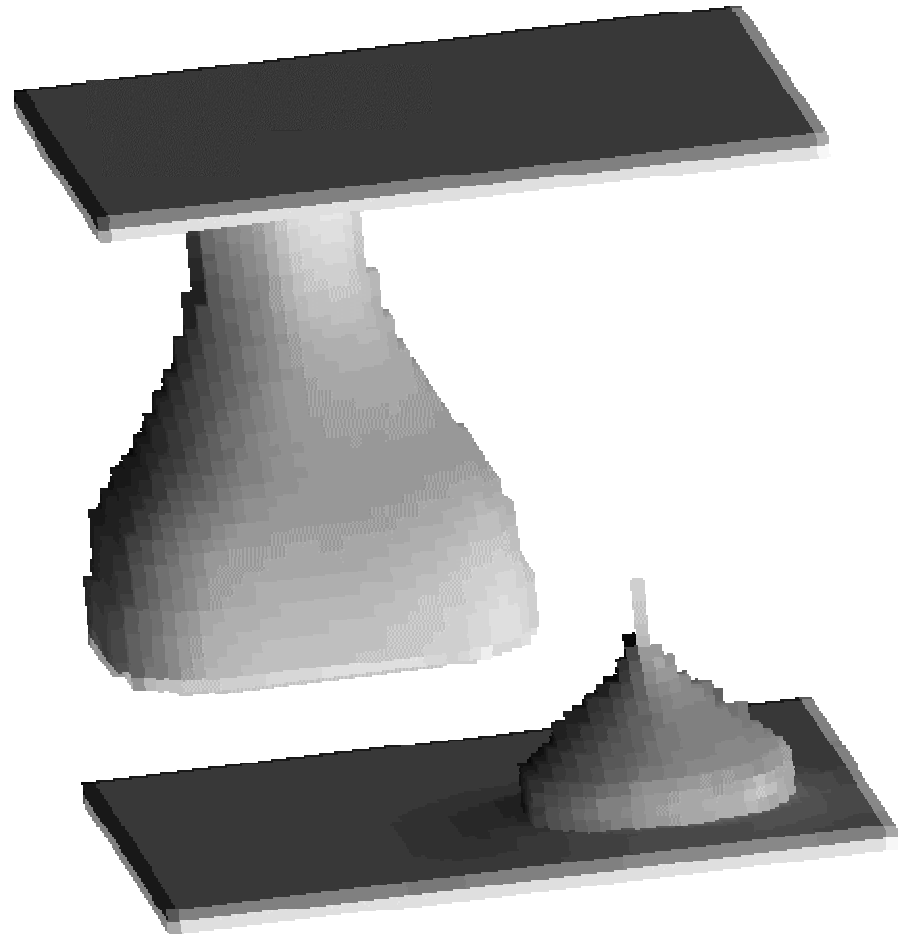












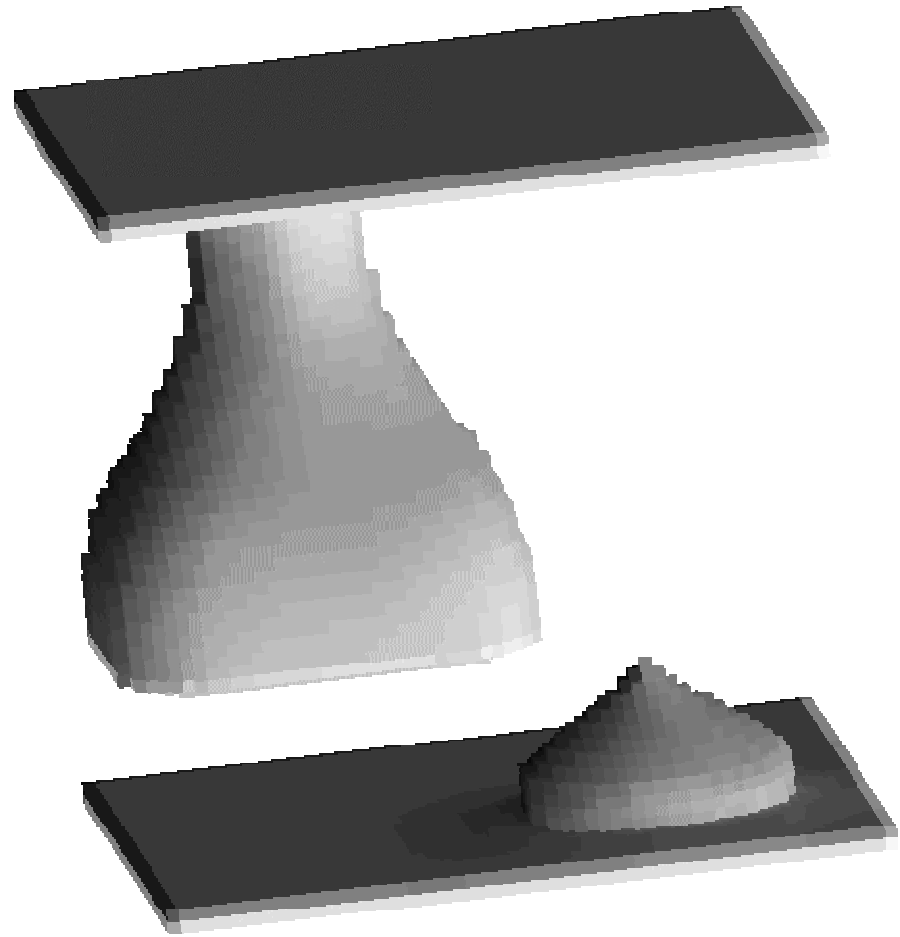
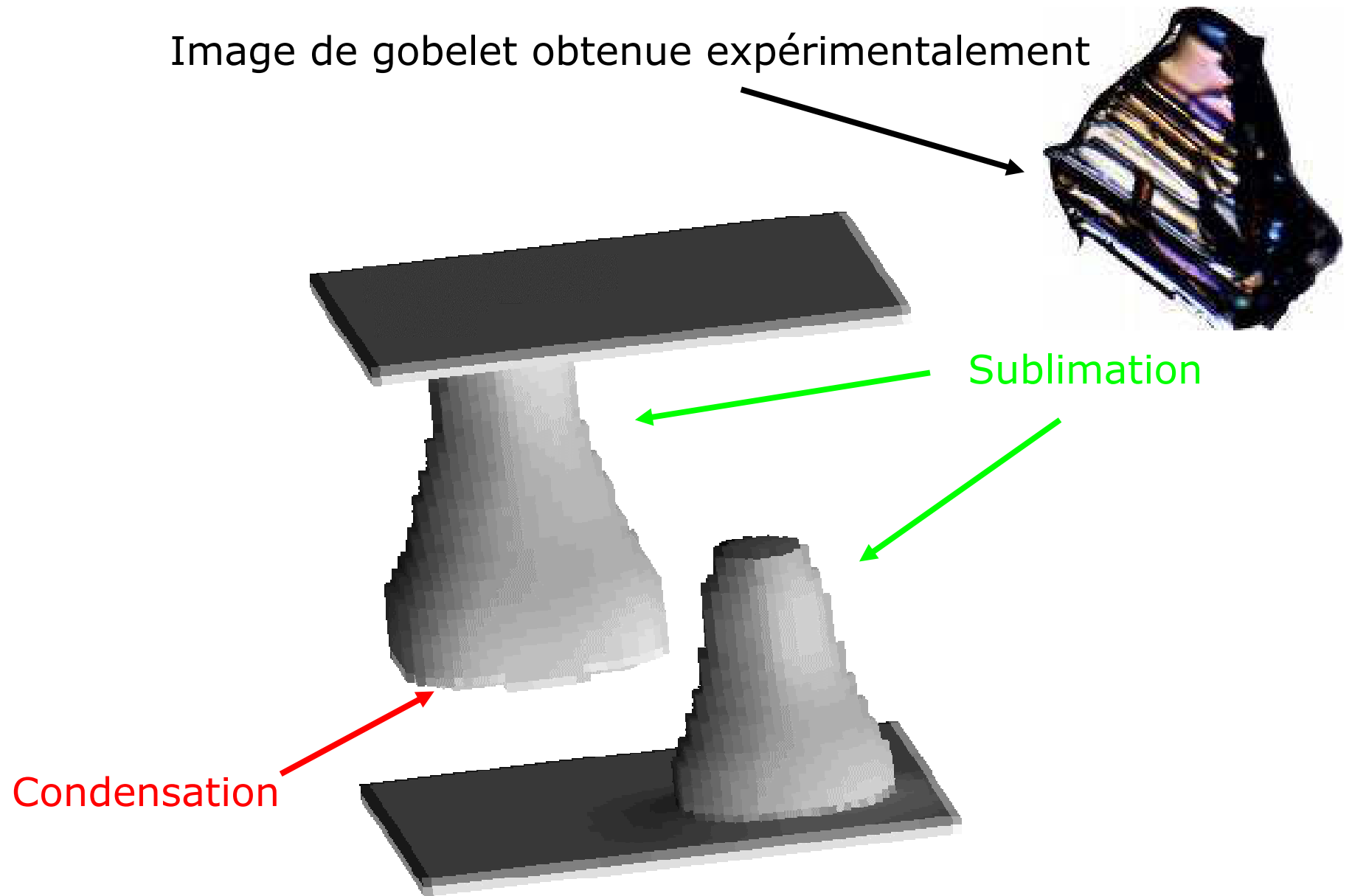
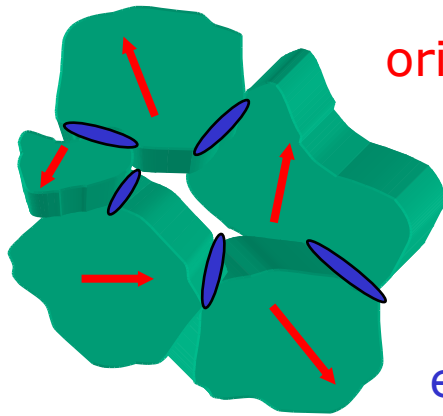


Image de gobelet obtenue expérimentalement



Le cristal de glace

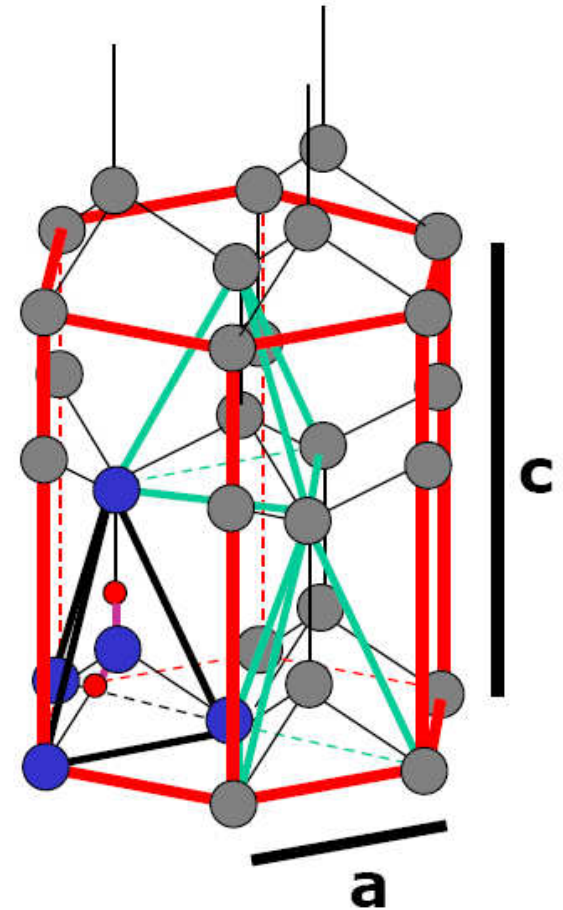
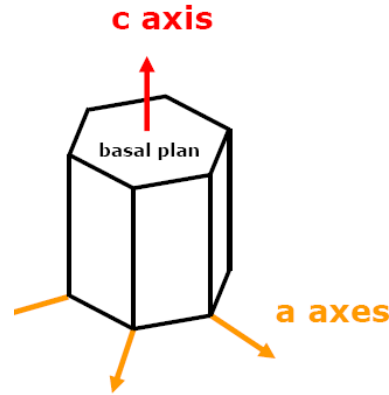
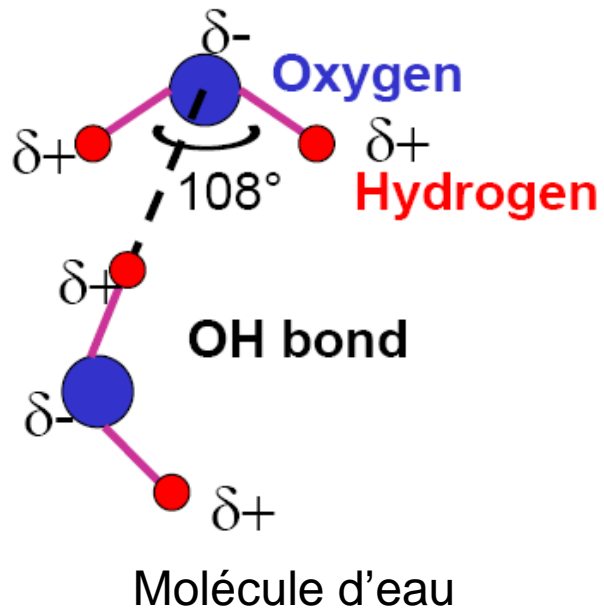


orientation cristalline

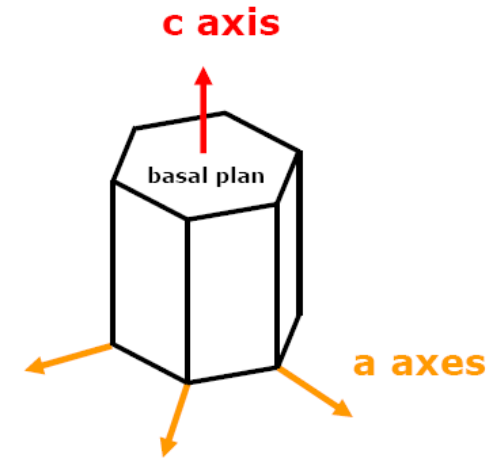
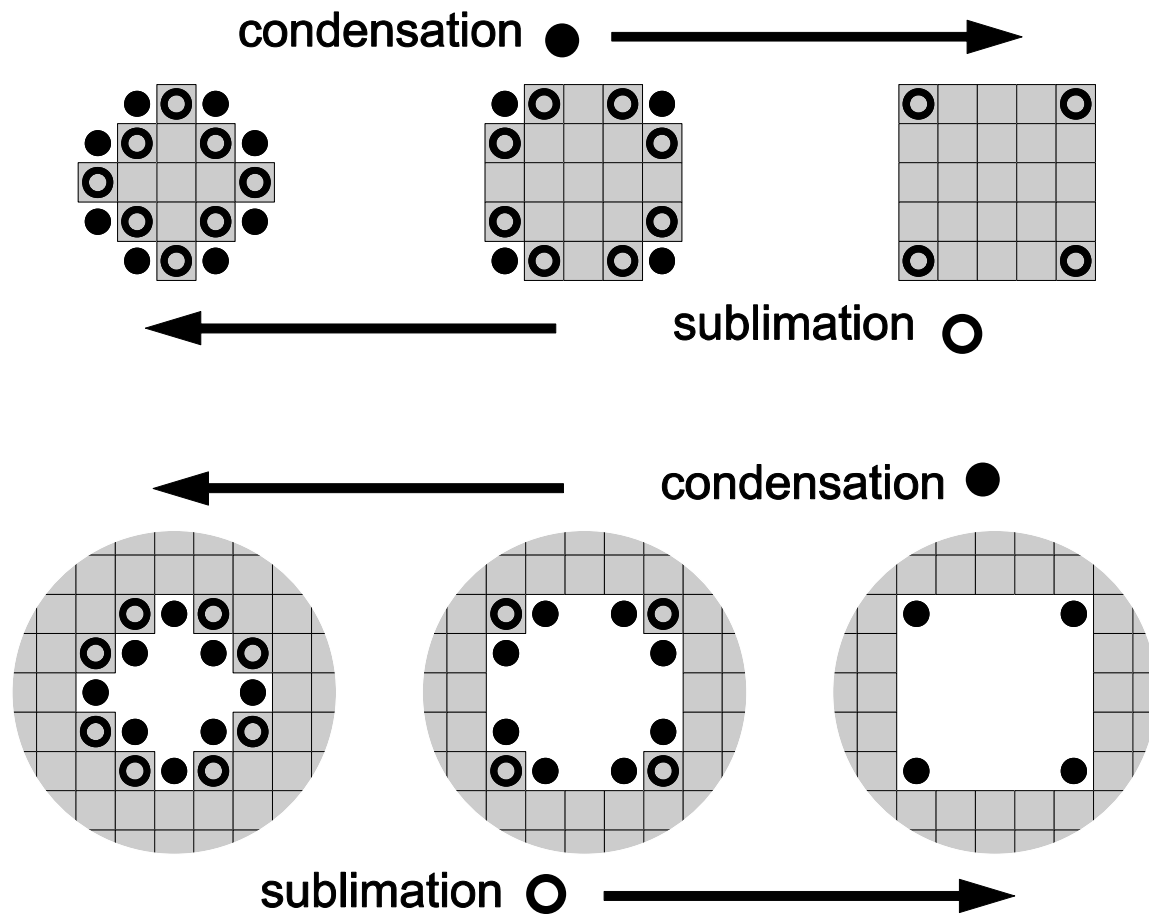
air/vapeur

glace

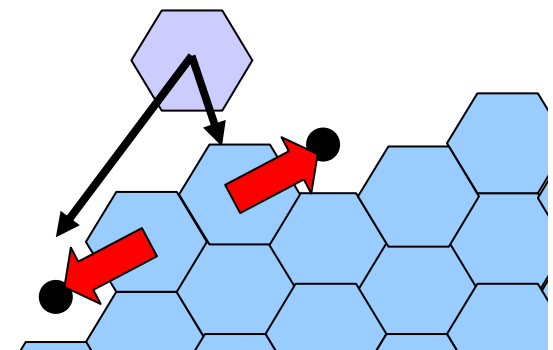
eau liquide



Origine physique du facettage

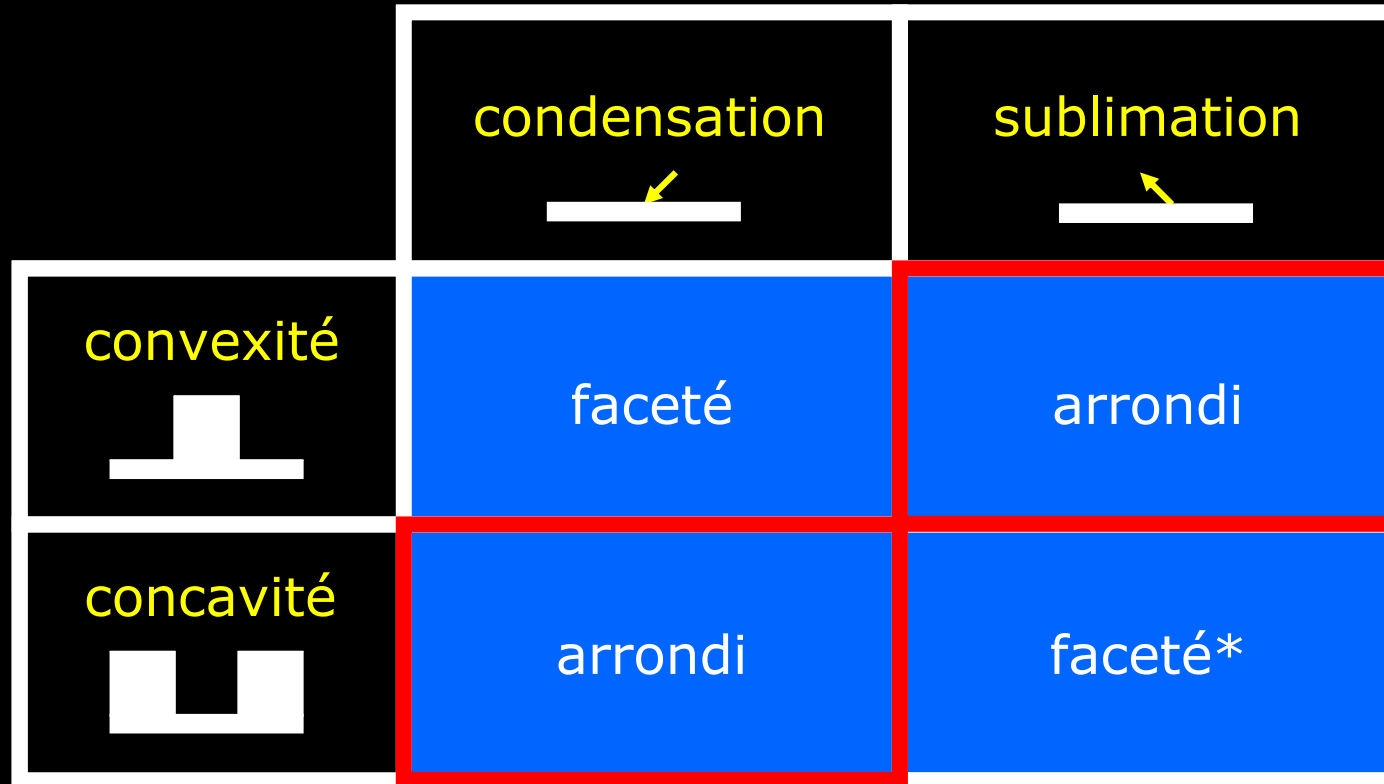


Condensation à l'échelle moléculaire



Cristal de Kossel:  = 

Les 4 cas possibles :

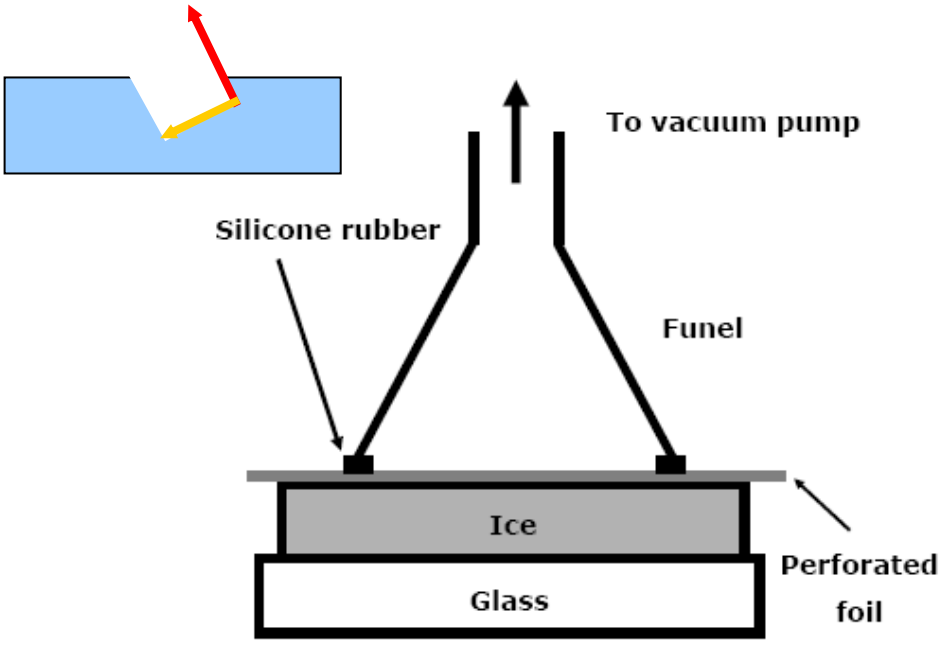
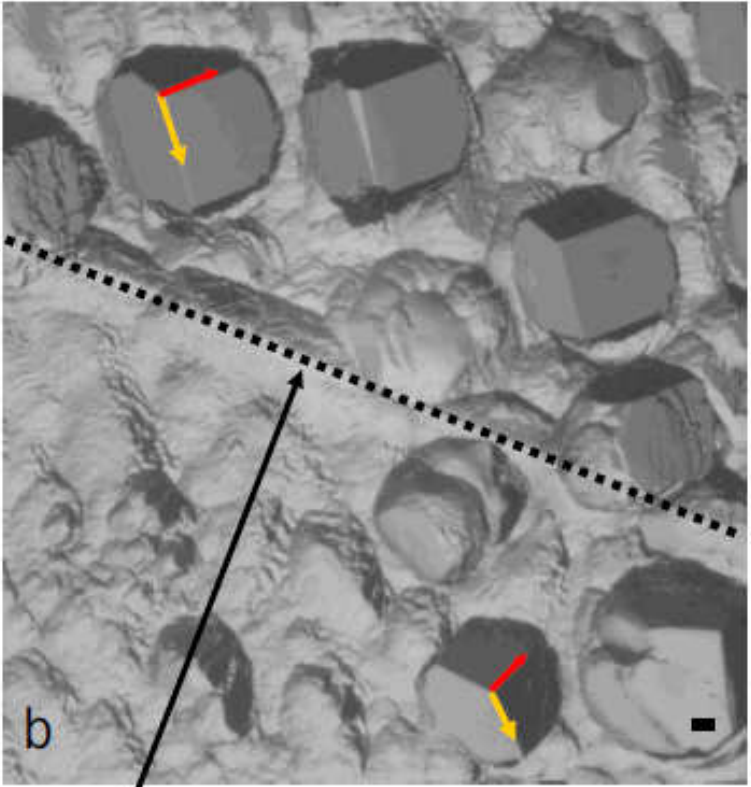
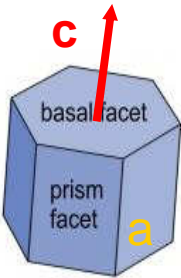
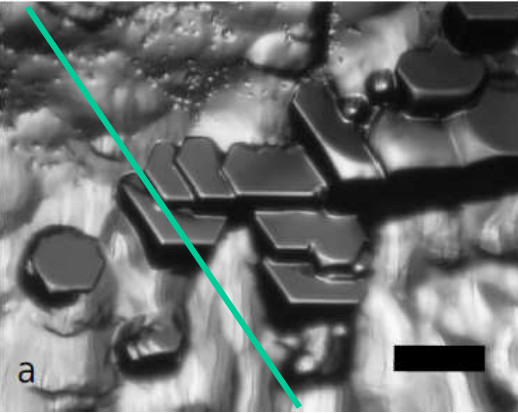


Isothermie

Gradient
de temperature

*évidence expérimentale : U. Nakaya, C. Knight, Y. Furukawa...

Obtention de figures d'attaque

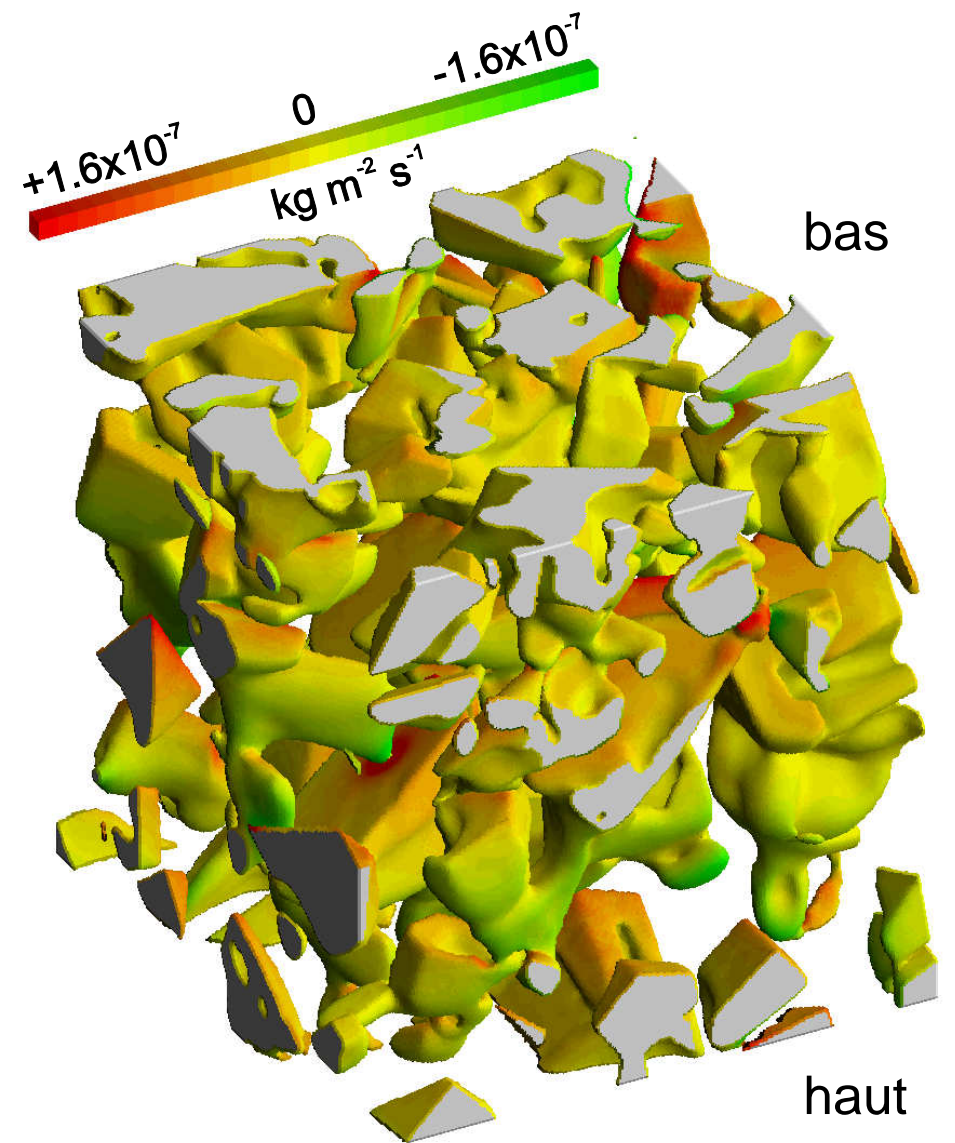
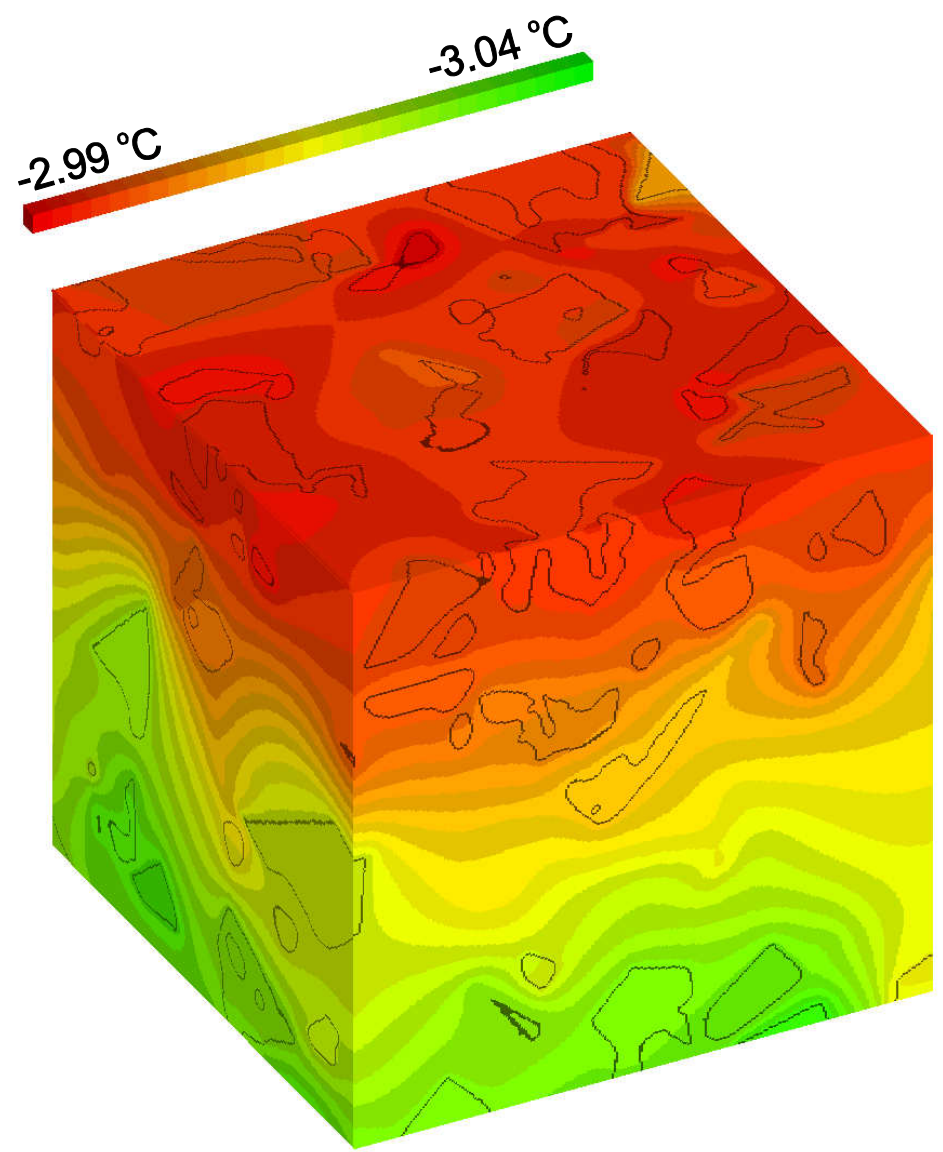


Grain boundary

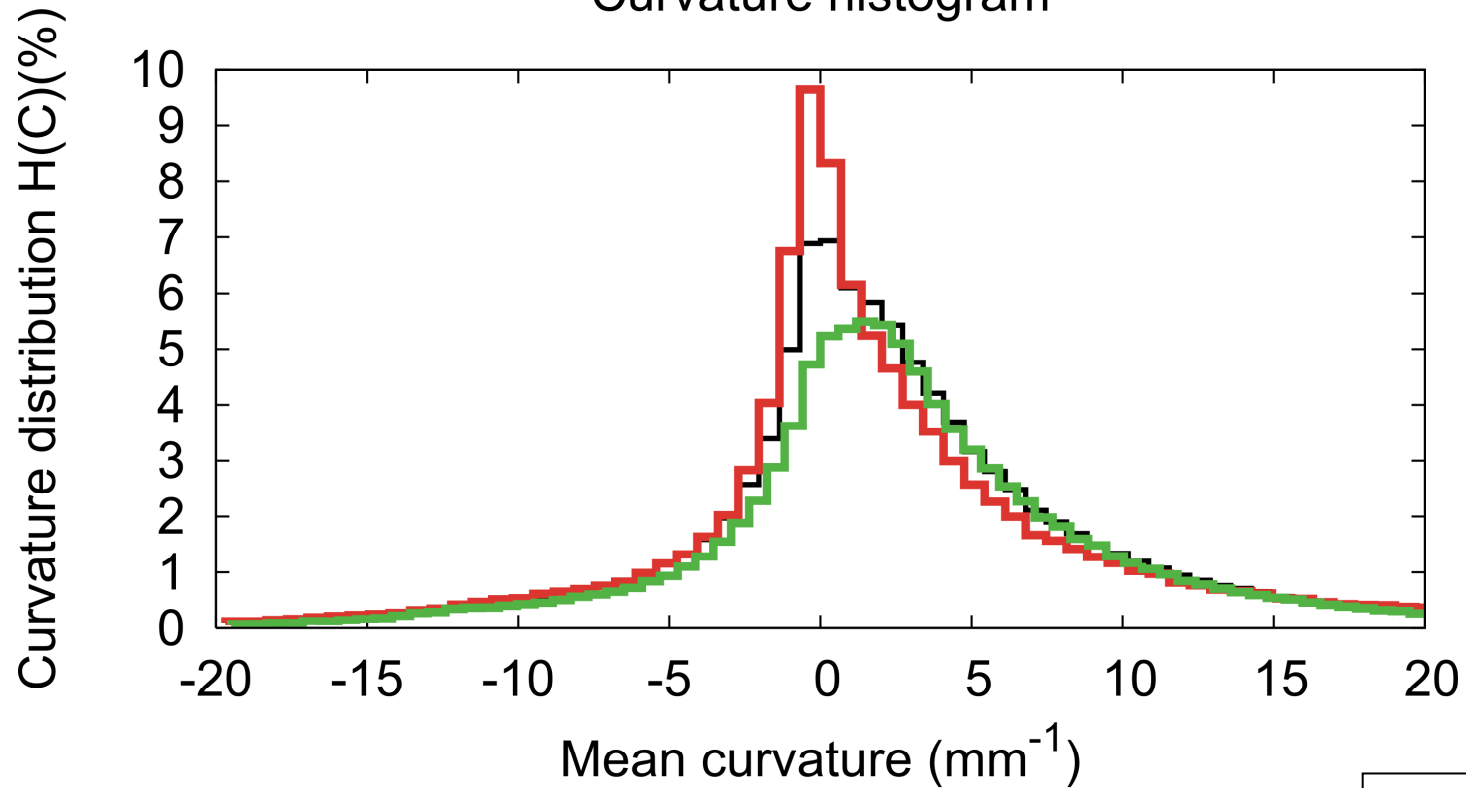
Barres d'échelle : 200 microns

Obtaining etch pits (Knight, 1966)

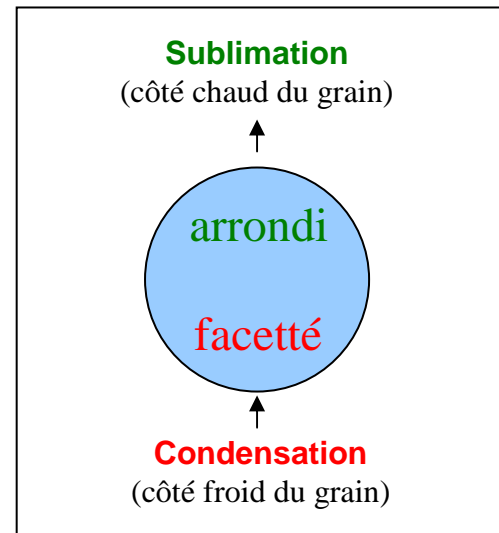
Image d'une neige soumise à un gradient de 16 K.m^{-1} durant 3 semaines



Curvature histogram



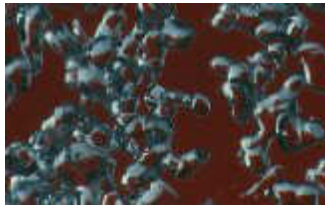
whole surface ———
condensing surface ———
sublimating surface ———



4. Neige humide



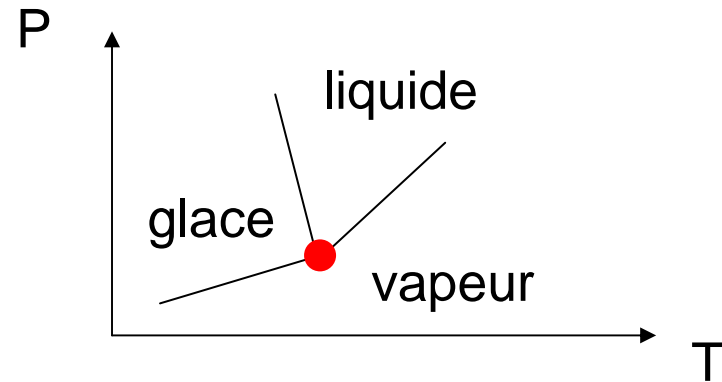
Neige Humide
 $T=0^{\circ}$, $G=0^{\circ}/m$, $Tel>0$



TEL : Teneur en Eau Liquide
(% massique)

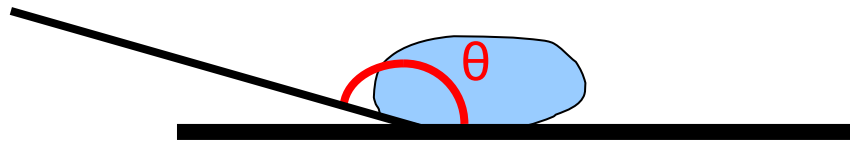
Equilibre glace / eau liquide

- **Point triple** de l'eau :
 - $T = 273.16 \text{ K}$
 - $P = 6.1 \text{ hPa}$
- Dans l'air à $P = 1013 \text{ hPa}$: $T = 273.15 \text{ K}$
 - Effet de la pression (-0.0075 K)
 - Air dissous dans l'eau (-0.0025 K)
- Impuretés → modification du point de fusion (-1°C pour de l'eau salée à 30 g/L)

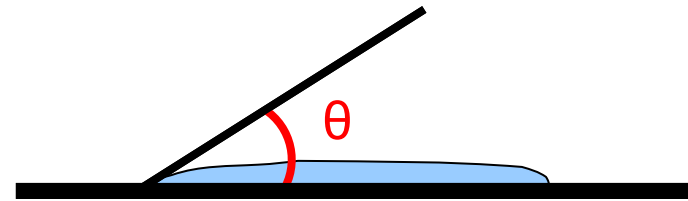


Mouillage

- Goutte de liquide sur une surface :



Liquide non-mouillant ($\theta > 90^\circ$)
Exemple : Mercure / verre



Mouillage partiel ($\theta < 90^\circ$)
Exemple : eau / verre

θ : Angle de contact statique liquide-solide

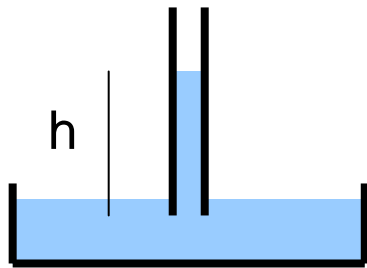
Ascension capillaire



Loi de Jurin

Ascension capillaire

- Dans un tube capillaire : Loi de Jurin



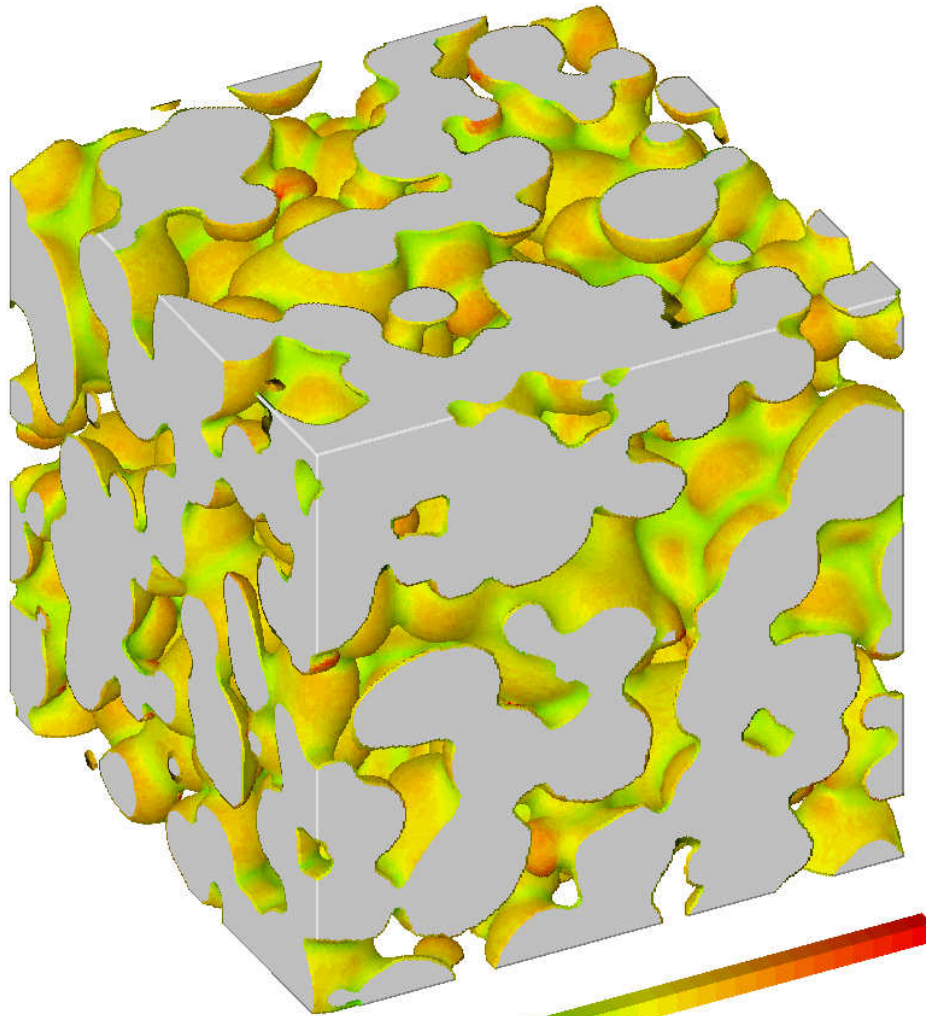
La force de capillarité compense le poids de la colonne d'eau

$$\rightarrow h = \frac{2\gamma C \cos \theta}{\rho \cdot g}$$

(θ = angle de contact ; mouillage total $\rightarrow \cos \theta = 1$)

- Dans un milieu poreux : $p_c = p_g - p_l$
 - Les « tubes capillaires » correspondent aux pores
 - Pour qu'un pore se remplisse, il doit :
 - Être connecté
 - Être assez petit pour équilibrer la pression hydrostatique à son altitude

Image 3D de neige humide
obtenue après immersion
à 0°C puis drainage



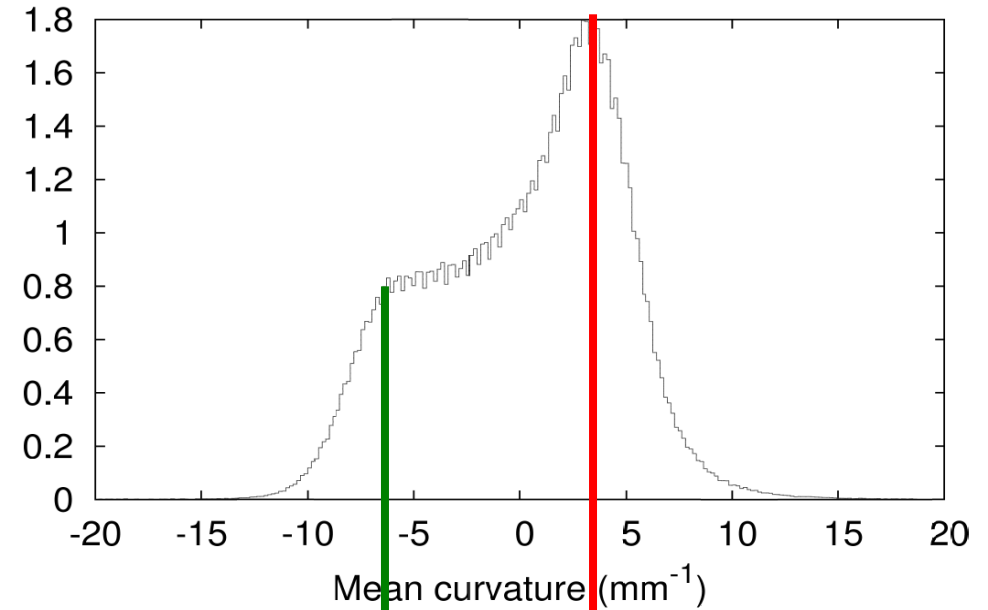
concave

0

convexe

$C \rightarrow h$: distance verticale à la couche saturée

Curvature histogram



Signature
des ménisques
d'eau liquide

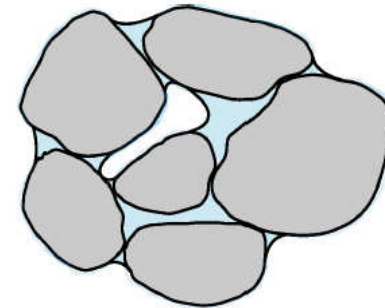
Convexité
des grains

$$h = \frac{2\gamma C \cos \theta}{(\rho \cdot g)}$$

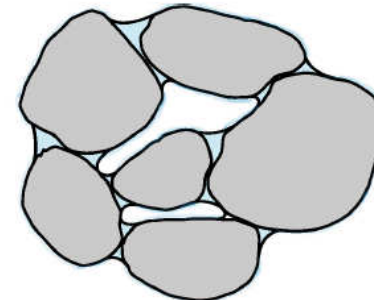
Les métamorphoses de neige humide

→ On distingue 2 cas :

4.2 Fortes TEL : **régime funiculaire**
phase liquide prépondérante



4.3 Faibles TEL (<2% massique) : **régime pendulaire**
phase vapeur prépondérante



4.2 Fortes TEL : équation de Gibbs-Thomson régime funiculaire (phase liquide continue)

On néglige la phase gaz

Gibbs-Duhem
+
pression uniforme
dans le liquide



$$L_f \frac{\delta T_f}{T_\infty} = 2v_m^s \gamma C$$

$$\delta T_f \equiv T_\infty - T$$

T : température (K)

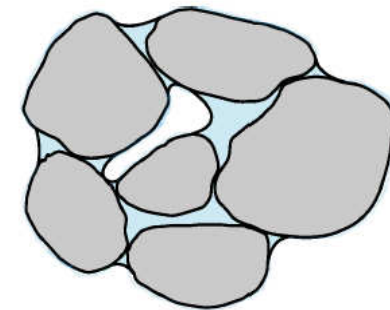
T_{00} : température de référence (K)

L_f : chaleur latente massique (J.kg^{-1})

C : courbure moyenne (m^{-1})

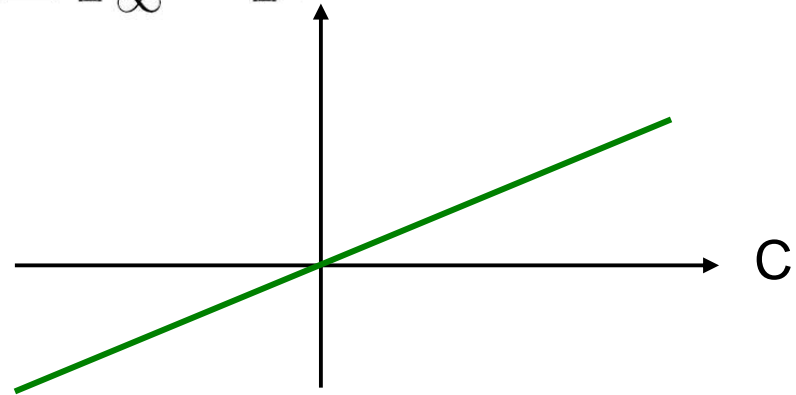
γ : tension de surface (J.m^{-2})

v_m^s : volume spécifique ($\text{m}^3.\text{kg}^{-1}$)



$$L_f \frac{\delta T_f}{T_\infty} = 2v_m^s \gamma C$$

$$\delta T_f \equiv T_\infty - T$$



Comportement similaire à la neige sèche (loi de Kelvin) :
Les petits grains disparaissent au profit des plus gros

MAIS

- Phénomène plus efficace que pour la neige sèche
- Pas de phénomène de gradient de température (car l'eau liquide est proche de 0 degrés et est environ 20x plus conductrice que l'air)

$$k_{\text{th-air}} = 0.0235 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ à } -10^\circ\text{C}$$

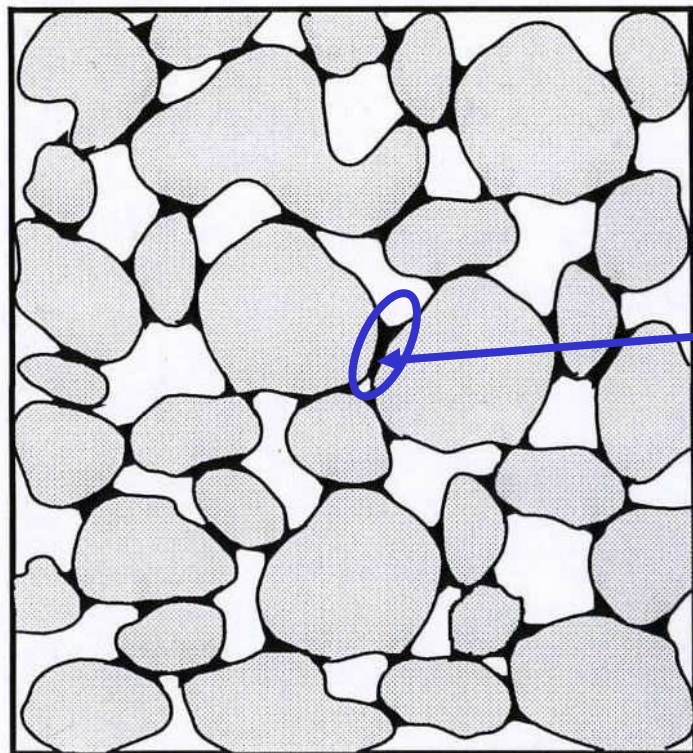
$$k_{\text{th-eau}} = 0.604 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ à } 20^\circ\text{C}$$

$$k_{\text{th-glace}} = 2.3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ à } -10^\circ\text{C}$$

4.3 Faibles TEL (<2% massique) : Pression capillaire – régime pendulaire

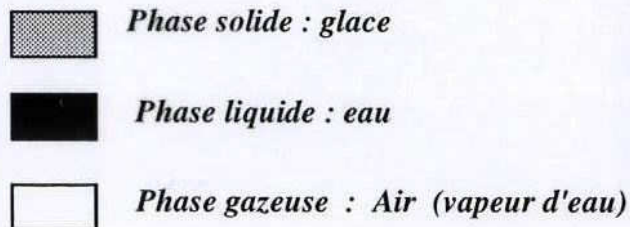
Faible TEL \Leftrightarrow forte courbure du ménisque \Leftrightarrow forte pression capillaire

- 3 phases présentes



$$(p_{\text{int}} - p_{\text{ext}}) = 2\gamma C$$

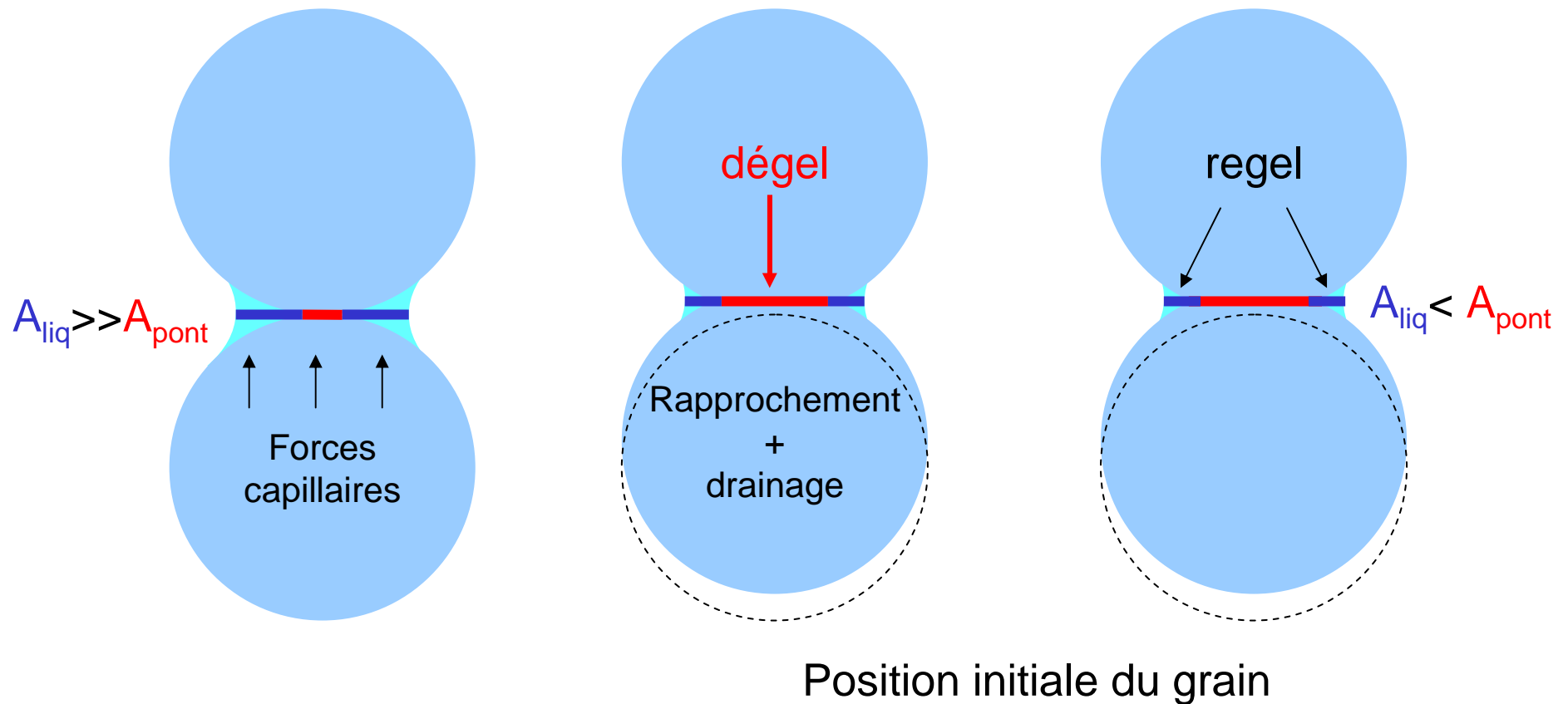
Ménisque d'eau
liquide



Aplatissement des grains par compression-fusion ou dégel-regel (Colbeck 1974):

Moteur : Pression capillaire

$T=0^{\circ}\text{C}$



5. Conclusions : Les différents types de métamorphoses

